

Universitetet i Stavanger

Det Teknisk-Naturvitenskapelige Fakultet

Eksamen i: MAT100 Matematiske metoder 1

Dato: 1. mars, 2019

Tid: 9:00-14:00 (5 timer)

Språk: Norsk, Bokmål

Tillatte hjelpemidler:

K. Rottmann, *Matematisk formelsamling*.

Enkel bestemt kalkulator.

Faglærer: Sigbjørn Hervik, tlf: 41581800

Oppgavesettet består av 6 oppgaver på 3 sider.

Deloppgaver a), b) etc., vektes likt.

∞ ∞ ∞ ∞

Oppgave 1

- Gitt $z = 1 + 2i$ og $w = -2 - 3i$. Regn ut zw , $1/w$ og $|z|^2$.
- Skriv $u = -\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i$ på eksponentiell form og vis at dette er en av 4.-røttene til -1 .
- Finn alle 4.røttene til -1 , og vis at de er løsninger til ligningen:

$$z^5 + z = 0.$$

Oppgave 2

Finn følgende integraler. Utregning må vises!

a) $\int (2x^{3/2} - \sin 2x) dx$. b) $\int (\ln x)^2 dx$. c) $\int (\ln x + 1)e^{x \ln x} dx$.

d) $\int \frac{x^2 - x}{(x^2 + 4)(x + 4)} dx$. e) $\int \sin^2 x dx$.

Oppgave 3

La f være gitt ved:

$$f(x) = 2 + x + \frac{4}{x}.$$

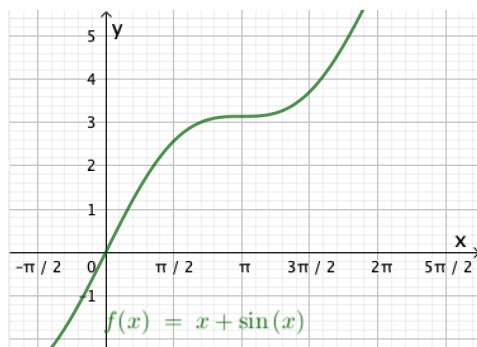
- Bestem monotoniegenskapene til $f(x)$, og finn alle (lokale) maks- og minimumspunkter.
- Bestem krumningsegenskapene til $f(x)$, og eventuelle vendepunkt.
- Funksjonen f har både en vertikal og en skrå asymptote, bestem ligningene for disse.

Oppgave 4

- Bruk metoden med integrerende faktor og finn den generelle løsningen til differensialligningen:

$$\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} = 1.$$

- La $f(x) = x + \sin x$, og la R være området under grafen til f , mellom $x = 0$ og $x = \pi$. Finn volumet av omdreiningslegmet som fremkommer ved å dreie R om y -aksen. (Grafen til funksjonen f er tegnet nedenfor.)



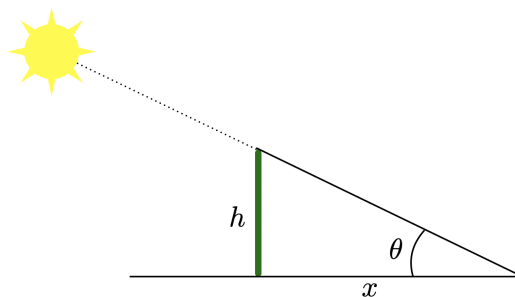
Oppgave 5

Bestem grensene dersom de eksisterer:

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x}{x - 1} \qquad \text{b) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x \ln x - x}{x^2 - 5x + 6}$$

Oppgave 6

Sanna Sola befinner seg på ei strand på de sydligere breddegrader. Sola skinner som gjør at ei loddrett flaggstang kaster en skygge i sanden. Vi antar at sola er på vei ned og vinkelen med horisonten er gitt ved θ (i radianer), flaggstanga er $h = 8$ (i meter) høy, og x er lengden (i meter) av skyggen til flaggstanga, se figur. Etter hvert som sola beveger seg nedover, vil skyggen bli lengre og lengere med ei fart $\frac{dx}{dt}$.



- a) Vis at sammenhengen mellom vinkelfarta, $\frac{d\theta}{dt}$, og farta av skyggen, $\frac{dx}{dt}$, er gitt ved

$$\frac{dx}{dt} = -\frac{x^2}{8 \cos^2 \theta} \frac{d\theta}{dt}.$$

- b) Hva er farta til skyggen hvis vi antar at $\frac{d\theta}{dt} = -\frac{\pi}{12}$ når $\theta = \frac{\pi}{6}$?

♡ Lykke Til! ♡