Universitetet i Stavanger

DET TEKNISK – NATURVITENSKAPELIGE FAKULTET

Eksamen i fag BIT 100	:	FYSIKK
Tid for eksamen	:	Mandag 5. desember 2011. kl. 0900 - 1400 .
Tillatte hjelpemidler	:	Bestemt enkel kalkulator.
Vedlagt	:	BIT100 Fysikk – formelark (s. 7–8). Tabell over treghetsmomenter til noen homogene stive legemer (s. 9).

Oppgavesettet består av 6 oppgaver på 6 sider.

LYKKE TIL!

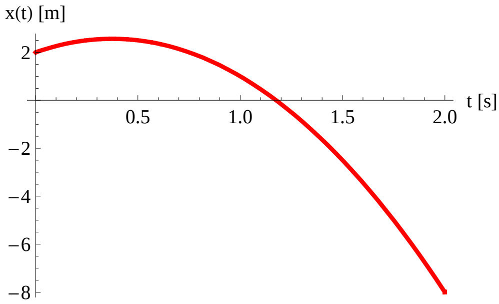
$\boxed{\text{For tyngdens akselerasjon, } g\text{, nyttes verdien } g = 9.80\,\mathrm{m/s^2}.}$

OPPGAVE 1.

En partikkel beveger seg langs x-aksen. Dens posisjon som funksjon av tiden, er gitt ved ligningen:

$$x = x(t) = (2.00\,\mathrm{m}) + (3.00\,\mathrm{m/s})\,t - (4.00\,\mathrm{m/s^2})\,t^2$$

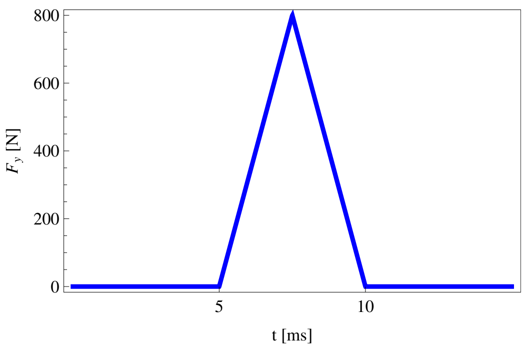
Figur 1 viser et plott av $x(t)$ for $t \in (0.00, 2.00)\,\mathrm{s}$.



Figur 1:

(a) Bestem partikkelens posisjon når bevegelsesretningen snur.

En gummiball kastes nedover langs loddlinjen mot et hardt gulv. Ballens masse er 100 g og den treffer gulvet med farten 11.0 m/s. Figur 2 viser en modell for kraften som ballen erfarer fra underlaget. Kraften varer over et tidsrom på 5.00 ms. Ballen spretter opp fra bakken. Vi kan neglisjere effekten av tyngdekraften under støtet med bakken.



Figur 2:

(b) Hvor høyt over bakken når ballen?

OPPGAVE 2.

En partikkel beveger seg i en horisontal sirkelbane med *konstant* banefart v. Bevegelsen er rettet *mot* klokken. Sirkelens radius er gitt symbolet r.

Ved tidspunktet $t_1 = 2.00\,\mathrm{s}$ er akselerasjonsvektoren $\vec{\mathbf{a}} = \vec{\mathbf{a}}_1$ gitt som:

$$\vec{\mathbf{a}}_1 = (6.00\,\mathrm{m/s^2})\,\hat{\imath} + (4.00\,\mathrm{m/s^2})\,\hat{\jmath}$$

Ved tidspunktet $t_2 = 5.00\,\mathrm{s}$ er akselerasjonsvektoren $\vec{\mathbf{a}} = \vec{\mathbf{a}}_2$ gitt som:

$$\vec{\mathbf{a}}_2 = (4.00\,\mathrm{m/s^2})\,\hat{\imath} - (6.00\,\mathrm{m/s^2})\,\hat{\jmath}$$

(a) Vis at vektorene $\vec{\mathbf{a}}_1$ og $\vec{\mathbf{a}}_2$ står vinkelrett (normalt) på hverandre.

