Universitetet
i Stavanger

DET TEKNISK – NATURVITENSKAPELIGE FAKULTET

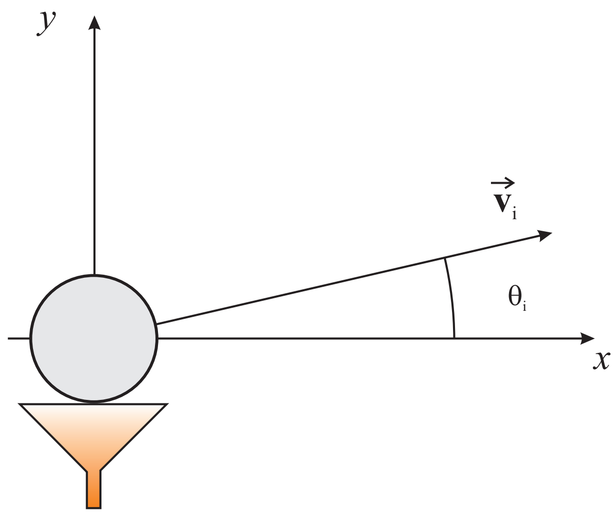
Eksamen i fag BIT 100	:	FYSIKK
Tid for eksamen	:	Tirsdag 5. mai 2009. kl. 0900 - 1400 .
Tillatte hjelpemidler	:	Bestemt enkel kalkulator.
Vedlagt	:	BIT100 Fysikk – formelark (s. 7–8).

Oppgavesettet består av 4 oppgaver på 6 sider.

LYKKE TIL!

OPPGAVE 1.

I denne oppgaven skal vi se litt nærmere på utslaget av en golfball. Golfballen har massen $m = 45.0\,\mathrm{g}$ og dens radius er $r = 2.00\,\mathrm{cm}$. Vi ser bort fra luftmotstand. Tyngdens akselerasjon, g, settes til $9.80\,\mathrm{m/s^2}$.



Figur 1: Utslaget av en golfball.

Golfballens horisontale bevegelse *etter* utslaget måles langs den gitte x-aksen. Utslaget gir golfballen begynnelsesfarten v_i. Tilhørende hastighetsvektor, $\vec{\mathbf{v}}_i$ danner vinkelen $\theta_i = 13.0^\circ$ med x-aksen (horisontalen). Golfballen lander nær hullet i en avstand $R = 219\,\mathrm{m}$ fra utslagspunktet. Utslagspunkt og nedslagspunkt har begge y-verdien: $y = 0\,\mathrm{m}$.

(a) Vis at slagets rekkevidde, R, er bestemt av begynnelsesfarten, v_i, og utslagsvinkelen, θ_i, ved uttrykket

$$R = \frac{v_i^2}{g}\sin 2\theta_i \ .$$

Bestem tallverdien for begynnelsesfarten fra de oppgitte data.

Golfballens bevegelse under selve utslaget kan betraktes som éndimensjonal langs den gitte hastighetsvektoren, $\vec{\mathbf{v}}_i$. Vi vil videre anta at kraften som golfballen utsettes for under utslaget er konstant, og at golfballen beveger seg (forskyves) en avstand svarende til sin radius i det tidsintervallet (kalt kollisjonstiden), Δt, den erfarer kraften fra golfkøllen.

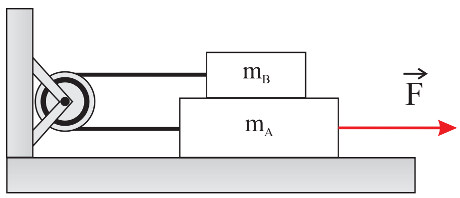
(b) Benytt impuls-bevegelsesmengde teoremet til å beregne impulsen som tilføres golfballen i utslaget.

(c) Bestem aktuell kollisjonstid mellom golfkølle og golfball.

(d) Bestem verdien til den konstante kraften som golfballen erfarer under utslaget.

OPPGAVE 2.

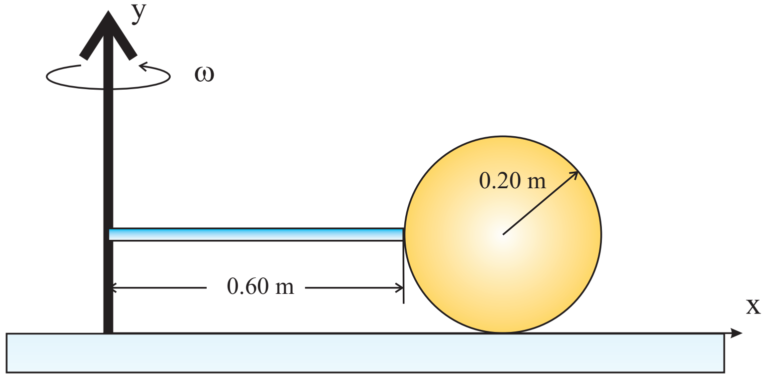
For tyngdens akselerasjon, g, nyttes verdien $g = 9.80\,\text{m/s}^2$ i denne oppgaven.



