

Universitetet i Stavanger

Det Teknisk-Naturvitenskapelige Fakultet

Eksamen i MAT100 Matematiske metoder 1
Dato: 22. februar, 2014
Tid: 9:00-14:00
Vedlegg: Formelark (1 side)

Tillatte hjelpemidler:

K. Rottmann: *Matematisk formelsamling*.

Enkel bestemt kalkulator.

Oppgavesettet består av 6 oppgaver på 3 sider.

Alle svar skal begrunnes. Vis tydelig alle utregninger.

Oppgave 1

- Skriv det komplekse tallet $1 + i$ på eksponentiell form.
- Regn ut $1 + i + i^2 + i^3$.
- Lag en tegning av det komplekse plan der du markerer følgende fire komplekse tall:

$$u = 2 - i$$

$$v = 2e^{-(\pi/4)i}$$

$$w = 2$$

$$z = \cos(\pi/3) + i \sin(\pi/3)$$

Oppgave 2

I denne oppgaven skal vi se på funksjonen

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{for } x < 0 \\ x & \text{for } x \geq 0. \end{cases}$$

- Avgjør om f er kontinuert i $x = 0$.
- Avgjør om f er deriverbar i $x = 0$.

Oppgave 3

I denne oppgaven skal vi se på funksjonen

$$f(x) = x^3 - 3x^2.$$

- Finn de kritiske punktene til f og bruk andrederivert-testen til å avgjøre om disse er lokale minima eller maksima.
- Bestem intervallene der f er konkav opp eller konkav ned.
- Skisser grafen til f .

Oppgave 4

- Finn den inverse funksjonen til $f(x) = e^{2x} - 1$.
- Finn den deriverte $g'(x)$ til funksjonen

$$g(x) = \int_0^x e^{t^2} dt.$$

(Du trenger ikke å løse integralet.) Forklar hvorfor g har en invers funksjon h og finn $h'(0)$.

Oppgave 5

Regn ut:

a) $\int \frac{\ln x}{x} dx$ (for $x > 0$)

b) $\int e^{\sqrt{x}} dx$ (for $x > 0$)

c) $\int_0^{\infty} \frac{1}{e^x} dx$

Oppgave 6

En beholder er fylt med varm væske. Ifølge Newtons avkjølingslov er endringsraten til temperaturen T i væsken, med hensyn på tiden, proporsjonal med temperaturdifferansen $T - T_0$, der T_0 er omgivelsestemperaturen.

Vi måler temperaturen i væsken to ganger: Ved første måling er temperaturen 90°C . 10 minutter senere er temperaturen 60°C . Omgivelsestemperaturen T_0 er 0°C . Bruk Newtons avkjølingslov til å finne ut når temperaturen i væsken har nådd ned til 30°C . Angi svaret i antall minutter etter første måling.