Høsten 2019

FYS100 Fysikk: Exam/Eksamen

You **must** put your candidate number on every sheet.

There are 4 questions. You need to answer all 4 questions for a full score.

The standard formula sheet for FYS100 Fysikk is part of this question sheet.

Additional written help-material is not allowed.

Standard approved calculators are allowed.

Don't panic! Draw a diagram where relevant. State clearly the relevant physics.

The questions are also attached in Norwegian.

Good luck!

Du **må** legge kandidatnummeret ditt på hvert ark.

Det er 4 spørsmål. Du må svare på alle de fire spørsmålene for en full score.

Standardformelarket for FYS100 Fysikk er en del av dette spørsmålet.

Ekstra skriftlig hjelpemateriell er ikke tillatt.

Standard godkjente kalkulatorer er tillatt.

Ingen panikk! Tegn et diagram der det er relevant. Angi tydelig hvilken fysikk som er relevant.

Spørsmålene er også vedlagt på engelsk.

Lykke til!

Problem 1: An airplane taking off

An airplane of mass 75 tonnes starts from rest on a horizontal, straight runway. The two engines of the airplane provide a maximum thrust of 140kN each.

a) Initially the pilot only uses 50% of the maximum thrust on each engine. What is the initial acceleration of the plane along the runway?

b) The plane needs to reach a speed of 280km/h to take off. Assuming the acceleration along the runway remains constant, how far does the plane need to go to reach take-off speed?

c) The plane now takes off, with an angle to the ground of 15°. Draw a diagram of the main forces on the plane.

d) How much lift force do the wings provide perpendicular to the direction of travel?

e) The plane climbs to 1200 metres before executing a turn by rolling the wings 30° to the horizontal. At this point the speed of the plane is 300km/h. Assume the speed and altitude of the plane remains constant during the turn. How long does it take to turn the plane around so that it is facing in the opposite direction?

Problem 2: Moving a concrete block on the ground

A concrete block of length 1m, width 0.5m and height 0.25m is lying on the ground and needs to be moved. The density of concrete is 2400kg/m^3. The coefficient of static friction between concrete and the ground is 0.55.

a) A strong man of mass 90kg who is able to generate a force of 1.1kN is brought in the move the block. Show why the man will not be able to move the block horizontally.

b) What will be the static friction between the block and the ground if the man pushes with all his force on the block?

c) A tractor is now drafted in to move the block. The weight of the tractor is equally distributed over all four wheels and it pulls on the block via a rope with tension T. The back wheels have a diameter of 1.6m and the front wheels have a diameter of 80cm. The tractor motor generates a torque of τ on each of its back wheels that have radii R_b and masses m_b. The front wheels of the tractor are smaller than the back wheels and have radii R_f and masses m_f. Both sets of wheels can be treated as uniform solid disks with moment of inertia $I = \frac{1}{2}mR^2$. The mass of the tractor body, without the wheels, is M. If the wheels don't slip, show that the tractor can accelerate the block with an acceleration of

$$a = \frac{2\tau - TR_b}{R_b(M + 3m_b + 3m_f)}.$$

d) The tractor has a mass $M = 7100$kg with each of the back wheels weighing additionally $m_b = 200$kg each and the front wheels $m_f = 75$kg each. The back wheels have a diameter of 1.6m and the front wheels have a diameter of 80cm. The tractor's engine can generate a torque of $\tau = 700$Nm on each of its back wheels. The rope will break if the tension in the rope exceeds 1500N. If full power is applied to the tractor in trying to move the block, can the block be moved from rest with an acceleration of 0.1m/s^2 without the rope breaking? Think **carefully** about this and explain your answer.

Problem 3: Transporting stone blocks on a truck

Two flat stone blocks of masses 100kg each are stacked on top of one another on the back of a truck. The coefficient of static friction between the bottom block and the truck is 0.8 and between the two blocks is 0.7.

a) What is the maximum acceleration the truck can have such that neither of the blocks slide off?

b) If the truck accelerates from rest at this maximum acceleration for 6 seconds, how much more energy will the truck's engine need to output compared to if the stone blocks were not on the truck?

c) What is the maximum speed that the truck can drive around a curve of minimum curvature radius 100m without either of the blocks sliding off?

d) What is the maximum slope that the truck can drive up at constant speed without either of the blocks sliding off?

