

MAT100 - Matematiske metoder 1
∫ Obligatorisk innlevering III ∫

∫ Frist: Fredag 1. november, kl.23.59 ∫

Oppgave 1

Finn integralene (her må dere vise utregninga!):

- a) $\int \ln x dx$
- b) $\int x \cos x dx$
- c) $\int \frac{x+1}{x^2+2x+2} dx$
- d) $\int \frac{e^x}{2e^x+5} dx$
- e) $\int \frac{1}{x(2+\ln x)} dx$
- f) $\int e^x \sin(3x) dx$
- g) $\int \frac{3x^2-2x-3}{(x-2)(x^2+1)} dx$
- h) $\int \sin^3 x dx$

Oppgave 2

Vi definerer funksjonene:

$$f(x) = \frac{1}{2}(e^x + e^{-x}), \quad g(x) = x^2$$

- a) Bestem arealet mellom grafene på intervallet $[-1, 1]$.
- b) Bestem volumet av omdreiningslegmet som fremkommer ved å dreie $f(x)$ på intervallet $[-1, 1]$ om x -aksen.

Oppgave 3

Finn de bestemte integralene (vis utregning!):

$$\text{a) } \int_1^e x^2 (\ln x)^2 dx, \quad \text{b) } \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{\sin x} \cos x dx, \quad \text{c) } \int_{-1}^1 \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx$$

Oppgave 4

Her skal vi løse integralet:

$$I = \int \frac{1}{(e^x + 1)^2} dx$$

a) Bruk substitusjonen $u = e^x$ til å vise at integralet kan skrives:

$$I = \int \frac{1}{u(u+1)^2} du$$

b) Bruk a) til å finne integralet

$$\int \frac{1}{(e^x + 1)^2} dx.$$

Oppgave 5

Her skal vi bruke en $x = \tan \frac{\theta}{2}$ substitusjon. Vi husker selvfølgelig at:

$$\sin \theta = \frac{2x}{1+x^2}, \quad \cos \theta = \frac{1-x^2}{1+x^2}.$$

a) Regn først ut følgende integral:

$$\int \frac{1-x^2}{(1+x^2)(x^2+9)} dx.$$

b) Bruk så $x = \tan \frac{\theta}{2}$ til å finne integralet:

$$\int \frac{\cos \theta}{5 + 4 \cos \theta} d\theta.$$

$\int \int \int \iint \iint \iiint \iint \iint \iint \int \int \int$