Universitetet i Stavanger

DET TEKNISK – NATURVITENSKAPELIGE FAKULTET

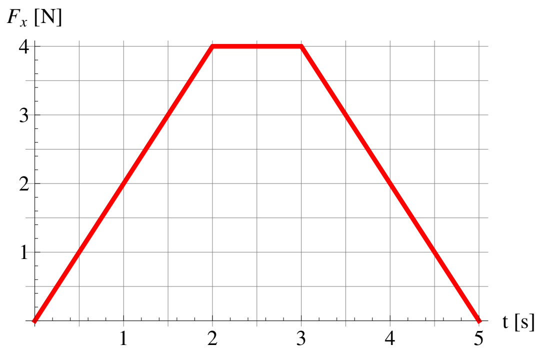
Eksamen i fag BIT 100	:	FYSIKK
Tid for eksamen	:	Lørdag 27. februar 2010. kl. 0900 - 1400 .
Tillatte hjelpemidler	:	Bestemt enkel kalkulator.
Vedlagt	:	BIT100 Fysikk – formelark (s. 9–10).

Oppgavesettet består av 7 oppgaver på 8 sider.

LYKKE TIL!

OPPGAVE 1.

En partikkel som beveger seg langs en rett linje (x-aksen), har ved tidspunktet $t = 0$ hastigheten $v_x = -2.00\,\mathrm{m/s}$. Partikkelen har massen $m = 2.50\,\mathrm{kg}$. Netto ytre kraft, som partikkelen erfarer, er vist som funksjon av tiden i figur 1.

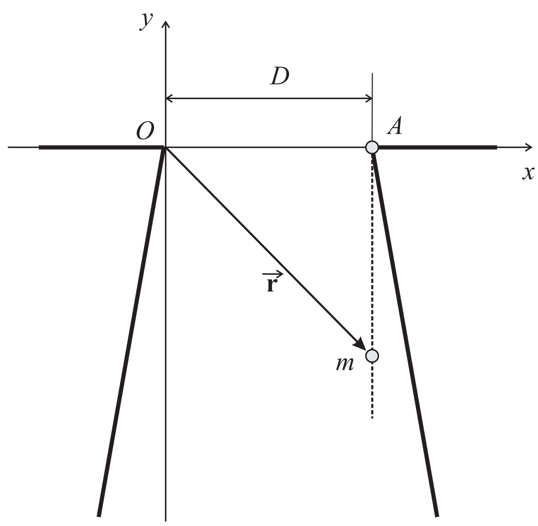


Figur 1: Plott av kraften, $F_x(t)$, som en partikkel erfarer under en rettlinjet bevegelse langs x-aksen.

(a) Bestem den totale impulsen, I_x, som partikkelen tilføres i tidsintervallet mellom 0 og 5.0 s.

(b) Hva er partikkelens hastighet ved tidspunktet $t = 5.0\,\mathrm{s}$?

OPPGAVE 2.



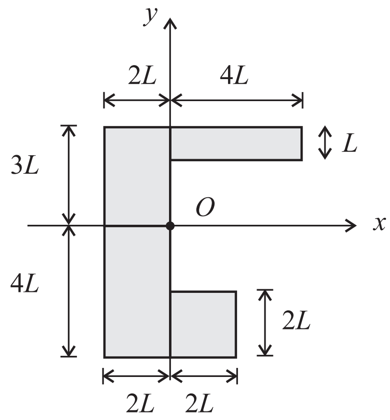
Figur 2: En masse m faller fra en klippekant.

Figur 2 viser en masse, m, som ved tidspunktet $t = 0$ startet en fallbevegelse fra en tilstand i ro i punktet A. Dette punktet har koordinatene $(D, 0, 0)$ i et xyz-koordinatsystem med origo i O. x- og y-aksen ligger i tegneplanet. z-aksen står normalt på dette. Den eneste ytre kraften som massen erfarer, er tyngdekraften.

(a) Bestem et uttrykk for spinnet, $\vec{\mathbf{L}}_O$, til massen om punktet O ved tidspunktet t.

