

Universitetet i Stavanger

Det Teknisk-Naturvitenskapelige Fakultet

Eksamen i MAT100 Matematiske metoder 1
Dato: 28. februar, 2015
Tid: 9:00-14:00
Vedlegg: Formelark (1 side)

Tillatte hjelpemidler:

K. Rottmann: *Matematisk formelsamling*.

Enkel bestemt kalkulator.

Oppgavesettet består av 5 oppgaver på 2 sider.

Alle svar skal begrunnes. Vis tydelig alle utregninger.

Oppgave 1

a) Regn ut disse tre komplekse tallene:

$$u = (2 + 3i) - (1 + 2i), \quad v = (1 - i)(3 + i), \quad w = \frac{5i}{1 - 2i}.$$

Skriv svarene på kartesisk form.

b) Skriv det komplekse tallet

$$z = e^{-\frac{2\pi}{3}i}$$

på kartesisk form.

c) Regn ut de komplekse tredjerøttene til -1 . Skriv svarene på eksponentiell form.

Oppgave 2

Regn ut integralene.

a) $\int_{-\infty}^0 e^x dx$

b) $\int \frac{4x + 3}{x^2 + 1} dx$

c) $\int \frac{1}{(x^2 + 2x + 2)^2} dx$

Oppgave 3

La $f(x) = \cos x$ med definisjonsområde $D_f = [0, \pi/2]$. Finn volumet av omdreiningslegemet som oppstår ved å rotere arealet under grafen til f om y -aksen. (Besvarelsen skal vise hvordan integralet som oppstår løses, uten bruk av integraltabeller.).

Oppgave 4

I denne oppgaven skal vi se på funksjonen

$$f(x) = \begin{cases} \frac{e^x - 1}{x} & \text{for } x \neq 0 \\ 1 & \text{for } x = 0. \end{cases}$$

a) Finn de to grensene:

(1) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x}$

(2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - x - 1}{x^2}$

b) Avgjør om f er kontinuert i $x = 0$.

c) Avgjør om f er deriverbar i $x = 0$.

Oppgave 5

Karbon-14 er et radioaktivt stoff med en halveringstid på 5730 år. Det betyr: Hvis $y(t)$ betegner massen Karbon-14 i en stoffprøve, t år etter et valgt startår $t = 0$, er endringsraten til $y(t)$ med hensyn på t proporsjonal med $y(t)$, og $y(t + 5730) = y(t)/2$.

Målinger har vist at en trebit fra et vikingskip i dag inneholder 87% av den mengden Karbon-14 som var i trebiten da skipet ble bygget. Hvor gammelt er skipet?