



Universitetet  
i Stavanger

EKSAMEN I: BMF100 SANNSYNLIGHETSREGNING OG STATISTIKK 1

VARIGHET: 4 TIMER

DATO: 25. AUGUST 2012

BOKMÅL

TILLATTE HJELPEMIDLER:

KALKULATOR: **HP30S, Citizen SR-270X, Casio FX82** eller **TI-30**

OPPGAVESETTET BESTÅR AV 3 OPPGAVER PÅ 8 SIDER INKL. VEDLEGG

---

MERK: For å få bestått må også minst to av de \*-merkede punktene 2c) 3a), og 3c) være bra besvart.

---

Oppgave 1

To oljereservoar betraktes, 1 og 2. Sannsynligheten for å finne olje i reservoar 1 er 0.5, og sannsynligheten for å finne olje i reservoar 2 er 0.6. Sannsynligheten for å finne olje i begge reservoarene er 0.2.

- Finn sannsynligheten for at man finner olje i minst ett av reservoarene. Finn sannsynligheten for at man ikke finner olje i noen av reservoarene.
- Finn sannsynligheten for at man finner olje kun i reservoar 1. Finn sannsynligheten for at man finner olje i kun reservoar 1 eller kun reservoar 2 (ikke i begge).
- Er begivenhetene "finne olje i reservoar 1" og "finne olje i reservoar 2" statistisk uavhengige?  
Hva er den betingede sannsynligheten for å finne olje i reservoar 2 gitt det er gitt at man fant olje i reservoar 1?

Oppgave 2

Alle oljeselskaper som opererer produksjonsfelt på norsk sokkel må hvert år rapportere forurensende utslipp til luft og sjø til Oljedirektoratet og Statens Forurensningstilsyn. Under de fleste reservoarer ligger det en vannsone som etter noen tids produksjon trekkes opp i brønnene og blir en del av "væskensom produseres på feltene. Vannet skilles ut fra oljen, men en del olje blir igjen i produksjonsvannet. Faktisk stod olje i produsert vann for 87.3 % av det totale utslippet av olje i sjøen i 2002. Den gjennomsnittlige oljekonsentrasjonen i utslippene var 21.6 mg/l i 2002.

Basert på dagens teknologi kan man anta at oljekonsentrasjonene i tilfeldig valgte utslipp av produksjonsvann som slippes ut i sjøen er normalfordelte med forventning  $\mu = 21.6$  mg/l og standardavvik  $\sigma = 3.4$  mg/l.

- a) Myndighetene krever at oljekonsentrasjonen i produksjonsvann som slippes i sjøen skal være mindre enn 40 mg/l. Finn sannsynligheten for at et tilfeldig valgt utslipp overstiger myndighetenes krav. Hva er sannsynligheten for at et tilfeldig valgt utslipp er mindre enn 25 mg/l?
- b) Finn sannsynligheten for at oljekonsentrasjonen i produksjonsvann i et tilfeldig valgt utslipp skal ligge innenfor  $[\mu - 3\sigma, \mu + 3\sigma]$ .

Det produseres stadig mer vann i forhold til olje på norsk sokkel. I 1993 var vann/olje-forholdet 0.19, i 2002 var det øket til 0.74 og det forventes å øke i kommende år fordi flere større felt på norsk sokkel har nådd en moden produksjonsfase.

For å begrense det totale utslippet av olje til sjø, injiseres stadig mer av det produserte vannet ned igjen i reservoarene. Samtidig tas ny renseteknologi i bruk.

- c\*) I et laboratorium testes det ut en ny rensemethode som fokuserer på å redusere de tre dominerende kildene til oljekonsentrasjoner i produksjonsvannet. Det tas 16 prøver av oljekonsentrasjonen etter bruk av denne rensemethode, og disse prøvene viser seg å ha et gjennomsnitt på 19.8 mg/l.

Det kan antas at målingene er uavhengige og normalfordelte med ukjent forventning  $\mu$  og kjent standardavvik  $\sigma = 3.4$  mg/l. Lag et 95 % konfidensintervall for  $\mu$ .

- d) Den nye rensemethode under punkt c) krever betydelige investeringer på installasjonene i havet før den kan tas i bruk der. Man ønsker derfor å være sikker på at den er reelt bedre enn dagens teknologi som gir et forventet utslipp på  $\mu = 21.6$  mg/l.

Formuler dette som et hypotesetestingsproblem og utfør testen. Bruk signifikansnivå  $\alpha = 0.01$ .

- e) Anta nå at du får opplyst at man i laboratorieforsøket i punkt c) ikke kjenner standardavviket  $\sigma$ , og i stedet får vite at det empiriske standardavviket for målingene ble  $s = 1.9$  mg/l.

Endrer dette konklusjonen i hypotesetestingsproblemet under punkt d)? Begrunn svaret.

### Oppgave 3

Vi har følgende data som vi vil gjøre en regresjonsanalyse av:

$x_i$	1	2	3	4	5
$y_i$	0.4	2.8	2.0	3.4	5.1

- a\*) Tegn inn dataparene  $(x_i, y_i), i = 1, 2, 3, 4, 5$  i et spredningsdiagram, og tegn inn regresjonslinjen basert på ”øyemål” i dette diagrammet.  
Forklar kort hvordan du tenker når du skal plassere linjen i diagrammet.
- b) For disse dataene vil vi tilpasse en regresjonsmodell der konstantleddet er null (linjen går gjennom origo). Modellen er:  $Y_i = \beta x_i + \epsilon_i$ .

Forklar kort prinsippet bak minste kvadraters (MK) metode, og vis at MK-estimatoren for  $\beta$  i denne situasjonen blir:

$$\hat{\beta} = \frac{\sum_{i=1}^5 Y_i x_i}{\sum_{i=1}^5 x_i^2}$$

Hint: minimering av SSE.

- c\*) Beregn Estimatet av  $\beta$ .  
Undersøk om estimatoren  $\hat{\beta}$  er forventningsrett.