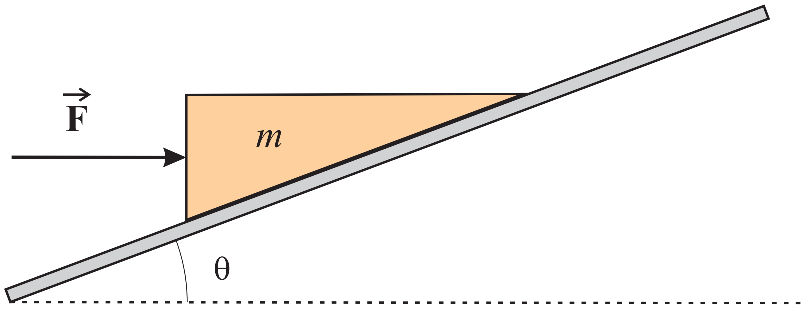
Angi på en figur partikkelens posisjon i sirkelbanen ved tidspunktene t_1 og t_2. (Sirkelbanen kan tegnes med en fritt valgt radius.)

I tidsintervallet $\Delta t = t_2 - t_1$ har partikkelen beveget seg 3/4 av sirkelens omkrets.

(b) Bestem aktuelle verdier for sentripetalakselerasjonens størrelse, a_c, for baneradien, r, og for banefarten, v.

OPPGAVE 3.

En kile med massen $m = 37.7\,\text{kg}$ er plassert på et skråplan som danner vinkelen $\theta = 20.5°$ med horisontalen, se figur 3.



Figur 3:

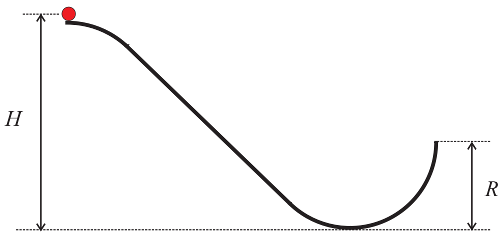
Kraften, $\vec{\mathbf{F}}$, som anvendes på kilen virker i horisontal retning.
Kraftens størrelse er $|\vec{\mathbf{F}}| = 310\,\text{N}$.
Kinetisk friksjonskoeffisient mellom kilen og underlaget er $\mu_k = 0.171$.
Kilen beveger seg oppover langs skråplanet.

(a) Tegn frilegemediagram for kilen.

(b) Bestem kilens akselerasjon langs skråplanet.

OPPGAVE 4.

En kule med masse m og radius r begynner å rulle, uten å skli, nedover langs banen som er vist i figur 4.

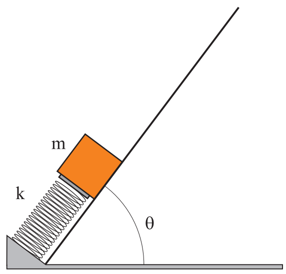


Figur 4:

Kulen starter sin bevegelse i en høyde $H = 6.00\,\mathrm{m}$ over bakkenivå og den forlater banen i en høyde $R = 2.50\,\mathrm{m}$. Kulen beveger seg vertikalt etter at den har forlatt banen.

(a) Hvor høyt over bakkenivå vil kulen nå i sin videre bevegelse ?

Skråplanet som er vist i figur 5, danner en vinkel $\theta = 53.1°$ med horsiontalen.



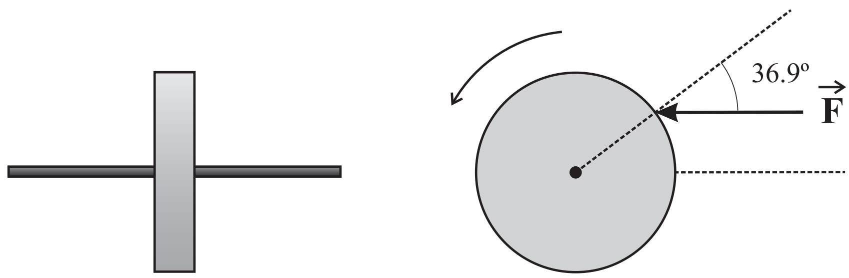
Figur 5:

En pakke med masse $m = 2.00\,\mathrm{kg}$ holdes i ro på skråplanet mot en fjær med kraftkonstant $k = 2.40\,\mathrm{kN/m}$. Fjæren er da sammentrykket 15.0 cm. Kinetisk friksjonskoeffisient mellom pakke og skråplan er $\mu_k = 0.200$. Fjærens masse er neglisjerbar. Systemet frigjøres og pakken sklir oppover skråplanet.

