ResTek1—Løsning Øving 1

Oppgave 1

$V_p = (297.0 - 259.2)/1 = 37.8$ cm^3
$V_b = (297.0 - 161.4)/1 = 135.6$ cm^3
$V_m = V_b - V_p = 135.6 - 37.8 = 97.8$ cm^3
$\phi = 37.8/135.6 = 0.28$.
Tetthet av matrise er $\rho_m = 259.2/97.8 = 2.65$ g/cm^3; det vil si sandstein. Dette er effektiv porøsitet.

Oppgave 2

Vekten av kalkstein er $2734 - 800 = 1934$ g
Volum av kalkstein er, $V_m = 1934/2.71 = 714$ cm^3
$V_b = 714 + 500 = 1214$ cm^3
$\phi = 500/1214 \times 100\% = 41\%$.
Dette er total porøsitet.

Oppgave 3

Volum av dolomitt, $V_m = 4714/2.87 = 1640$ cm^3
$V_p = V_b - V_m = 2500 - 1640 = 860$ cm^3
$\phi = 860/2500 \times 100\% = 34.3\%$
Dette er total ϕ.

Oppgave 4

La et bulkvolum V_b fylles med et antall i av sandtyper, $i = 1, 2, 3, \ldots, N$, hver med uniform kornfordeling og sortert slik at kornene til type 2 går inn i porevolumet til type 1, kornene til type 3 går inn mellom kornene til type 2, osv. Da blir generelt $V_{b(i+1)} = V_{pi} = V_{bi}\phi_i = V_{p(i-1)}\phi_i$. Dette er et rekursjonsuttrykk som gir:

$V_{p1} = V_b\phi_1$
$V_{p2} = V_{p1}\phi_2 = V_b\phi_1\phi_2$
$V_{p3} = V_{p2}\phi_3 = V_{p1}\phi_2\phi_3 = V_b\phi_1\phi_2\phi_3$
$\cdots,$

slik at porevolumet V_p til blandingen blir

$$V_p \equiv V_{pN} = V_b \prod_{i=1}^{N} \phi_i,$$

og porøsiteten ϕ til blandingen,

$$\phi = \prod_{i=1}^{N} \phi_i.$$

Med tre sandtyper som oppgitt i oppgaven blir altså porøsiteten til blandingen lik produktet av de tre porøsitene, $\phi = 0.30 \times 0.38 \times 0.33 = 0.038$.

Oppgave 5

Bruker reaksjonsligningen og de tilhørende molvekter:

$$\begin{array}{lcl} 2CaCO_3 + Mg^{2+} & \rightleftharpoons & CaMg(CO_3)_2 + Ca^{2+} \\ 2(40 + 12 + 48) & \rightleftharpoons & (40 + 24.3 + 2(12 + 3(16))) \\ 200\ \text{g} & \rightleftharpoons & 184.3\ \text{g}. \end{array}$$

De tilhørende volumer finner en ved bruk av tetthetene. Tetthet av kalsitt er 2.71 g/cc og volum kalsitt blir 200/2.71 = 73.8 cc. Tetthet av dolomitt er 2.87 g/cc og volum dolomitt blir 184.3/2.87 = 64.2 cc. Den prosentvise volumendring blir da (73.8 - 64.2)/73.8 = 0.13, altså 13%.

ResTek1—Løsning Øving 2

Oppgave 1

En atmosfære er lik 14.696 lb_f/in^2 hvor lb_f er "pund-kraft" i motsetning til lb_m som er "pund-masse." Samme enhet, "pund" brukes altså både om kraft og masse og en indeks må til for å skille. [Det samme kan en fremdeles støte på med enheten "kg" på norsk.] Forkortelsen "in" står for "inches." Et lb_m er lik 0.4536 kg og et lb_f er lik $0.4536 \times 10^3 \times 980$ dyn. En dyn er lik 1 g· cm/s^2, kraftenheten i cgs-systemet, og tyngdens akselerasjon er satt til 980 cm/s^2. Dessuten er en tomme (inch) nøyaktig lik 2.54 cm. Da får vi at

$$1 \text{ atm} \sim \frac{14.696 \times 0.4536 \times 10^3 \times 980}{2.54^2} = 1.013 \times 10^6 \text{dyn/cm}^2.$$