Problem 4: A child on a swing

The equation describing damped oscillations is

$$x(t) = Ae^{-\frac{bt}{2m}} \sin(\omega t + \phi).$$

A child of mass 15kg wants to swing on a swing of negligible mass. The seat of the swing is 30cm above the ground and the total vertical height of the swing is 2m above the ground.

a) The child is too young to swing themselves. How much mechanical energy is added to the child if they are pulled back by a parent a distance 40cm from the vertical?

b) The child is now released from rest. The distance the child swings decreases by 20cm from the vertical after the child has swung back and forth five times. How much mechanical energy has the child lost?

c) Is this mechanical energy being lost at a constant rate? Explain your answer.

d) If the parent wants to keep the child swinging the same distance, the parent needs to give the child a push. If the parent pushes the child with a constant force of 10N, how far does the parent need to push the child in order to replace the energy that is otherwise lost in the first swing?

FYS100 Physics – Formula sheet

Rotational motion about a fixed axis	Translational motion
Angular velocity $\omega = \frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}$	Translational velocity $v = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$
Angular acceleration $\alpha = \frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t}$	Translational acceleration $a = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$
Net torque $\sum_k \tau_k = I\,\alpha$	Net force $\sum_k F_k = m\,a$
$\alpha = \text{constant} \begin{cases} \omega_f = \omega_i + \alpha\, t \\ \theta_f = \theta_i + \omega_i\, t + \frac{1}{2}\alpha\, t^2 \\ \omega_f^2 = \omega_i^2 + 2\,\alpha\,(\theta_f - \theta_i) \\ \theta_f = \theta_i + \frac{1}{2}\,(\omega_i + \omega_f)\, t \end{cases}$	$a = \text{constant} \begin{cases} v_f = v_i + a\, t \\ x_f = x_i + v_i\, t + \frac{1}{2} a\, t^2 \\ v_f^2 = v_i^2 + 2\, a\,(x_f - x_i) \\ x_f = x_i + \frac{1}{2}\,(v_i + v_f)\, t \end{cases}$
Work $W = \int_{\theta_i}^{\theta_f} \tau\,\mathrm{d}\theta$	Work $W = \int_{x_i}^{x_f} F\,\mathrm{d}x$
Rotational kinetic energy $K = \frac{1}{2}\, I\,\omega^2$	Kinetic energy $K = \frac{1}{2}\, m\, v^2$
Power $\mathcal{P} = \tau\,\omega$	Power $\mathcal{P} = F\, v$
Angular momentum $L = I\,\omega$	Linear momentum $p = m\, v$
Net torque $\sum_k \tau_k = \frac{\mathrm{d}L}{\mathrm{d}t}$	Net force $\sum_k F_k = \frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}t}$

General formulas	
Motion with constant acceleration	$\begin{cases} \vec{\mathbf{v}}_f = \vec{\mathbf{v}}_i + \vec{\mathbf{a}}\, t \\ \vec{\mathbf{r}}_f = \vec{\mathbf{r}}_i + \vec{\mathbf{v}}_i\, t + \frac{1}{2}\,\vec{\mathbf{a}}\, t^2 \end{cases}$
Newton's second law	$\sum_k \vec{\mathbf{F}}_k = m\,\vec{\mathbf{a}}$
Work	$W = \int \vec{\mathbf{F}} \cdot \mathrm{d}\vec{\mathbf{r}}$
Work-kinetic energy theorem	$\Delta K = W$
Linear momentum	$\vec{\mathbf{p}} = m\,\vec{\mathbf{v}}$
Newton's second law	$\sum_k \vec{\mathbf{F}}_k = \frac{\mathrm{d}\vec{\mathbf{p}}}{\mathrm{d}t}$
Impulse	$\vec{\mathbf{I}} = \int \vec{\mathbf{F}}\,\mathrm{d}t$
Impulse-momentum theorem	$\Delta\vec{\mathbf{p}} = \vec{\mathbf{I}}$
Center of mass	$\vec{\mathbf{r}}_{\text{CM}} = \frac{1}{M}\int \vec{\mathbf{r}}\,\mathrm{d}m$
Moment of inertia	$I = \int r^2\,\mathrm{d}m$
Parallel-axis theorem	$I = I_{\text{CM}} + M\,D^2$
Torque	$\vec{\boldsymbol{\tau}} = \vec{\mathbf{r}} \times \vec{\mathbf{F}}$
Angular momentum	$\vec{\mathbf{L}} = \vec{\mathbf{r}} \times \vec{\mathbf{p}}$
Net torque	$\sum_k \vec{\boldsymbol{\tau}}_k = \frac{\mathrm{d}\vec{\mathbf{L}}}{\mathrm{d}t}$
Rotational motion	$s = r\,\theta,\ v = r\,\omega,\ a_c = r\,\omega^2,\ a_t = r\,\alpha$
Harmonic oscillator	$\frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 x,\ x(t) = A\cos(\omega t + \phi)$

