Skisse til løsning
Eksamen i Reservoarteknikk
14. desember, 2006

Oppgave 3

a) Se forelesningene.

b) Fra Darcys lov,

$$u = \frac{k}{\mu}\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}r}$$

Darcy-hastigheten u er uttrykt ved $u_r = q/A$, hvor tverrsnittsarealet A er gitt ved $A = 2\pi rh$, og q er den konstante raten ved stasjonære forhold. Da har vi

$$\frac{q}{2\pi h}\int_{r_w}^{r_e}\frac{dr}{r} = \frac{k}{\mu}\int_{p_w}^{p_e} dp,$$

og siden $\int(dr/r) = \ln r$ pluss en konstant, så får vi, innsatt grenser,

$$q = \frac{2\pi kh(p_e - p_w)}{\mu \ln(r_e/r_w)}.$$

c)

$$q\frac{[\mathrm{bbl}]159\cdot 10^3\dfrac{[\mathrm{cm}^3]}{[\mathrm{bbl}]}}{[\mathrm{day}]86400\dfrac{[\mathrm{sec}]}{[\mathrm{day}]}} \quad\to\quad 2\pi\,\frac{k}{\mu}\frac{h[\mathrm{ft}]30.48\dfrac{[\mathrm{cm}]}{[\mathrm{ft}]}}{\ln\left(\dfrac{r_e}{r_w}\right)}\times$$
$$\Delta p[\mathrm{psi}]\cdot 6.8046\cdot 10^{-2}\frac{[\mathrm{atm}]}{[\mathrm{psi}]},$$

som ordnet gir

$$q = 7.082\frac{kh\Delta p}{\mu \ln\left(\dfrac{r_e}{r_w}\right)}.$$

d) Trykkfallet fra radius r inn mot en brønn er gitt ved (i Darcy-enheter):

$$\Delta p = \frac{q\mu}{2\pi kh} \ln \frac{r}{r_w},$$

med k lik permeabiliteten til uskadet formasjon. Dersom en brønn er skadet ut til en radius r_s med permeabilitet k_s, så defineres skinfaktoren S ved at

$$\Delta p_{\text{skin}} = S\frac{q\mu}{2\pi kh},$$

hvor Δp_{skin} er det ekstra trykkfallet som ligger over den skadete sone,

$$\Delta p_{\text{skin}} = \frac{q\mu}{2\pi h}\left[\frac{\ln(r_s/r_w)}{k_s} - \frac{\ln(r_s/r_w)}{k}\right],$$

og altså

$$\begin{aligned} S &= k\left[\frac{\ln(r_s/r_w)}{k_s} - \frac{\ln(r_s/r_w)}{k}\right] \\ &= \frac{k-k_s}{k_s}\ln(r_s/r_w). \end{aligned}$$

e) Vi finner først midlere permeabilitet $\bar{k}$,

$$\bar{k} = \frac{\ln(r_e/r_w)}{\dfrac{\ln(r_e/r_s)}{k} + \dfrac{\ln(r_s/r_w)}{k_s}} = \frac{6.49}{0.017+0.060} = 83.88.$$

$$p_e = p_w + \frac{q\mu\ln(r_e/r_w)}{7.082\bar{k}h} = 2000 + \frac{100\cdot 5\cdot \ln(330/0.5)}{7.082\cdot 0.084\cdot 20} = 2273 \text{ psia}.$$

Videre er

$$S = \frac{k-k_s}{k_s}\ln\frac{r_s}{r_w} = \frac{200-50}{50}\ln(10/0.5) = +9.0.$$

Vi kan også finne p_e ved først å regne ut $S = 9.0$ og så bruke at

$$p_e = p_w + \frac{q\mu(\ln(r_e/r_w)+S)}{7.082kh},$$

hvor $k = 200$ md, permeabilitet til uskadd formasjon. Dette gir også at $p_e = 2273$ psia, selvfølgelig.

