

MAT100 - Matematiske metoder 1

Obligatorisk innlevering I

Frist: Fredag 20. september, kl.2359
Lever inn én, og kun én, pdf-fil på Canvas

Oppgave 1

a) Regn ut og skriv på kartesisk form:

$$1) (1 + 3i)(-1 + 2i) \qquad 2) \frac{4 + 7i}{3 + 2i}$$

b) Skriv følgende tall på eksponentiell form: $-3 + 3i$ og $\sqrt{3} + i$.
Tegn de inn i det komplekse plan.

c) Finn alle 3.-røttene til $-2 + 2i$.
Skriv røttene på eksponentiell form og tegn de inn i det komplekse plan.

Oppgave 2

La $z = 3e^{i\frac{\pi}{4}}$ og $w = e^{-i\frac{\pi}{3}}$. Regn ut: $|zw|$, $z^2\bar{w}$ og z^3/w^9 . Skriv svarene på kartesisk form.

Oppgave 3

Avgjør om følgende funksjoner er kontinuert for alle $x \in \mathbb{R}$.

$$a) f(x) = \begin{cases} \frac{2\sin x}{x}, & x \neq 0 \\ 1, & x = 0. \end{cases} \qquad b) g(x) = \begin{cases} \frac{x^2-6x+8}{x-2}, & x \neq 2 \\ -2, & x = 2. \end{cases}$$

Oppgave 4

Regn ut grenseverdiene:

- a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{x - 1},$
- b) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^4 - 1}{x^2 - 2x - 3},$
- c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + 4} - 2}{x^2 + x},$
- d) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^4 + 2x^2 + 1}{3x^4 - 2x^3 + 50x - 1}$
- e) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{x^2 - 3x} - \sqrt{x^2 + 1} \right).$

Oppgave 5

- a) Vis at ligningen

$$\cos x - x = 0$$

har en løsning for $0 < x < 1$. (Du trenger ikke finne løsningen, det holder at du viser at den eksisterer).

- b) Ei kurve er gitt implisitt ved ligningen:

$$x^5 + y^5 = 4x^3y + 1.$$

Bruk implisitt derivasjon til å finne uttrykk for den deriverte $\frac{dy}{dx}$. Bruk dette til å bestemme ligningen til tangenten til kurva i punktet $P(2, 1)$.

Oppgave 6

Vi har differensialligningen

$$y'' + 2y' + 10y = 0.$$

- a) Finn den generelle løsningen på differensialligningen.
- b) Finn den løsningen som tilfredstiller initialbetingelsene:

$$y(0) = 2, \quad y'(0) = 3.$$