Figur 2: Analyse av statisk friksjon.

De to klossene, A og B, i figur 2 har henholdsvis massene $m_\text{A} = 5.00\,\text{kg}$ og $m_\text{B} = 3.00\,\text{kg}$. Kloss B er plassert oppå kloss A. Kloss A ligger på et horisontalt underlag. Statisk friksjonskoeffisient mellom kloss A og B samt mellom kloss A og underlaget er $\mu_s = 0.600$. De to klossene er forbundet med en ideell snor som ligger over en ideell masseløs og friksjonsløs trinse. På massen A virker en kraft $\vec{\mathbf{F}}$ i retning som angitt i figur 2.

(a) Tegn frilegemediagram for hver av de to klossene og finn den minste verdien av kraften $F = |\vec{\mathbf{F}}|$ som behøves for å bevege dem.



Figur 3: Analyse av et sammensatt objekt.

Kulen i figur 3 har massen $m_{\mathrm{K}} = 2.0\,\mathrm{kg}$. Den er forbundet til en rotasjonsakse (y-aksen) med en uniform tynn stang som har massen $m_{\mathrm{S}} = 3.0\,\mathrm{kg}$. Verdier for de aktuelle lengdedimensjonene, kuleradius R og stangens lengde l, er angitt på figuren. Massesentrene til de to delobjektene, kule og stang, har samme verdier for y og z-koordinatene (z-aksen står normalt tegneplanet). Kulen har treghetsmomentet

$$I_{\mathrm{K,CM}} = \frac{2}{5}\, m_{\mathrm{K}}\, R^2$$

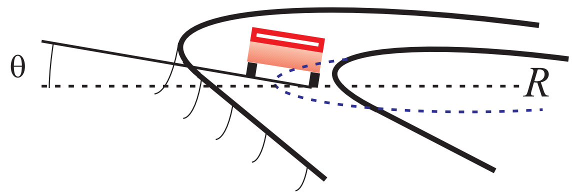
om en akse gjennom sitt massesenter. Stangen har treghetsmomentet

$$I_{\mathrm{S,CM}} = \frac{1}{12}\, m_{\mathrm{S}}\, l^2$$

om en akse som går gjennom dens massesenter og som står normalt på stangen.

(b) Bestem treghetsmomentet for det sammensatte objektet om rotasjonsaksen.

OPPGAVE 3



Kari kjører sin nye BMW-730i inn i en dosert kurve. Bilens masse, inkludert fører og bagasje, er $m = 2.00 \times 10^3$ kg. Aktuell kurveradius er $R = 60.0$ m og helningsvinkel er $\theta = 15.0°$. Det er speilglatt veibane, da underkjølt regn har falt i området bare noen minutter før Kari kom kjørende. Aktuell statisk friksjonskoeffisient mot sideveis glipping mellom dekk og underlag er $\mu_s = 0.150$. For tyngdens akselerasjon, g, nyttes verdien $g = 9.80\,\mathrm{m/s^2}$ i denne oppgaven.

Kari husker at den maksimale farten hun kan kjøre med uten å gli ut av svingen, er gitt ved uttrykket:

$$v_{\max} = \sqrt{R\,g \frac{\tan\theta + \mu_s}{1 - \mu_s \tan\theta}}$$

(a) Hva blir maksimal fart, som Kari ikke må overskride, under de gjeldende forhold. Uttrykk svaret i km/time.

Kari vet også at dersom hun kjører for sakte, kan hun risikere å gli innover i vegbanen og dermed komme over i motsatt kjørebane. Dette vil hun for all del unngå.

(b) Benytt Newtons 2. lov for den aktuelle bevegelsen til å vise at følgende to ligninger må være oppfylt:

$$\begin{aligned} n\,\sin\theta - f_s\,\cos\theta &= m\,\frac{v^2}{R} \\ n\,\cos\theta + f_s\,\sin\theta &= m\,g \end{aligned}$$

n er størrelsen på normalkraften som bilen erfarer fra underlaget. f_s er størrelsen på den statiske friksjonskraften. Denne har positiv retning oppover doseringen.