(b) Bestem hvor langt pakken har beveget seg *langs* skråplanet når den første gang kommer momentant til ro.

OPPGAVE 5.

En slipeskive har massen 14.0 kg og dens diameter er 30.0 cm. Skiven kan rotere om en horisontal aksling som vist i figur 6.



Figur 6:

Under rotasjon vil det eksistere en friksjonskraft mellom skiven og akslingen.

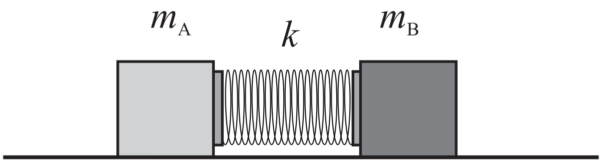
Skiven er opprinnelig i ro. En konstant kraft, $\vec{\mathbf{F}}$, som har størrelsen 70.0 N, anvendes så på skivekanten. Kraftens retning er angitt på figuren.
Etter at denne kraften har virket over et tidsrom $\Delta t = 2.00\,\mathrm{s}$, reduseres dens størrelse øyeblikkelig til 28.0 N. Skiven roterer deretter med konstant vinkelhastighet.

(a) Hva er størrelsen på kraftmomentet som skiven erfarer på grunn av friksjon mot akslingen ?

(b) Bestem skivens vinkelhastighet etter 2.00 s.

OPPGAVE 6.

De to blokkene A og B, som er vist i figur 7, har henholdsvis massene $m_A = 1.00\,\text{kg}$ og $m_B = 3.00\,\text{kg}$. De er plassert på et horisontalt, friksjonsløst underlag.

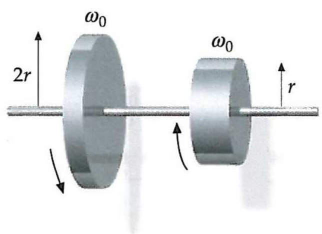


Figur 7:

Blokkene holdes i ro med en fjær spent mellom seg. Fjæren er presset sammen 3.00 cm i forhold til dens lengde i likevekt. Fjærens kraftkonstant, k, har verdien 2.13 kN/m. Systemet frigjøres. Fjæren, som har en neglisjerbar masse, faller ned på underlaget etter at den har utvidet seg. Det er ikke noe energitap under utløsningen av fjæren.

(a) Hva er farten til hver blokk i det øyeblikket de beveger seg fritt uten påvirkning av fjæren?

De to skivene, som er vist i figur 8, har samme masse, men ulike radier ($2r$ og r). De roterer i motsatt retning, men med samme omløpstid, om en friksjonløs aksling. Absoluttverdien av rotasjonshastighetene betegnes ved symbolet ω_0.



Figur 8:

De to skivene skyves sakte mot hverandre. Når kontakt oppstår, vil friksjonen mellom skivene medføre at de ender opp i en slutt-tilstand med felles rotasjonshastighet.

(b) Bestem et uttrykk for denne felles rotasjonshastigheten.

BIT100 Fysikk – formelark

Rotasjon om en fast akse	**Éndimensjonal bevegelse**
Vinkelhastighet $\omega = \frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}$	Hastighet $v = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$
Vinkelakselerasjon $\alpha = \frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t}$	Akselerasjon $a = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$
Resultantmoment $I\,\alpha = \sum_k \tau_k$	Resultantkraft $m\,a = \sum_k F_k$
$\alpha = \text{konstant} \begin{cases} \omega_f = \omega_i + \alpha\, t \\ \theta_f = \theta_i + \omega_i\, t + \frac{1}{2}\alpha\, t^2 \\ \omega_f^2 = \omega_i^2 + 2\,\alpha\,(\theta_f - \theta_i) \\ \theta_f = \theta_i + \frac{1}{2}\,(\omega_i + \omega_f)\, t \end{cases}$	$a = \text{konstant} \begin{cases} v_f = v_i + a\, t \\ x_f = x_i + v_i\, t + \frac{1}{2} a\, t^2 \\ v_f^2 = v_i^2 + 2\,a\,(x_f - x_i) \\ x_f = x_i + \frac{1}{2}\,(v_i + v_f)\, t \end{cases}$
Arbeid $W = \int_{\theta_i}^{\theta_f} \tau\,\mathrm{d}\theta$	Arbeid $W = \int_{x_i}^{x_f} F\,\mathrm{d}x$
Kinetisk energi $K = \frac{1}{2}\,I\,\omega^2$	Kinetisk energi $K = \frac{1}{2}\,m\,v^2$
Effekt $\mathcal{P} = \tau\,\omega$	Effekt $\mathcal{P} = F\,v$
Spinn $L = I\,\omega$	Bevegelsesmengde $p = m\,v$
Spinnsatsen $\frac{\mathrm{d}L}{\mathrm{d}t} = \sum_k \tau_k$	Newtons 2. lov $\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}t} = \sum_k F_k$