Oppgave 4

a) $R_s = \Delta V_{ogs}/\Delta V_{oos}$; $B_o = \Delta V_{or}/\Delta V_{oos}$; $B_g = \Delta V_{gr}/\Delta V_{ggs}$; $r_s = \Delta V_{gos}/\Delta V_{ggs}$; $R = (\Delta V_{ggs} + \Delta V_{ogs})/(\Delta V_{oos} + \Delta V_{gos})$.

b) $\Delta V_{or} = B_o$, $\Delta V_{gr} = (R - R_s)B_g$.

c) Vi uttrykker overflatevolumene N_p og G_p ved reservoarvolumene V_{or} og V_{gr} samt volumfaktorer og får

$$\begin{aligned} N_p &= V_{gos} + V_{oos} = r_s V_{ggs} + V_{or}/B_o = r_s V_{gr}/B_g + V_{or}/B_o \\ G_p &= V_{ogs} + V_{ggs} = R_s V_{oos} + V_{gr}/B_g = R_s V_{or}/B_o + V_{gr}/B_g. \end{aligned}$$

Dette er to ligninger med to ukjente, som gir

$$V_{or} = \frac{N_p - r_s G_p}{1 - r_s R_s} B_o,$$

og

$$V_{gr} = \frac{G_p - R_s N_p}{1 - r_s R_s} B_g.$$

Ved summasjon får en oppgitt uttrykk.

d) Standard oppskrift på materialbalanseligningen er å sette produsert volum lik ekspandert volum, begge regnet i reservoarvolum ved trykk p. Produksjonen er funnet under spm. c). Ekspansjon av olje ned til trykk p er $N(B_o - B_{oi})$ (rb), og ekspansjon av oppløst gass er $N(R_{si} - R_s)B_g$ (rb). Dermed får vi

$$\frac{(N_p - r_s G_p)B_o + (G_p - R_s N_p)B_g}{1 - r_s R_s} = N(B_o - B_{oi}) + N(R_{si} - R_s)B_g.$$

og ordnet

$$N = \frac{(N_p - r_s G_p)B_o + (G_p - R_s N_p)B_g}{(1 - r_s R_s)[(B_o - B_{oi}) + (R_{si} - R_s)B_g]}.$$

Merknad til oppg. 4d) I uttrykkene for de ekspanderte volum av olje og gass ovenfor, som også er oppgitt i oppgaveteksten, er det ikke tatt hensyn til olje oppløst i gassen. Det er altså antatt at r_s kan settes lik 0 i ekspansjonsleddene. Uten denne antagelsen kan ekspansjonen utledes på følgende måte.

$$\begin{array}{rl} \text{Reservoarvolum olje ved } p_i & V_{oi} = N B_{oi} \\ \text{Reservoarvolum gass ved } p_i & V_{gi} = 0 \end{array}$$

Ved ekspansjon ned til trykk $p < p_b$ er det blitt utviklet fri gass som opptar et reservoarvolum som vi kan kalle V_g. Oljefasen har avgitt gass og opptar nå et reservoarvolum som vi setter lik V_o. Overflatevolum olje opprinnelig tilstede, OOIP, betegnet med N, befant seg opprinnelig i oljefasen siden det ikke var fri gass tilstede. Ved trykk $p < p_b$ vil oljevolumet N være delt mellom gassfasen og oljefasen. Overflatevolum olje i V_g er gitt ved $(V_g/B_g)r_s$ og overflatevolum gass i V_o er $(V_o/B_o)R_s$. Da får vi følgende to ligninger

$$\begin{aligned} V_o &= (N - V_g r_s/B_g)B_o \\ V_g &= (N R_{si} - V_o R_s/B_o)B_g. \end{aligned}$$

Uttrykket for V_g i den nedre ligningen setter vi inn i den øvre, løser for V_o og får

$$V_o = N B_o \frac{1 - R_{si} r_s}{1 - r_s R_s}.$$

Denne verdien settes så inn i uttrykket for V_g og vi får

$$V_g = N B_g \frac{R_{si} - R_s}{1 - r_s R_s}.$$

Ekspansjonen av olje og oppløst gass kan nå regnes ut som $(V_o + V_g) - (V_{oi} + V_{gi})$, og med $V_{oi} = N B_{oi}$ og $V_{gi} = 0$ siden $p_i > p_b$, får vi at ekspansjonen er lik

$$\begin{aligned} & N B_o \frac{1 - R_{si} r_s}{1 - r_s R_s} + N B_g \frac{R_{si} - R_s}{1 - r_s R_s} - N B_{oi} \\ &= \frac{N}{1 - r_s R_s} \left[(B_o - B_{oi}) + (B_{oi} R_s - B_o R_{si}) r_s + B_g (R_{si} - R_s) \right]. \end{aligned}$$