Oppgave 2

$$q \frac{[\text{bbl}]159 \cdot 10^3 \dfrac{[\text{cm}^3]}{[\text{bbl}]}}{[\text{day}]86400 \dfrac{[\text{sec}]}{[\text{day}]}} \rightarrow \frac{k[\text{md}]10^{-3} \dfrac{[\text{D}]}{[\text{md}]}}{\mu} \frac{A[\text{ft}^2]9.2903 \cdot 10^2 \dfrac{[\text{cm}^2]}{[\text{ft}^2]}}{L[\text{ft}]30.48 \dfrac{[\text{cm}]}{[\text{ft}]}} \times$$

$$\Delta p[\text{psi}] \cdot 6.8046 \cdot 10^{-2} \frac{[\text{atm}]}{[\text{psi}]},$$

som ordnet gir

$$q = 0.001127 \frac{k}{\mu} \frac{A \Delta p}{L}.$$

Oppgave 3

Vi starter med Darcy's lov (i Darcy enheter) på generell form,

$$u_s = -\frac{k}{\mu} \left(\frac{dp}{ds} + \frac{\rho g}{1.0133 \cdot 10^6} \frac{dz}{ds} \right),$$

hvor s avstanden målt langs en valgt strømretning, alltid positiv, og z er høydenivå. For horisontal, radiell strøm inn mot en brønn er $dz/ds = 0$, og $ds = dr$, hvor r er radius. Videre er $u_r = q/A$, hvor tverrsnittsarealet A er gitt ved $A = 2\pi r h$, og q er den konstante raten ved stasjonære forhold. Da har vi

$$\frac{q}{2\pi h} \int_{r_w}^{r_e} \frac{dr}{r} = -\frac{k}{\mu} \int_{p_w}^{p_e} dp,$$

og siden $\int (dr/r) = \ln r$ pluss en konstant, så får vi, innsatt grenser,

$$q = -\frac{2\pi kh(p_e - p_w)}{\mu \ln(r_e/r_w)}.$$

Vi ser at om $p_e > p_w$ så vil q bli et negativt tall. Dette er vanlig i anvendt matematikk, at et kildeledd er et negativt tall dersom det tas ut masse og et positivt tall dersom det sendes inn masse. I reservoarteknikk oppgir en likevel som oftest produksjonsrater som positive tall og bruker uttrykket ovenfor uten det negative fortegnet. Dette er selvfølgelig greitt sålenge det ikke fører til misforståelser.

For ideell gass kan vi ikke anta inkompressibilitet men bruker at (1) $q_b\rho_b = q\rho$, masseraten er konstant, og (2) $p/\rho = p_b/\rho_b$ fra ideell gasslov. Ellers blir utledningen helt tilsvarende som for inkompressibel væske, og vi får (når vi neglisjerer fortegnet),

$$q_b = \frac{\pi kh(p_e^2 - p_w^2)}{\mu p_b \ln(r_e/r_w)},$$

hvor indeks b angir basisforhold, gitt av valgte verdier for trykk og temperatur.

Oppgave 4

Poiseuille's lov for rette rør lyder

$$v = -\frac{d^2}{32}\frac{\Delta p}{\mu \Delta L}.$$

Her er

v = fluidhastighet, cm/s
d = diameter av rør, cm
Δp = trykkfall, dyn/cm^2
ΔL = lengde, cm
μ = viskositet, poise [= dyn $\cdot$ s/cm^2]

med v lik midlere hastighet i røret. [Inne i et rett rør er det tilnærmet en parabolsk hastighetsfordeling med størst hastighet i midten og null hastighet ved veggen.] Merk at viskositeten er i poise og ikke i centipoise. Dette er trykkfeil på dette punkt i læreboken "Petroleum Reservoir Engineering" av Amyx, Bass, Whiting, side 64. For korrekt uttrykk vises f.eks. til læreboken "Applied Petroleum Reservoir Engineering," av Craft and Hawkins, side 280. En poise er det samme som dyn $\cdot$ s/cm^2, og Poiseuille's lov er i konsistent sett av enheter, i cgs-systemet.

Darcy's lov er

$$u = -\frac{k}{\mu}\frac{\Delta p}{\Delta L},$$

eller

$$k = -\frac{u\mu\Delta L}{\Delta p}.$$

Denne loven er i et ikke-konsistent sett av enheter. Enhetene centipoise og atmosfærer må gjøres om til cgs-enheter og k i cgs-enheter finnes deretter av av ligningen ovenfor. Siden 1 cp = 0.01 dyn·s/cm^2 blir k = (1 cm/s· 0.01 dyn · s/cm^2 1 cm)/(1.0133·10^6 dyn/cm^2) = 9.86910^{-9} cm^2. Det vil si at 1 Darcy tilsvarer 9.86910^{-9} cm^2. Nå kan vi skrive Darcy's lov som

$$u = -\frac{k}{\mu}\frac{\Delta p}{\Delta L}$$

med de samme enheter som for Poiseuille's lov og med k i cm^2.