Mathematical rules

Vector relations

Scalar product	$\vec{\mathbf{A}} \cdot \vec{\mathbf{B}} = \lvert\vec{\mathbf{A}}\rvert \, \lvert\vec{\mathbf{B}}\rvert \, \cos\phi$
Magnitude of vector product	$\lvert\vec{\mathbf{A}} \times \vec{\mathbf{B}}\rvert = \lvert\vec{\mathbf{A}}\rvert \, \lvert\vec{\mathbf{B}}\rvert \, \sin\phi$

Trigonometry

Definitions	$\tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$
Identities	$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$
	$\sin 2\alpha = 2\,\sin\alpha\,\cos\alpha$
	$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha = 2\,\cos^2\alpha - 1 = 1 - 2\,\sin^2\alpha$
	$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha\,\cos\beta \pm \cos\alpha\,\sin\beta$
	$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha\,\cos\beta \mp \sin\alpha\,\sin\beta$
	$\frac{\sin\alpha}{a} = \frac{\sin\beta}{B} = \frac{\sin\gamma}{C}$
	$a^2 + b^2 - c^2 = 2ab\cos\gamma$
Derivatives	$\frac{\mathrm{d}\sin\alpha}{\mathrm{d}\alpha} = \cos\alpha$
	$\frac{\mathrm{d}\cos\alpha}{\mathrm{d}\alpha} = -\sin\alpha$

Quadratic equations

Equation	$a\,t^2 + b\,t + c = 0$
Solution	$t = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4\,a\,c}}{2\,a}$

Equation of a straight line

Two points on the line are given	$y = y_1 + \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}\,(x - x_1)$

Oppgave 1: Et fly letter

Et fly med masse 75 tonn starter fra hvile på en horisontal, rett rullebane. De to motorene i flyet gir en maksimal skyvekraft på 140kN hver.

a) Opprinnelig bruker piloten bare 50% av maksimal skyvkraft på hver motor. Hva er den initiale akselerasjonen av flyet langs rullebanen?

b) Flyet må nå en fart på 280km/h for å lette. Forutsatt at akselerasjonen langs rullebanen forblir konstant, hvor langt trenger flyet å gå for å nå startfarten?

c) Flyet letter nå, med en vinkel på bakken av 15°. Tegn et diagram av hovedkreftene på flyet.

d) Hvor meget løftekraft gir vingene vinkelrett på flyretningen?

e) Flyet stiger til 1200 meter før det utfører en sving ved å rulle vingene 30° til horisontalen. På dette tidspunktet er flyets hastighet 300km/h. Anta at farten og høyden til flyet forblir konstant under svingen. Hvor lang tid tar det å snu flyet slik at det vender tilbake i motsatt retning?

Oppgave 2: Flytte en betongblokk på bakken

En betongblokk med lengde 1m, bredde 0,5m og høyde 0,25m ligger på bakken og må flyttes. Tettheten av betong er 2400kg/m^3. Den statiske friksjonskoeffisienten mellom betong og bakken er 0,55.

a) En sterk mann med en masse på 90kg som er i stand til å generere en kraft på 1,1kN blir brakt inn for å flytte blokken. Vis hvorfor mannen ikke greier å flytte blokken horisontalt.

b) Hva blir den statiske friksjonen mellom blokken og bakken hvis mannen skyver med all sin kraft på blokken?