Materialbalanseligningen fås nå ved å sette produksjonen lik ekspansjonen,

$$\begin{aligned} \frac{(N_p - r_s G_p)B_o + (G_p - R_s N_p)B_g}{1 - r_s R_s} = & \frac{N}{1 - r_s R_s} [(B_o - B_{oi}) \\ & + (B_{oi} R_s - B_o R_{si}) r_s + B_g (R_{si} - R_s)] \end{aligned}$$

og dermed

$$N = \frac{(N_p - r_s G_p)B_o + (G_p - R_s N_p)B_g}{(B_o - B_{oi}) + (B_{oi} R_s - B_o R_{si}) r_s + B_g (R_{si} - R_s)}.$$

Denne materialbalanseligningen er tilsvarende utledet i disse artiklene

- Walsh, M.P.: "A Generalized Approach to Reservoir Material Balance Calculations," The Journal of Canadian Petroleum Technology, Volume 34, No. 1, January 1995, pp 55–61.

- Walsh, M.P., Ansah, J., and Raghavan, R.: "The New, Generalized Material Balance as an Equation of a Straight Line: Part 1—Applications to Undersaturated, Volumetric Reservoirs," paper SPE 27684 presented at the 1994 SPE Permian Basin Oil and Gas Recovery Conference, Midland, Texas,16–18 March 1994.

- Walsh, M.P., Ansah, J., and Raghavan, R.: "The New, Generalized Material Balance as an Equation of a Straight Line: Part 2—Application to Saturated and Non-Volumetric Reservoirs," paper SPE 27728 presented at the 1994 SPE Permian Basin Oil and Gas Recovery Conference, Midland, Texas,16–18 March 1994.

e) Vi ser på de to tilfellene (1) med $r_s = 28 \cdot 10^{-6}$ og (2) med $r_s = 0$:

$$
\begin{aligned}
N &= \frac{(N_p - r_s G_p)B_o + (G_p - R_s N_p)B_g}{(1 - r_s R_s)[(B_o - B_{oi}) + (R_{si} - R_s)B_g]} \\
&= t/n \\
t1 &= (555.489 \cdot 10^6 - 28 \cdot 10^{-6} \cdot 2.076158 \cdot 10^{12})1.455 \\
&\quad + (2.076158 \cdot 10^{12} - 610 \cdot 555.489 \cdot 10^6)0.00083 \\
n1 &= (1 - 28 \cdot 10^{-6} \cdot 610)[(1.455 - 1.990) + (1550 - 610) \cdot 0.00083] \\
N1 &= t1/n1 = 0.89855 \cdot 10^{10}\text{stb} \\
t2 &= 555.489 \cdot 10^6 \cdot 1.455 + (2.076158 \cdot 10^{12} - 610 \cdot 555.489 \cdot 10^6) \cdot 0.00083 \\
n2 &= (1.455 - 1.990) + (1550 - 610) \cdot 0.00083 \\
N2 &= t2/n2 = 0.91770 \cdot 10^{10}\text{stb}
\end{aligned}
$$

Og feilen er $(N2 - N1)/N1 \cdot 100\%$ = 2.1%.

Merknad til oppg. 4e) Dersom vi tar hensyn til at olje også kan være oppløst i det ekspanderte volum av oppløst gass, slik som beskrevet i Merknad til oppg. 4d, så blir $t1$ den samme mens $n1$ blir modifisert. Revidert versjon, $n1_r$, blir $n1_r = (1.455 - 1.990) + (1.990 \cdot 610 - 1.455 \cdot 1550) \cdot 28 \cdot 10^{-6} + (1550 - 610) \cdot 0.00083)$ og $N1_r = t1/n1_r = 10.0^{10}$stb. Det gir en feil på $(N2 - N1_r)/N1_r \cdot 100\%$ = -8.45%.