Generelle sammenhenger	
Bevegelse med konstant akselerasjon	$\begin{cases} \vec{\mathbf{v}}_f = \vec{\mathbf{v}}_i + \vec{\mathbf{a}}\, t \\ \vec{\mathbf{r}}_f = \vec{\mathbf{r}}_i + \vec{\mathbf{v}}_i\, t + \frac{1}{2}\,\vec{\mathbf{a}}\, t^2 \end{cases}$
Newtons 2. lov	$m\,\vec{\mathbf{a}} = \sum_k \vec{\mathbf{F}}_k$
Arbeid	$W = \int \vec{\mathbf{F}} \cdot \mathrm{d}\vec{\mathbf{r}}$
Arbeid-kinetisk energi teoremet	$\Delta K = W$
Bevegelsesmengde	$\vec{\mathbf{p}} = m\,\vec{\mathbf{v}}$
Newtons 2. lov	$\frac{\mathrm{d}\vec{\mathbf{p}}}{\mathrm{d}t} = \sum_k \vec{\mathbf{F}}_k$
Impuls	$\vec{\mathbf{I}} = \int \vec{\mathbf{F}}\,\mathrm{d}t$
Impuls-bevegelsesmengde teoremet	$\Delta\vec{\mathbf{p}} = \vec{\mathbf{I}}$
Massesenter	$\vec{\mathbf{r}}_{\text{CM}} = \frac{1}{M}\int \vec{\mathbf{r}}\,\mathrm{d}m$
Treghetsmoment	$I = \int r^2\,\mathrm{d}m$
Steiners sats (parallellakseteoremet)	$I = I_{\text{CM}} + M\,D^2$
Kraftmoment	$\vec{\boldsymbol{\tau}} = \vec{\mathbf{r}} \times \vec{\mathbf{F}}$
Spinn	$\vec{\mathbf{L}} = \vec{\mathbf{r}} \times \vec{\mathbf{p}}$
Spinnsatsen	$\frac{\mathrm{d}\vec{\mathbf{L}}}{\mathrm{d}t} = \sum_k \vec{\boldsymbol{\tau}}_k$
Sirkelbevegelse	$s = r\,\theta,\ v = r\,\omega,\ a_c = r\,\omega^2,\ a_t = r\,\alpha$

Matematiske sammenhenger

Vektorrelasjoner	
Prikkprodukt	$\overrightarrow{\mathbf{A}} \cdot \overrightarrow{\mathbf{B}} = \lvert\overrightarrow{\mathbf{A}}\rvert \, \lvert\overrightarrow{\mathbf{B}}\rvert \cos\phi$
Absoluttverdi av kryssprodukt	$\lvert\overrightarrow{\mathbf{A}} \times \overrightarrow{\mathbf{B}}\rvert = \lvert\overrightarrow{\mathbf{A}}\rvert \, \lvert\overrightarrow{\mathbf{B}}\rvert \sin\phi$
Trigonometri	
Definisjoner	$\tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$
Identiteter	$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$
	$\sin 2\alpha = 2\,\sin\alpha\,\cos\alpha$
	$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha = 2\,\cos^2\alpha - 1 = 1 - 2\,\sin^2\alpha$
	$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha\,\cos\beta \pm \cos\alpha\,\sin\beta$
	$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha\,\cos\beta \mp \sin\alpha\,\sin\beta$
Deriverte	$\frac{\mathrm{d}\sin\alpha}{\mathrm{d}\alpha} = \cos\alpha$
	$\frac{\mathrm{d}\cos\alpha}{\mathrm{d}\alpha} = -\sin\alpha$
2. grads ligning	
Ligning	$a\,t^2 + b\,t + c = 0$
Løsning	$t = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4\,a\,c}}{2\,a}$
Ligningen for en rett linje	
Gitt to punkter på linjen	$y = y_1 + \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}\,(x - x_1)$