Darcy-hastigheten u er lik volumraten q delt på totaltverrsnittet A som er satt sammen av både åpne porekanaler og fast matrise. Hastigheten v i Poiseuille's ligning er volumraten som strømmer i røret delt på hele (det åpne) tverrsnittet av røret, altså midlere hastighet i røret.

Dersom porekanalene kan betraktes som like, rette rør med samme radius r, så vil et volum fluid qt injisert i tiden t ha kommet en lengde $\Delta L = vt$ inn i rørene og da fylle et porevolum $V_p = (A \cdot vt)\phi$. Bruker vi istedenfor Darcy-hastigheten, så får vi at samme porevolum blir $V_p = qt = uAt$. Dermed blir $v = u/\phi$ og ved sammenligning av Darcy's og Poiseuille's lover har vi at k/ϕ kan tilnærmes med $r^2/8$.

Hastigheten v er den hastigheten som et fluidelement beveger seg framover med inne i et porøst medium og kalles for "interstitial velocity" eller kanskje "porehastigheten" på norsk [*interstice:* A space, especially a small or narrow one, between things or parts]. Hastigheten u kalles "superficial" eller Darcy-hastighet [*superficial:* Apparent rather than actual or substantial: a superficial resemblance]. En videre diskusjon av dette kan finnes i boken til Larry Lake: "Enhanced Oil Recovery," avsnitt 3.1.

Tilnærmet har vi da at $k/\phi = d^2/32 = r^2/8$, med r i cm. En porekanal med radius r vil da tilsvare en permeabilitet k gitt ved

$$k[\text{md}] = \phi\frac{r^2[\text{cm}^2]\cdot 10^3}{8\cdot 9.869\cdot 10^{-9}},$$

eller $k[\text{md}] = 12.5\cdot 10^9\phi r^2[\text{cm}^2]$.

For N_2-gass er midlere fri veglengde $\lambda_g = 0.062810^{-4}$ cm ved 1 atm og 15 °C. Klinkenbergeffekten opptrer når $\lambda_g \sim r$, radius av porekanal. Innsatt gir dette $k = 0.5\phi$ md. Dette er kun en overslagsberegning av størrelsesordenen på den permeabilitet som gir Klinkenbergeffekt.

Oppgave 5

Først kan en bruke følgende uttrykk i Darcy-enheter,

$$k = \frac{2q_b\mu\Delta L p_b}{A(p_1^2 - p_2^2)}.$$

Med $p_1 = (55+13)/14.65 = 4.64$ atm, $p_2 = (20+13)/14.65 = 2.25$ atm, $q_b = 75$ cm^3/s, $L = 7.62$ cm, $\mu = 0.0185$ cp, $A = 11.4$ cm^2, får en

$$k = \frac{2 \times 75 \times 0.0185 \times 7.62 \times 1}{11.4 \times 16.46} = 0.113 \text{ D}.$$

Deretter kan en bruke

$$k = \frac{\overline{q}\mu\Delta L}{A(p_1 - p_2)},$$

som med $\overline{q} = (2p_b q_b)/(p_1 + p_2) = 21.77$ cm^3/s gir

$$k = \frac{21.77 \times 0.0185 \times 7.62}{11.4 \times 2.39} = 0.113 \text{ D}.$$

Oppgave 6

Darcy's lov for radielt system,

$$q = 7.082 \frac{kh(p_e - p_w)}{\mu \ln(r_e/r_w)},$$

med enhetene q: bbl/d, k: D, h: ft, p: psi, μ: cp, r: ft. Videre er 1 acre lik 43560 ft^2, $\pi r_e^2 = 20 \times 43560$ gir $r_e = 526.6$ ft og $r_w = 6$ in eller 0.5 ft. [Med dreneringsareal menes her det horisontale areal som brønnen drenerer reservoaret fra. Dreneringsareal multiplisert med høyden h gir dreneringsvolumet].

a)

$$p_w = p_e - \frac{q\mu \ln(r_e/r_w)}{7.082kh},$$

$$p_w = 5000 - \frac{175 \times 5 \times \ln(526.6/0.5)}{7.082 \times 0.075 \times 10} = 3853.5 \text{ psia}.$$

Det totale trykkfall Δp_{tot} blir da $5000 - 3853.5 = 1146.5$ psia.

b)

$$p(r = 5') = p_w + \frac{175 \times 5 \times \ln(5/0.5)}{7.082 \times 0.075 \times 10} = 4232.8 \text{ psia}.$$

Trykkfallet ut til 5 ft fra brønnen blir $\Delta p_{5'} = 4232.8 - 3853.5 = 379.3$ psia. Dette utgjør 33% av det totale trykkfall Δp_{tot}. Produktiviteten til en brønn vil derfor avhenge sterkt av eventuell formasjonsskade (f.eks. av boreslam) rundt brønnen.