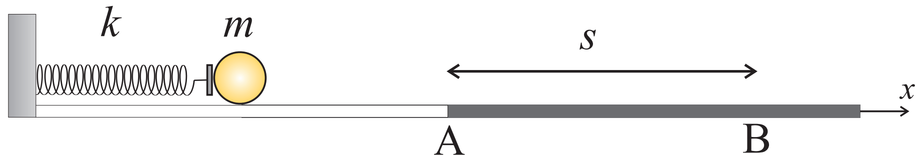
(c) Finn et uttrykk for den minste farten, v_{min}, som Kari kan kjøre i og fremdeles komme trygt gjennom kurven.

Kari velger å kjøre med farten $v = 36.0\,\text{km/time}$ og kommer seg trygt videre.

(d) Beregn størrelsen av friksjonskraften og normalkraften som bilen da erfarer.

OPPGAVE 4.

En kule med masse $m = 0.500\,\text{kg}$ og radius $R = 5.00\,\text{cm}$ settes i fart med en spent fjær med fjærkonstant k.



Figur 4: Analyse av bevegelsen til en kule på et horisontalt underlag.

Fjæren er før utskytningen klemt sammen $\Delta x = 4.00\,\text{cm}$ fra sin likevektsstilling. Dette gir kulen etter utskytningen en fart $v = 1.40\,\text{m/s}$ mot høyre. Bevegelsen er friksjonsfri og rent translatorisk (ingen rulling) fram til punktet A.

(a) Bestem tallverdien for fjærkonstanten k.

Ved punktet A skifter underlaget karakter fra å være ideellt friksjonsfritt til å ha en struktur karakterisert ved friksjonskoeffisienten μ (du kan anta at verdiene til kinetisk og statisk friksjonskoeffisient er like). Når kulen passerer punktet A, vil den derfor gradvis rotere mer og mer (slure). Når den har nådd punktet B i friksjonsområdet, i en avstand s fra punktet A, er bevegelsen gått over til ren rulling.
Kulens massesenterfart er da redusert til $v_{\mathrm{B}} = \frac{5}{7} v_{\mathrm{A}} = 1.00\,\mathrm{m/s}$, der $v_{\mathrm{A}} = v$. Kulens treghetsmoment er gitt ved uttrykket $I = \frac{2}{5} mR^2$. For tyngdens akselerasjon, g, nyttes verdien $g = 9.80\,\mathrm{m/s^2}$ i denne oppgaven.

(b) Kulens rullebevegelse i punktet B beskrives ved rotasjonshastigheten ω_{B}.
Hva er sammenhengen mellom ω_{B} og v_{B}?
Vis så at kulens kinetiske energi i punktet B kan uttrykkes ved

$$K_{\mathrm{B}} = \frac{7}{10}\, m\, v_{\mathrm{B}}^2 \ .$$

Bestem tallverdien for K_{B}.

(c) Bruk uttrykket for friksjonskraft sammen med Newtons 2. lov til å bestemme et uttrykk for kulens massesenterakselerasjon i dens translatoriske bevegelse mellom A og B.
Finn deretter verdien for friksjonskoeffisienten, μ, når strekningen mellom A og B er målt til $s = 0.326\,\mathrm{m}$.
Hint: Du kan få bruk for en av ligningene for konstant akselerasjon eller arbeid-kinetisk energi teoremet.

(d) Finn kulens vinkelakselerasjon, α, mellom A og B.
Beregn deretter hvor mye ($\Delta\theta$) kulen har rotert på strekningen mellom A og B. Svaret skal gis i radianer.

BIT100 Fysikk – formelark

Rotasjon om en fast akse	**Éndimensjonal bevegelse**
Vinkelhastighet $\omega = \frac{d\theta}{dt}$	Hastighet $v = \frac{dx}{dt}$
Vinkelakselerasjon $\alpha = \frac{d\omega}{dt}$	Akselerasjon $a = \frac{dv}{dt}$
Resultantmomentet $\sum_i \tau_i = I\,\alpha$	Resultantkraften $\sum_i F_i = m\,a$
$\alpha = \text{konstant} \begin{cases} \omega_f = \omega_i + \alpha\,t \\ \theta_f = \theta_i + \omega_i\,t + \frac{1}{2}\alpha\,t^2 \\ \omega_f^2 = \omega_i^2 + 2\,\alpha\,(\theta_f - \theta_i) \\ \theta_f = \theta_i + \frac{1}{2}\,(\omega_i + \omega_f)\,t \end{cases}$	$a = \text{konstant} \begin{cases} v_f = v_i + a\,t \\ x_f = x_i + v_i\,t + \frac{1}{2}a\,t^2 \\ v_f^2 = v_i^2 + 2\,a\,(x_f - x_i) \\ x_f = x_i + \frac{1}{2}\,(v_i + v_f)\,t \end{cases}$
Arbeid $W = \int_{\theta_i}^{\theta_f} \tau\,d\theta$	Arbeid $W = \int_{x_i}^{x_f} F\,dx$
Kinetisk energi $K = \frac{1}{2}\,I\,\omega^2$	Kinetisk energi $K = \frac{1}{2}\,m\,v^2$
Effekt $\mathcal{P} = \tau\,\omega$	Effekt $\mathcal{P} = F\,v$
Spinn $L = I\,\omega$	Bevegelsesmengde $p = m\,v$
Spinnsatsen $\sum_i \tau_i = \frac{dL}{dt}$	Newtons 2. lov $\sum_i F_i = \frac{dp}{dt}$