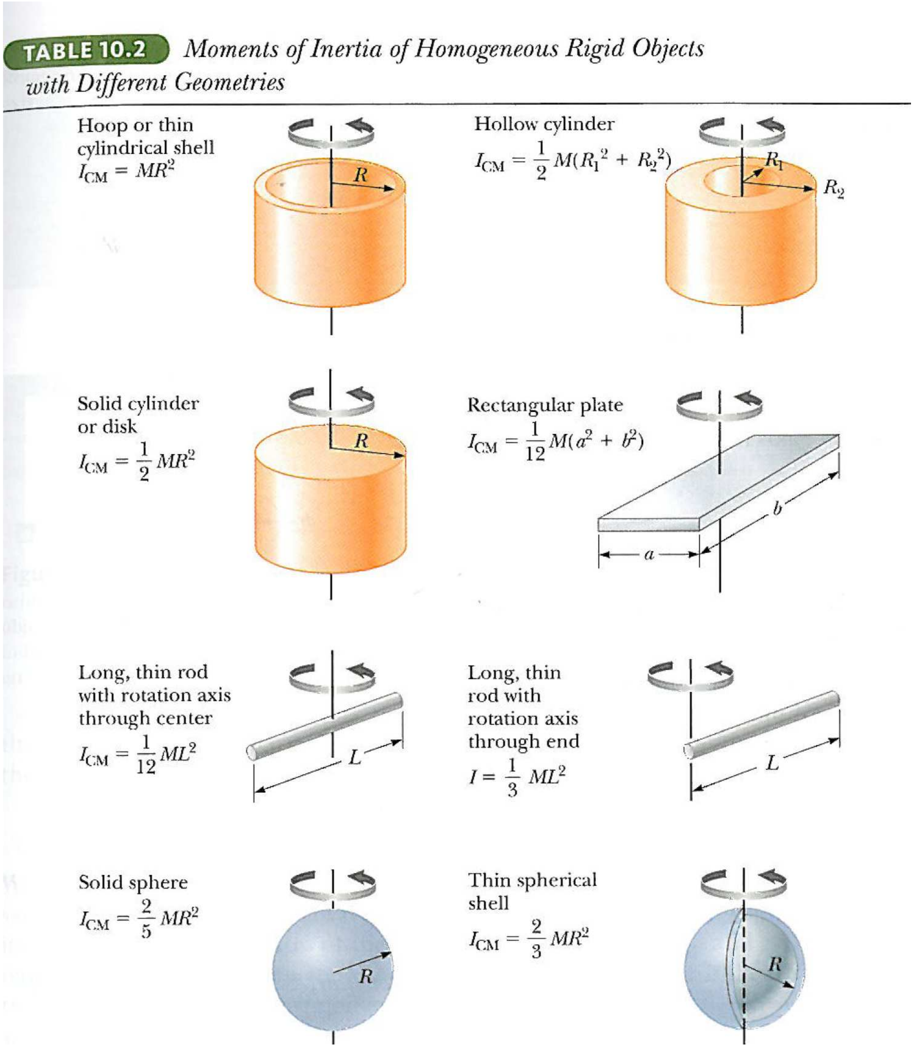


TABLE 10.2 *Moments of Inertia of Homogeneous Rigid Objects with Different Geometries*

Hoop or thin cylindrical shell	$I_{CM} = MR^2$
Hollow cylinder	$I_{CM} = \frac{1}{2}M(R_1^2 + R_2^2)$
Solid cylinder or disk	$I_{CM} = \frac{1}{2}MR^2$
Rectangular plate	$I_{CM} = \frac{1}{12}M(a^2 + b^2)$
Long, thin rod with rotation axis through center	$I_{CM} = \frac{1}{12}ML^2$
Long, thin rod with rotation axis through end	$I = \frac{1}{3}ML^2$
Solid sphere	$I_{CM} = \frac{2}{5}MR^2$
Thin spherical shell	$I_{CM} = \frac{2}{3}MR^2$

Treghetsmoment til homogene stive legemer.
Tabell fra Jewitt & Serway: *Physics for Scientists and Engineers* Volume 1.