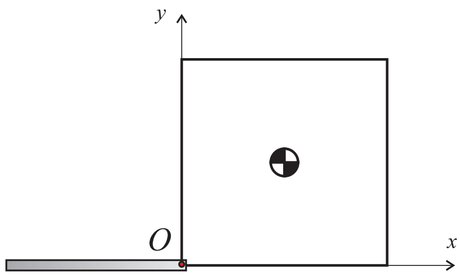
(b) Bestem også et uttrykk for kraftmomentet, $\vec{\boldsymbol{\tau}}_O$, som massen m erfarer med hensyn på punktet O ved tidspunktet t.

OPPGAVE 3.



Figur 3: Metallplate med konstant tykkelse og tetthet.

(a) Bestem massesenterposisjonen, $\vec{\mathbf{r}}_{\text{CM}}$, for platen som er vist i figur 3. Svaret uttrykkes ved lengden L.



Figur 4: Kvadratisk plate med konstant tykkelse og tetthet.

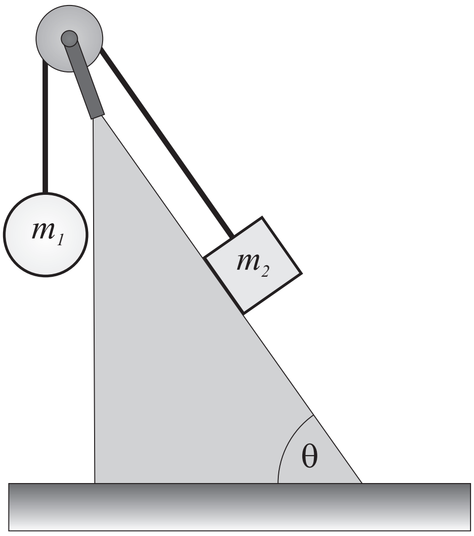
En kvadratisk plate med masse M og dimensjon $a \times a$ kan rotere fritt om en akse, O, gjennom et hjørne av platen. Aksen står normalt platen (tegneplanet), se figur 4. Platens treghetsmoment, I_{CM}, om en parallell akse gjennom platens massesenter, er gitt ved

$$I_{\text{CM}} = \frac{1}{6}\, M\, a^2$$

(b) Bruk Steiners sats til å bestemme et uttrykk for platens treghetsmoment, I_O, om punktet O.

OPPGAVE 4.

To legemer er forbundet med en masseløs snor som er lagt over en friksjonsløs, masseløs trinse, som vist i figur 5. De to legemene har massene $m_1 = 2.00\,\mathrm{kg}$ og $m_2 = 6.00\,\mathrm{kg}$. Verdien på tyngdens akselerasjon settes til $g = 9.80\,\mathrm{m/s^2}$.



Figur 5: Aktuell geometri.

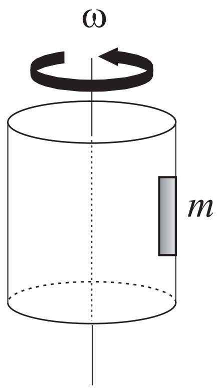
Anta at skråplanet er friksjonsløst og at det danner vinkelen $\theta = 55.0°$ med horisontalen.
Systemet med de to massene frigjøres fra en tilstand i ro.

(a) Tegn frilegemediagram for begge legemene. Vær nøye med å angi legemenes bevegelsesretninger.
Beregn en verdi for legemenes akselerasjon.

(b) Beregn en verdi for snordraget og en verdi for normalkraften som massen m_2 erfarer fra underlaget.
Dersom skråplanets hellningsvinkel θ er mindre enn θ_c, vil legemene få motsatt bevegelsesretning i forhold til den de hadde under punkt (a).
Bestem verdien på denne kritiske hellningsvinkelen θ_c.

OPPGAVE 5.

