

DET TEKNISK-NATURVITENSKAPLIGE FAKULTET**EKSAMEN I : ÅMA 100** Matematiske metoder 1

DATO : 11/12 – 2008.

VARIGHET : 5 timer (0900 – 1400).

TILLATTE HJELPEMIDLER :

K. Rottmann : Matematisk formelsamling.

Enkel, bestemt kalkulator.

OPPGAVESETTET BESTÅR AV : 7 oppgaver på 2 sider, og 2 sider form-
ler.**Oppgave 1**

- a) La $u = -1 - i$. Skriv u på eksponentialform $re^{i\theta}$.
- b) Løs ligningen $(1 + i)z = i$. Skriv løsningen z på kartesisk form $a + bi$.
- c) Gitt de komplekse tallene

$$z_1 = 2e^{i2\pi/3}, \quad z_2 = 4e^{i\pi/2}.$$

Finn z_1^2/z_2 . Skriv svaret på kartesisk form.

- d) Løs ligningen

$$w^3 = e^{i3\pi/4}.$$

Skriv løsningene på *eksponentialform*, og tegn dem i det komplekse plan.**Oppgave 2**

- a) Bestem den generelle løsningen til differensialligningen $y'' - 2y' + 10y = 0$.
- b) Løs initialverdiproblemet

$$y'' - 3y' + 2y = 4x, \quad y(0) = y'(0) = 0.$$

- c) Løs initialverdiproblemet

$$y' = 2(y - 20), \quad y(0) = 50.$$

Oppgave 3

- a) Finn grenseverdien

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{-e^x + e^{-x}}{2x}.$$

- b) Finn grenseverdien

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x}{\sqrt{x}}.$$

Oppgave 4

- a) Gitt funksjonen $f(x) = 3x^5 - 5x^3$ med definisjonsområde $D = \mathbf{R}$. Finn de lokale ekstremalpunktene til $f(x)$. Har $f(x)$ globale ekstremalpunkter? Begrunn svaret.
- b) Gitt sirkelen med ligning $x^2 + (y - 1)^2 = 5^2$. Sjekk at punktet $P(-3, -3)$ ligger på sirkelen, og finn ligningen for tangenten i P .
- c) Gitt kurven med ligning

$$x^3 + \cos(xy) - y = 2x.$$

Finn et uttrykk for dy/dx ved implisitt derivasjon.

Oppgave 5 Finn følgende ubestemte integral (antideriverte) :

$$\begin{aligned} \text{a) } & \int x e^x dx; & \text{b) } & \int \frac{x}{\sqrt{x^2 - 1}} dx; \\ \text{c) } & \int \frac{x^2 + 1}{x^2(x + 1)} dx; & \text{d) } & \int \frac{x}{x^2 - 2x + 5} dx. \end{aligned}$$

Oppgave 6

- a) Finn arealet av området i xy -planet som ligger mellom x -aksen og grafen til $y = 1/(1 + x^2)$, og er avgrenset av de vertikale linjene $x = 1$ og $x = \sqrt{3}$.
- b) La R være trekanten avgrenset av linjene $y = x$, $y = -x + 4$ og y -aksen (dvs trekanten har hjørner i punktene $(0, 0)$, $(0, 4)$ og $(2, 2)$). Finn volumet av omdreiningslegemet du får ved å rotere R rundt x -aksen.

Oppgave 7

- a) I en sirkel endrer radien seg med tiden. På et bestemt tidspunkt er radien 2 cm og arealet øker med $4 \text{ cm}^2/\text{min}$. Hvor fort øker omkretsen på dette tidspunktet? (Areal $A = \pi r^2$, omkrets $C = 2\pi r$.)
- b) En rektangulær boks har kvadratisk bunn med sidekant x cm, og høyden er h cm. Volumet av boksen skal være 8 cm^3 . Finn den minimale overflaten en slik boks må ha (overflaten er bunn + lokk + de fire sideflatene).

LYKKE TIL!