Generelle sammenhenger	
Bevegelse med konstant akselerasjon	$\begin{cases} \vec{\mathbf{v}}_f = \vec{\mathbf{v}}_i + \vec{\mathbf{a}}\,t \\ \vec{\mathbf{r}}_f = \vec{\mathbf{r}}_i + \vec{\mathbf{v}}_i\,t + \frac{1}{2}\,\vec{\mathbf{a}}\,t^2 \end{cases}$
Newtons 2. lov	$\sum_i \vec{\mathbf{F}}_i = m\,\vec{\mathbf{a}}$
Arbeid	$W = \int \vec{\mathbf{F}} \cdot d\vec{\mathbf{r}}$
Arbeid-kinetisk energi teoremet	$\Delta K = W$
Bevegelsesmengde	$\vec{\mathbf{p}} = m\,\vec{\mathbf{v}}$
Newtons 2. lov	$\sum_i \vec{\mathbf{F}}_i = \frac{d\vec{\mathbf{p}}}{dt}$
Impuls	$\vec{\mathbf{I}} = \int \vec{\mathbf{F}}\,dt$
Impuls-bevegelsesmengde teoremet	$\Delta\vec{\mathbf{p}} = \vec{\mathbf{I}}$
Massesenter	$\vec{\mathbf{r}}_{\text{CM}} = \frac{1}{M}\int \vec{\mathbf{r}}\,dm$
Treghetsmoment	$I = \int r^2\,dm$
Steiners sats (parallellakseteoremet)	$I = I_{\text{CM}} + M\,D^2$
Kraftmoment	$\vec{\boldsymbol{\tau}} = \vec{\mathbf{r}} \times \vec{\mathbf{F}}$
Spinn	$\vec{\mathbf{L}} = \vec{\mathbf{r}} \times \vec{\mathbf{p}}$
Spinnsatsen	$\frac{d\vec{\mathbf{L}}}{dt} = \sum_i \vec{\boldsymbol{\tau}}_i$
Sirkelbevegelse	$s = r\,\theta,\ v = r\,\omega,\ a_c = r\,\omega^2,\ a_t = r\,\alpha$

Matematiske sammenhenger

Vektorrelasjoner	
Prikkprodukt	$\overrightarrow{\mathbf{A}} \cdot \overrightarrow{\mathbf{B}} = \lvert\overrightarrow{\mathbf{A}}\rvert\,\lvert\overrightarrow{\mathbf{B}}\rvert \cos\phi$
Absoluttverdi av kryssprodukt	$\lvert\overrightarrow{\mathbf{A}} \times \overrightarrow{\mathbf{B}}\rvert = \lvert\overrightarrow{\mathbf{A}}\rvert\,\lvert\overrightarrow{\mathbf{B}}\rvert \sin\phi$
Trigonometri	
Definisjoner	$\tan A = \frac{\sin A}{\cos A}$
Identiteter	$\sin^2 A + \cos^2 A = 1$
	$\sin 2A = 2\,\sin A\,\cos A$
	$\cos 2A = \cos^2 A - \sin^2 A = 2\,\cos^2 A - 1 = 1 - 2\,\sin^2 A$
	$\sin(A \pm B) = \sin A\,\cos B \pm \cos A\,\sin B$
	$\cos(A \pm B) = \cos A\,\cos B \mp \sin A\,\sin B$
Deriverte	$\frac{d\sin A}{dA} = \cos A$
	$\frac{d\cos A}{dA} = -\sin A$
2. grads ligning	
Ligning	$a\,t^2 + b\,t + c = 0$
Løsning	$t = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4\,a\,c}}{2\,a}$
Ligningen for en rett linje	
Gitt to punkter på linjen	$y = y_1 + \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}\,(x - x_1)$