Et legeme med masse m er plassert inntil den vertikale veggen i en roterende sylinder, som vist i figur 6. Legemet vil ikke falle ned dersom sylinderens vinkelhastighet (rotasjonshastigheten), ω, er større enn en kritisk verdi, ω_{min}. Sylinderens radius angis ved symbolet R. Den statiske friksjonskoeffisienten mellom legemet og veggen er μ_s.



Figur 6: Roterende sylinder med et legeme plassert mot sylinderveggen.

(a) Vis at den kritiske rotasjonshatigheten, ω_{min}, som er nødvendig for at legemet ikke skal falle ned, er gitt ved uttrykket:

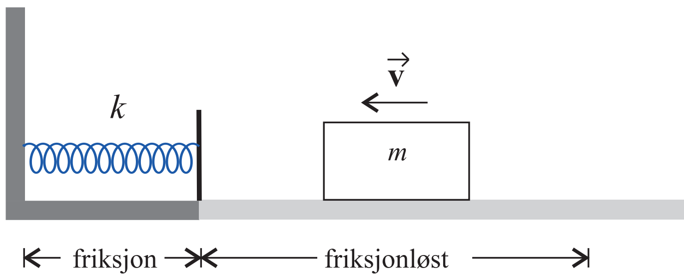
$$\omega_{\text{min}} = \sqrt{\frac{g}{\mu_s R}}$$

Sylinderen roterer med vinkelhastigheten $\omega = 2\,\omega_{\text{min}}$. Legemet har massen $m = 50.0\,\text{kg}$. Sylinderen har radius $R = 5.00\,\text{m}$. Den statiske friksjonskoeffisienten har verdien $\mu_s = 0.200$ og tyngdens akselerasjon settes til $g = 9.80\,\text{m/s}^2$.

(b) Hvor mange omdreininger pr. minutt gjennomløper sylinderen under de gitte betingelsene?
Hva blir forholdet mellom normalkraften og tyngdekraften, som legemet erfarer i den gitte situasjonen?

OPPGAVE 6.

En klosse som har massen $m = 2.00\,\mathrm{kg}$, sklir med en hastighet $v = 4.00\,\mathrm{m/s}$ på en horisontal friksjonsløs flate, se figur 7.

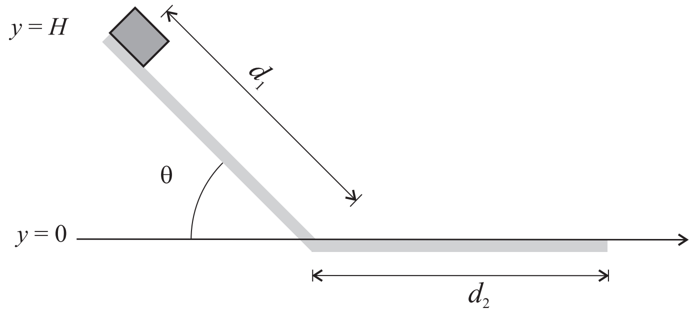


Figur 7: En klosse beveger seg rettlinjet på et horisontalt underlag og treffer en fjær.

Klossen treffer en fjær som komprimeres og klossens bevegelse bremses derfor ned og stopper opp et kort øyeblikk før den igjen beveger seg, da mot høyre. Fjæren har en kraftkonstant $k = 1.00 \times 10^4\,\mathrm{N/m}$. Mens klossen trykker fjæren sammen, erfarer den en konstant kinetisk friksjonskraft fra underlaget på $15.0\,\mathrm{N}$.

(a) Beregn hvor mye fjæren er trykket sammen når klossen stopper opp. Oppgi svaret i cm.

Figur 8 viser en idealisert fjellside og en horisontal dalbunn. En ønsker å simulere et ras ved å studere bevegelsen til en steinblokk langs et skråplan og en horisontal flate.