c) En traktor blir så brakt inn for å flytte blokken. Vekten til traktoren er likt fordelt på alle fire hjul og den trekker blokken med et tau med spenningen T. Traktormotoren genererer et dreiemoment τ på hvert av bakhjulene som begge har radien R_b og massen m_b. Bakhjulene har en diameter på 1,6m og forhjulene har en diameter på 80cm. Begge hjulsettene kan behandles som identiske faste skiver med treghetsmoment $I = \frac{1}{2}mR^2$. Massen til traktoren, uten hjul, er M. Hvis hjulene ikke glir, vis at traktoren kan akselerere blokken med en akselerasjon på

$$a = \frac{2\tau - TR_b}{R_b(M + 3m_b + 3m_f)}.$$

d) Traktoren har en masse $M = 7100$kg med hvert av bakhjulene som veier i tillegg $m_b = 200$kg hver og forhjulene $m_f = 75$kg hver. Bakhjulene har en diameter på 1,6m og forhjulene har en diameter på 80cm. Traktorens motor kan generere et dreiemoment på $\tau = 700$Nm på hvert av bakhjulene. Tauet vil gå i stykker hvis spenningen i tauet overstiger 1500N. Hvis full kraft brukes til traktoren til å flytte blokken, kan den flyttes fra hvile med akselerasjonen 0,1m/s^2 uten at tauet går i stykker? Tenk **nøye** gjennom dette og forklar svaret.

Oppgave 3: Transport av steinblokker på en lastebil

To flate steinblokker med masser på 100kg hver er stablet oppå hverandre på lasteplanet av en lastebil. Den statiske friksjonskoeffisienten mellom den underste blokken og lastbilen er 0,8 og mellom de to blokkene er 0,7.

a) Hva er den maksimale akselerasjonen lastbilen kan ha uten at noen av blokkene glir av?

b) Hvis lastbilen akselererer fra hvile med denne maksimale akselerasjonen i 6 sekunder, hvor mye mer energi trenger lastbilens motor å produserer i forhold til om steinblokkene ikke var på lastbilen?

c) Hva er den maksimale hastigheten som lastbilen kan kjøre rundt en kurve med minimum krumningsradius 100m uten at noen av blokkene glir av?

d) Hva er den maksimale helningen som lastbilen kan kjøre oppover med konstant fart uten at noen av blokkene glir av?

Oppgave 4: Et barn på en huske

Likningen som beskriver dempede svingninger er

$$x(t) = Ae^{-\frac{bt}{2m}} \sin(\omega t + \phi).$$

Et barn på 15kg ønsker å svinge på en huske med ubetydelig masse. Husken er hengt op 2m over bakken og huskens sete er 30cm over bakken.

a) Barnet er for ung til å svinge selv. Hvor mye mekaniske energi blir tilføjet til barnet når det blir trukket bakover av moren et stykke på 40cm fra vertikalen?

b) Barnet blir nå slippet til å svinge. Avstanden barnet svinger reduseres med 20cm fra vertikalen etter at barnet har svingt frem og tilbake fem ganger. Hvor mye mekanisk energi har barnet mistet?

c) Mister barnet like mye mekaniske energien per tidsenhet? Forklar svaret ditt.

d) Hvis moren ønsker å få barnet til å svinge samme avstand, må hun gi barnet en dytt. Hvis hun skyver barnet med en konstant kraft på 10N, over hvilken avstand må hun skyver barnet for å erstatte den energien som ellers går tapt i den første svingen?

FYS100 Fysikk – formelark

Rotasjon om en fast akse	**Éndimensjonal bevegelse**
Vinkelhastighet $\omega = \frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}$	Hastighet $v = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$
Vinkelakselerasjon $\alpha = \frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t}$	Akselerasjon $a = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$
Resultantmoment $I\,\alpha = \sum_k \tau_k$	Resultantkraft $m\,a = \sum_k F_k$
$\alpha = \text{konstant} \begin{cases} \omega_f = \omega_i + \alpha\, t \\ \theta_f = \theta_i + \omega_i\, t + \frac{1}{2}\alpha\, t^2 \\ \omega_f^2 = \omega_i^2 + 2\,\alpha\,(\theta_f - \theta_i) \\ \theta_f = \theta_i + \frac{1}{2}\,(\omega_i + \omega_f)\, t \end{cases}$	$a = \text{konstant} \begin{cases} v_f = v_i + a\, t \\ x_f = x_i + v_i\, t + \frac{1}{2} a\, t^2 \\ v_f^2 = v_i^2 + 2\,a\,(x_f - x_i) \\ x_f = x_i + \frac{1}{2}\,(v_i + v_f)\, t \end{cases}$
Arbeid $W = \int_{\theta_i}^{\theta_f} \tau\,\mathrm{d}\theta$	Arbeid $W = \int_{x_i}^{x_f} F\,\mathrm{d}x$
Kinetisk energi $K = \frac{1}{2}\,I\,\omega^2$	Kinetisk energi $K = \frac{1}{2}\,m\,v^2$
Effekt $\mathcal{P} = \tau\,\omega$	Effekt $\mathcal{P} = F\,v$
Spinn $L = I\,\omega$	Bevegelsesmengde $p = m\,v$
Spinnsatsen $\frac{\mathrm{d}L}{\mathrm{d}t} = \sum_k \tau_k$	Newtons 2. lov $\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}t} = \sum_k F_k$

