



Universitetet
i Stavanger

Universitetet i Stavanger

Det Teknisk-Naturvitenskapelige Fakultet

Eksamen i: MAT100 Matematiske metoder 1

Dato: 28. februar, 2020

Tid: 9:00-14:00 (5 timer)

Språk: Norsk, Bokmål

Tillatte hjelpemidler:

K. Rottmann, *Matematisk formelsamling*.

Enkel bestemt kalkulator.

Faglærer: Sigbjørn Hervik, tlf: 41581800

Oppgavesettet består av 6 oppgaver på 3 sider.

Deloppgaver a), b) etc., vektes likt.

∞ ∞ ∞ ∞

Oppgave 1

- a) Gitt $z = 5 - i$ og $w = -2 + i$. Regn ut z^2 , z/w og $\bar{w}w$.
- b) La $z_1 = \sqrt{3} + i$, $z_2 = -\sqrt{3} + i$ og $z_3 = -2i$. Skriv z_1 , z_2 og z_3 på eksponentiell form og tegn de inn i det komplekse planet.
- c) La z_1 , z_2 og z_3 være de komplekse tallene fra oppgave b). Regn ut $(z_1)^3$ og $z_1 z_2 z_3$, og vis at disse er like. Hvorfor blir det slik?

Oppgave 2

Finn følgende bestemte og ubestemte integraler. Utregning må vises!

a) $\int (3\sqrt{x} + 2e^{5x}) dx.$ b) $\int x^2 \ln x dx.$ c) $\int \frac{x - 10}{(x - 2)(x + 2)^2} dx.$

d) $\int_0^5 x\sqrt{4 + x} dx.$ e) $\int_0^1 \tan^{-1} x dx$

Oppgave 3

Vi har funksjonen

$$f(x) = x\sqrt{4 - x^2}, \quad x \in [-2, 2].$$

- Bestem monotoniegenskapene til f .
- Finn alle maksima og minima. Avgjør om de er globale eller lokale maksima eller minima.
- La D være området som er avgrenset av funksjonen f og den positive x -aksen. Finn volumet til omdreingslegmet som fremkommer ved å dreie D om x -aksen.

Oppgave 4

- a) Finn løsningen på initialverdiproblemet:

$$\begin{cases} (1 + x^2)y' + 2xy = x^5 \\ y(0) = 2 \end{cases}$$

- b) Finn følgende grenser dersom de eksisterer:

(i) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x + 5} - \sqrt{x - 2})$ (ii) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x + 1)}{\sin x}$

Oppgave 5

Vi har kurven definert implisitt ved ligningen:

$$y^4 + 2x^3y - x^4 = 1$$

- Finn et uttrykk for den deriverte y' ved å bruke implisitt derivasjon.
- Finn ligningene for tangenten og normalen til kurven i punktet $P(2, 1)$.

Oppgave 6

Kjell Kjølrig tar et syltetøyglass ut fra kjøleskapet. Syltetøyglasset har temperaturen 2°C når han tar det ut. Han setter det på benken slik at det varmer seg opp. Vi antar at temperaturen til syltetøyglasset, $T(t)$, som funksjon av tiden, t , er gitt ved Newtons kjølingslov:

$$\frac{dT}{dt} = k(A - T),$$

hvor A er temperaturen på omgivelsene, og k er en konstant. Vi antar at romtemperaturen er konstant lik 22°C slik at $A = 22$ (i $^\circ\text{C}$).

- Finn løsningen på denne ligningen når $T(0) = 2$.
- Etter 10 minutter har syltetøyglasset temperaturen 6°C . Når er temperaturen 10°C ?

♡ Lykke til! ♡