Universitetet i Stavanger

Universitetet i Stavanger

Det Teknisk-Naturvitenskapelige Fakultet

Eksamen i: MAT100 Matematiske metoder 1
Dato: 23. februar, 2013
Tid: 9:00-14:00 (5 timer)
Språk: Norsk, Bokmål
Tillatte hjelpemidler:
K. Rottmann, *Matematisk formelsamling*.
Enkel bestemt kalkulator.

Oppgavesettet består av 7 oppgaver på 3 sider + 2 siders formelark.

$\infty \quad \infty \quad \infty \quad \infty$

Oppgave 1

a) Skriv følgende komplekse tall på kartesisk form:

$$v = (1+2i)^2(2-i), \qquad w = \frac{2-2i}{2-4i}.$$

b) La $z = \frac{1+i}{\sqrt{2}}$. Finn z^{2013}. Skriv svaret på kartesisk form.

c) Finn alle løsningene til ligningen $z^3 = -1$. Skriv svarene på kartesisk form og tegn de inn i det komplekse plan.

Oppgave 2

a) Finn den generelle løsning til differensialligningen: $y'' - 9y = x^2$.

b) Løs initialverdiproblemet:

$$\frac{dy}{dx} = e^y(x^2+1); \quad y(0) = 0.$$

c) Bruk metoden med integrerende faktor til å finne løsningen til differensialligningen:

$$y' + 2xy = e^{-x^2} \sin x.$$

Oppgave 3

Finn følgende integraler. Utregning må vises!

a) $\displaystyle\int \left(x^{123} - \frac{3}{x}\right) dx.$ b) $\displaystyle\int x^2 \ln x dx.$ c) $\displaystyle\int \sin x e^{2\cos x} dx.$

Oppgave 4

a) Gitt $f(x) = x + 2 + \frac{9}{x}$. Bestem intervallene hvor $f(x)$ er stigende og minkene. Finn også eventuelle maximum- og minimumsverdier. Forklar framgangsmåten din.

b) Bestem krumningsegenskapene til $f(x)$ ved å bestemme hvor grafen krummer opp og ned. Finn også eventuelle vendepunkter.

Oppgave 5

a) Bestem grensene, dersom de eksisterer:

$$\text{I)} \lim_{x\to\infty} \frac{\ln(x^2+1)}{x+1}, \qquad \text{II)} \lim_{x\to\infty} \frac{x}{\sqrt{9x^2+a}+4}$$

b) La $f(x) = 2 + 3\tan^{-1} x$. Finn ligningen for tangentlinja til f i $x = 0$. Finn også ligningen til normalen til f i $x = 0$.

Oppgave 6

a) Finn integralet

$$\int \frac{(1-x^2)dx}{(4+x^2)(1+x^2)}.$$

b) Finn følgende integral ved å bruke $\tan(\theta/2)$-substitusjon:

$$\int \frac{\cos\theta d\theta}{5+3\cos\theta}$$

Oppgave 7

Onkel Rune skal lage en badestamp som skal fylles med vann. Han bestemmer seg for å bruke funksjonen $f(x) = x^4$ som utgangspunkt for den innvendige formen til badestampen. Ved å rotere funksjonen $f(x)$ om y-aksen får han den formen han ønsker. Vi lar (den innvendige) høyden til stampen være 1 meter.

a) La D være området begrenset av $f(x) = x^4$, $y = 1$, og y-aksen. Finn volumet av omdreiningslegmet som fremkommer ved å dreie D om y-aksen. Her måles både x og y i meter.

b) Onkel Rune bestemmer seg for å bruke hageslangen til å fylle opp stampen med vann. Vi antar at strømingshastigheten for vannet i hageslangen er konstant 9 liter per minutt (Husk at: 9 liter/min= 0.009 m^3/min). Hvis dybden av vannet til enhver tid er h, og tiden måles i minutter, hvor mye forandrer h seg (altså: dh/dt) i det øyeblikk $h = 0.5$ meter? Hvor lang tid tar det å fylle opp hele badestampen?

LYKKE TIL!

∞ ∞ ∞ ∞