Generelle sammenhenger	
Bevegelse med konstant akselerasjon	$\begin{cases} \vec{\mathbf{v}}_f = \vec{\mathbf{v}}_i + \vec{\mathbf{a}}\, t \\ \vec{\mathbf{r}}_f = \vec{\mathbf{r}}_i + \vec{\mathbf{v}}_i\, t + \frac{1}{2}\,\vec{\mathbf{a}}\, t^2 \end{cases}$
Newtons 2. lov	$m\,\vec{\mathbf{a}} = \sum_k \vec{\mathbf{F}}_k$
Arbeid	$W = \int \vec{\mathbf{F}} \cdot \mathrm{d}\,\vec{\mathbf{r}}$
Arbeid-kinetisk energi teoremet	$\Delta K = W$
Bevegelsesmengde	$\vec{\mathbf{p}} = m\,\vec{\mathbf{v}}$
Newtons 2. lov	$\frac{\mathrm{d}\vec{\mathbf{p}}}{\mathrm{d}t} = \sum_k \vec{\mathbf{F}}_k$
Impuls	$\vec{\mathbf{I}} = \int \vec{\mathbf{F}}\,\mathrm{d}t$
Impuls-bevegelsesmengde teoremet	$\Delta\,\vec{\mathbf{p}} = \vec{\mathbf{I}}$
Massesenter	$\vec{\mathbf{r}}_{\text{CM}} = \frac{1}{M} \int \vec{\mathbf{r}}\,\mathrm{d}m$
Treghetsmoment	$I = \int r^2\,\mathrm{d}m$
Steiners sats (parallellakseteoremet)	$I = I_{\text{CM}} + M\,D^2$
Kraftmoment	$\vec{\boldsymbol{\tau}} = \vec{\mathbf{r}} \times \vec{\mathbf{F}}$
Spinn	$\vec{\mathbf{L}} = \vec{\mathbf{r}} \times \vec{\mathbf{p}}$
Spinnsatsen	$\frac{\mathrm{d}\vec{\mathbf{L}}}{\mathrm{d}t} = \sum_k \vec{\boldsymbol{\tau}}_k$
Sirkelbevegelse	$s = r\,\theta,\ v = r\,\omega,\ a_c = r\,\omega^2,\ a_t = r\,\alpha$
Harmonisk oscillator	$\frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 x,\ x(t) = A\cos(\omega t + \phi)$

Matematiske sammenhenger

Vektorrelasjoner

Prikkprodukt	$\vec{\mathbf{A}} \cdot \vec{\mathbf{B}} = \lvert\vec{\mathbf{A}}\rvert\,\lvert\vec{\mathbf{B}}\rvert\,\cos\phi$
Absoluttverdi av kryssprodukt	$\lvert\vec{\mathbf{A}} \times \vec{\mathbf{B}}\rvert = \lvert\vec{\mathbf{A}}\rvert\,\lvert\vec{\mathbf{B}}\rvert\,\sin\phi$

Trigonometri

Definisjoner	$\tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$
Identiteter	$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$
	$\sin 2\alpha = 2\,\sin\alpha\,\cos\alpha$
	$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha = 2\,\cos^2\alpha - 1 = 1 - 2\,\sin^2\alpha$
	$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha\,\cos\beta \pm \cos\alpha\,\sin\beta$
	$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha\,\cos\beta \mp \sin\alpha\,\sin\beta$
	$\frac{\sin\alpha}{a} = \frac{\sin\beta}{B} = \frac{\sin\gamma}{C}$
	$a^2 + b^2 - c^2 = 2ab\cos\gamma$
Deriverte	$\frac{\mathrm{d}\sin\alpha}{\mathrm{d}\alpha} = \cos\alpha$
	$\frac{\mathrm{d}\cos\alpha}{\mathrm{d}\alpha} = -\sin\alpha$

2. grads ligning

Ligning	$a\,t^2 + b\,t + c = 0$
Løsning	$t = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4\,a\,c}}{2\,a}$

Ligningen for en rett linje

Gitt to punkter på linjen	$y = y_1 + \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}\,(x - x_1)$