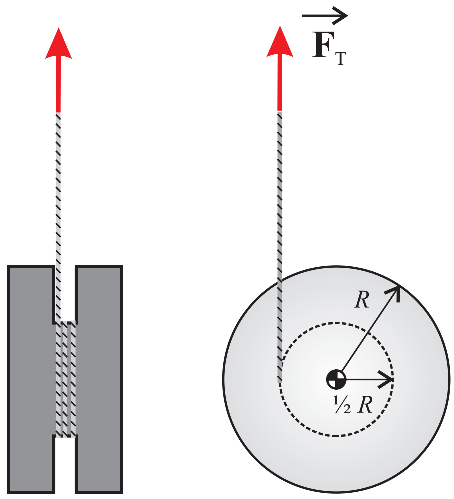
Figur 8: En steinblokk, modellert som en punktpartikkel, sklir nedover en fjellside og utover en horsiontal dalbunn.

Steinblokken har massen $m = 1000\,\mathrm{kg}$. Den løsner i en høyde $y = H$ over dalbunnen. Den sklir nedover fjellsiden en lengde d_1. Deretter sklir den en strekning d_2 ut i dalen før den stopper opp. Fjellsiden danner vinkelen $\theta = 45.0°$ med den horisontale dalbunnen. Steinblokken modelleres som en punktpartikkel. Langs hele bevegelsen erfarer steinblokken kinetisk friksjon. Kinetisk friksjonskoeffisient er $\mu_k = 0.600$.

(b) Bestem verdien på forholdet $d_2 \,/\, H$.

OPPGAVE 7.

En jojo kan betraktes som en sylinder med masse M og ytre radius R. I sylinderen er det frest ut et spor slik at den har fått en akse med radius $\frac{1}{2}R$. Snoren er viklet rundt denne aksen, se figur 9.



Figur 9: Utformingen av en jojo. En snor er viklet om systemets akse. Jojoen ruller på denne snoren uten å gli.

Jojoen starter å falle fra en tilstand i ro. Snoren glipper ikke på aksen under jojoens bevegelse. Jojoens treghetsmoment om rotasjonsaksen er som for en kompakt sylinder: $I = \frac{1}{2}MR^2$.

(a) Tegn frilegemediagram for jojoen.
Sett opp Newtons 2. lov for massesenterbevegelsen og momentsatsen for rotasjonsbevegelsen.

(b) Bestem et uttrykk for akselerasjonen til sylinderens massesenter, a_{CM}.
Svaret skal uttrykkes ved tyngdens akselerasjon g.

Bestem et uttrykk for snordraget, her kalt F_{T}.
Svaret skal uttrykkes ved jojoens tyngde.

BIT100 Fysikk – formelark

Rotasjon om en fast akse	**Éndimensjonal bevegelse**
Vinkelhastighet $\omega = \frac{d\theta}{dt}$	Hastighet $v = \frac{dx}{dt}$
Vinkelakselerasjon $\alpha = \frac{d\omega}{dt}$	Akselerasjon $a = \frac{dv}{dt}$
Resultantmomentet $\sum_i \tau_i = I\,\alpha$	Resultantkraften $\sum_i F_i = m\,a$
$\alpha = \text{konstant} \begin{cases} \omega_f = \omega_i + \alpha\, t \\ \theta_f = \theta_i + \omega_i\, t + \frac{1}{2}\alpha\, t^2 \\ \omega_f^2 = \omega_i^2 + 2\,\alpha\,(\theta_f - \theta_i) \\ \theta_f = \theta_i + \frac{1}{2}\,(\omega_i + \omega_f)\, t \end{cases}$	$a = \text{konstant} \begin{cases} v_f = v_i + a\, t \\ x_f = x_i + v_i\, t + \frac{1}{2} a\, t^2 \\ v_f^2 = v_i^2 + 2\,a\,(x_f - x_i) \\ x_f = x_i + \frac{1}{2}\,(v_i + v_f)\, t \end{cases}$
Arbeid $W = \int_{\theta_i}^{\theta_f} \tau\, d\theta$	Arbeid $W = \int_{x_i}^{x_f} F\, dx$
Kinetisk energi $K = \frac{1}{2}\, I\, \omega^2$	Kinetisk energi $K = \frac{1}{2}\, m\, v^2$
Effekt $\mathcal{P} = \tau\, \omega$	Effekt $\mathcal{P} = F\, v$
Spinn $L = I\, \omega$	Bevegelsesmengde $p = m\, v$
Spinnsatsen $\sum_i \tau_i = \frac{dL}{dt}$	Newtons 2. lov $\sum_i F_i = \frac{dp}{dt}$

