Universitetet i Stavanger

Det Teknisk-Naturvitenskapelige Fakultet

Eksamen i: ÅMA100 / MAT100 Matematiske metoder 1
Dato: 11. desember, 2012
Tid: 9:00-14:00 (5 timer)
Språk: Norsk, Bokmål
Tillatte hjelpemidler:
K. Rottmann, *Matematisk formelsamling*.
Enkel bestemt kalkulator.

Oppgavesettet består av 6 oppgaver på 3 sider + 2 siders formelark.

$\infty \qquad \infty \qquad \infty \qquad \infty$

Oppgave 1

a) Skriv følgende komplekse tall på kartesisk form:

$$v = (2-3i)(4+4i), \qquad w = \frac{1+2i}{1+i}.$$

b) Skriv tallet $z = -2 + 2\sqrt{3}i$ på eksponentiell form og tegn det inn i det komplekse plan.

c) Finn alle løsningene til ligningen:

$$z^4 = i.$$

Skriv svarene på eksponentiell form.

Oppgave 2

a) Finn den generelle løsning til differensialligningen: $y'' + 2y' + 5y = e^x$.

b) Løs initialverdiproblemet:

$$\frac{dy}{dx} = (1+y)x^3; \quad y(0) = 0.$$

c) Bruk metoden med integrerende faktor til å finne løsningen til initialverdiproblemet:

$$y' + 2y = 3x^2 e^{-2x}; \quad y(0) = 1.$$

Oppgave 3

Finn følgende integraler. Utregning må vises!

a) $\displaystyle\int (x^{-4/5} - 2x^{1/5})dx$ b) $\displaystyle\int \frac{\cos x}{\sqrt{2+\sin x}}dx$

c) $\displaystyle\int \frac{x}{(x-2)(x+4)}dx$ d) $\displaystyle\int \frac{dx}{x^2+4x+5}$

Oppgave 4

a) Gitt $f(x) = xe^{-\frac{1}{2}x^2}$ definert på intervallet $x \in [0,3]$. Bestem intervallene hvor $f(x)$ er stigende og minkene. Hva er de absolutte maximum- og minimumsverdiene? Forklar framgangsmåten din.

b) Bestem grensene, dersom de eksisterer:

$$\text{I)} \quad \lim_{x\to 0} \frac{\ln(x+1)}{\sin(x)}, \qquad \text{II)} \quad \lim_{x\to\infty} (\sqrt{x+1} - \sqrt{x})$$

c) Vi ser på kurva som er definert ved:

$$x^2 + y^2 + 2\sin(xy - 1) = 2.$$

Vis at punktet $P = (1,1)$ ligger på kurva. Finn også stigningstallet til tangenten til kurva i punktet P.

Oppgave 5

Vi ser på funksjonene

$$f(x) = 2x - 1, \qquad g(x) = 2x^2 - 7x + 3$$

a) Finn arealet avgrenset av $f(x)$ og $g(x)$.

b) Vi ser på området D som er avgrensa av grafen $f(x)$, x-aksen og $x = 2$. Finn volumet av omdreiningslegmet som fremkommer når D dreies om y-aksen.

Oppgave 6

Snømannen Kalle er ute en varm desemberdag. Denne dagen er det faktisk så varmt at han smelter gradvis. Volumet, V (i cm^3), av hodet forandrer seg derfor som funksjon av tiden t (i min). Vi antar at hodet er kulerundt med radius r. På et tidspunkt t_1 er volumet $V = 4100$ cm^3 og volumet av hodet forandrer seg slik at $\frac{dV}{dt}\big|_{t=t_1} = -3$ cm^3/min.

a) Hvis overflata av hodet er S, hvor mye forandrer S seg ved tidspunktet t_1? [Husk at $S = 4\pi r^2$.]

b) Hvis vi antar at smeltingen av hodet er proposjonalt med overflata, slik at

$$\frac{dV}{dt} = kS,$$

hvor k er en konstant, hvor lang tid etter tidspunktet t_1 vil hodet være fullstendig smelta, d.v.s., når er $V = 0$?

LYKKE TIL!

$\infty \qquad \infty \qquad \infty \qquad \infty$