Generelle sammenhenger	
Bevegelse med konstant akselerasjon	$\begin{cases} \vec{\mathbf{v}}_f = \vec{\mathbf{v}}_i + \vec{\mathbf{a}}\, t \\ \vec{\mathbf{r}}_f = \vec{\mathbf{r}}_i + \vec{\mathbf{v}}_i\, t + \frac{1}{2}\, \vec{\mathbf{a}}\, t^2 \end{cases}$
Newtons 2. lov	$\sum_i \vec{\mathbf{F}}_i = m\, \vec{\mathbf{a}}$
Arbeid	$W = \int \vec{\mathbf{F}} \cdot d\vec{\mathbf{r}}$
Arbeid-kinetisk energi teoremet	$\Delta K = W$
Bevegelsesmengde	$\vec{\mathbf{p}} = m\, \vec{\mathbf{v}}$
Newtons 2. lov	$\sum_i \vec{\mathbf{F}}_i = \frac{d\vec{\mathbf{p}}}{dt}$
Impuls	$\vec{\mathbf{I}} = \int \vec{\mathbf{F}}\, dt$
Impuls-bevegelsesmengde teoremet	$\Delta \vec{\mathbf{p}} = \vec{\mathbf{I}}$
Massesenter	$\vec{\mathbf{r}}_{\text{CM}} = \frac{1}{M} \int \vec{\mathbf{r}}\, dm$
Treghetsmoment	$I = \int r^2\, dm$
Steiners sats (parallellakseteoremet)	$I = I_{\text{CM}} + M\, D^2$
Kraftmoment	$\vec{\boldsymbol{\tau}} = \vec{\mathbf{r}} \times \vec{\mathbf{F}}$
Spinn	$\vec{\mathbf{L}} = \vec{\mathbf{r}} \times \vec{\mathbf{p}}$
Spinnsatsen	$\frac{d\vec{\mathbf{L}}}{dt} = \sum_i \vec{\boldsymbol{\tau}}_i$
Sirkelbevegelse	$s = r\,\theta,\ v = r\,\omega,\ a_c = r\,\omega^2,\ a_t = r\,\alpha$

Matematiske sammenhenger

Vektorrelasjoner	
Prikkprodukt	$\vec{\mathbf{A}} \cdot \vec{\mathbf{B}} = |\vec{\mathbf{A}}|\,|\vec{\mathbf{B}}|\,\cos\phi$
Absoluttverdi av kryssprodukt	$|\vec{\mathbf{A}} \times \vec{\mathbf{B}}| = |\vec{\mathbf{A}}|\,|\vec{\mathbf{B}}|\,\sin\phi$

Trigonometri	
Definisjoner	$\tan A = \frac{\sin A}{\cos A}$
Identiteter	$\sin^2 A + \cos^2 A = 1$
	$\sin 2A = 2\,\sin A\,\cos A$
	$\cos 2A = \cos^2 A - \sin^2 A = 2\,\cos^2 A - 1 = 1 - 2\,\sin^2 A$
	$\sin(A \pm B) = \sin A\,\cos B \pm \cos A\,\sin B$
	$\cos(A \pm B) = \cos A\,\cos B \mp \sin A\,\sin B$
Deriverte	$\frac{d \sin A}{dA} = \cos A$
	$\frac{d \cos A}{dA} = -\sin A$

2. grads ligning	
Ligning	$a\,t^2 + b\,t + c = 0$
Løsning	$t = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4\,a\,c}}{2\,a}$

Ligningen for en rett linje	
Gitt to punkter på linjen	$y = y_1 + \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}\,(x - x_1)$