

EKSAMEN I: STA100 SANNSYNLIGHETSREGNING OG STATISTIKK 1

VARIGHET: 4 TIMER

DATO: 11. SEPTEMBER 2014

BOKMÅL

TILLATTE HJELPEMIDLER:

KALKULATOR: HP30S, Alle Casio FX82, Texas Instruments TI-30, Citizen SR-270X, Texas BA II Plus og HP17bII+

OPPGAVESETTET BESTÅR AV 4 OPPGAVER PÅ 10 SIDER INKL. VEDLEGG

Oppgave 1

For tre hendelser A , B og C har vi at $P(A) = P(B) = P(C) = 0.2$.

- Dersom A , B og C er statistisk uavhengige begivenheter, finn sannsynligheten for at A eller B inntreffer, $P(A \cup B)$, og finn sannsynligheten for at A og B inntreffer, $P(A \cap B)$. Hva er sannsynligheten for at A inntreffer og ikke C ?
- Hvordan er statistisk uavhengighet mellom begivenheter definert?

Vi ser så på situasjonen der A og B er avhengige og antar at $P(A \cap B) = 0.05$, finn den betingede sannsynligheten $P(A|B)$.

Hva blir den betingede sannsynligheten for A gitt at B ikke inntreffer, $P(A|\bar{B})$?

Oppgave 2

I en produksjonsprosess blir det laget vareenheter som hver har ingen, én eller to feil med sannsynlighetene 0.95, 0.03 og 0.02, hhv. Dvs.: dersom X er antall feil på en tilfeldig valgt enhet, så har X fordelingen:

x	0	1	2
$P(X = x)$	0.95	0.03	0.02

Antall feil på ulike enheter antas å være uavhengig av hverandre.

- Finn forventningen, $E(X)$, og variansen, $\text{Var}(X)$.
Kostnaden knyttet til feil på en enhet kan uttrykkes som $20 + 15X$. Finn forventet kostnad og variansen til kostnaden.
- La X_1 og X_2 være antall feil på to enheter, og la $Y_2 = X_1 + X_2$ være totalt antall feil på de to enhetene. Finn forventning og varians til Y_2 .
Finn også forventning og varians til den tilfeldige variabelen U , der $U = 2X_1$. Sammenlign forventning og varians til U og Y_2 og kommenter.
- Vi ser på 200 enheter. La Y være totalt antall feil på de 200 enhetene.
Finn forventning og varians til Y .
Finn $P(Y \leq 9)$, og finn sannsynligheten for at det totalt er mer enn 20 feil.

Oppgave 3

For 10 forskjellige biler ble motoreffekten (i hestekrefter) målt med og uten et tilsetningsstoff som produsenten påstår bedrer motoreffekten. Resultatene (med fortløpende nummerering av bilene, og med differensene utregnet) ble:

Bil nr.	1	2	3	...	9	10	gj.sn.	emp. standardavvik
Med tilsetning (x_i)	118.4	106.4	111.8	...	126.8	100.1	109.4	15.4
Uten tilsetning (y_i)	117.3	104.1	108.7	...	124.6	99.6	107.8	14.0
Differanse ($d_i = x_i - y_i$)	1.1	2.3	3.1	...	2.2	0.5	1.6	2.4

- Lag et 90% konfidensintervall for forventet motoreffekt med tilsetningsstoff og et for forventet motoreffekt uten tilsetningsstoff.
Hvilke forutsetninger må du gjøre?
- Forklar kort hva *test etter parplanen* (paret t -test) er, og forklar om forskjeller mellom toutvalgs test (uparet t -test) og test etter parplanen.
- Tyder dataene på at det er en forskjell i forventet motoreffekt med og uten tilsetningsstoff? Besvar spørsmålet ved å gjennomføre en hypotesetest.
Gjør klart hvilke forutsetninger analysen bygger på.
- Utle et 95% konfidensintervall for endringen i forventet motoreffekt med og uten tilsetningsstoffet.

Oppgave 4

I et forsøk med ulike fortyper for oppdrettslaks ble fire fortyper, A, B, C og D brukt i fire ulike merder. Etter ni måneder ble fire tilfeldig valgte fisker fra hver merd fanget og vekten (i hektogram) registrert. Resultatene er gitt i tabellen under.

Fortype:	A	B	C	D
	5.0	4.8	5.8	5.5
	5.3	5.0	5.8	5.4
	5.6	6.1	6.9	6.2
	6.0	5.7	6.4	6.5
Gjennomsnitt:	5.475	5.4	6.225	5.9

Under vises utskriften fra programpakken R av en ANOVA.

Analysis of Variance Table						
	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)	
fortype	3	1.785	0.59500	2.1282	0.1499	
Residuals	12	3.355	0.27958			

Between Groups: fortype, og
Within Groups: Residuals

- a) Vis hvordan SSA regnes ut (og er lik 1.785). Forklar hva "F value" betyr og hvilken nullfordeling som knyttes til denne størrelsen.
- b) Sett opp en ANOVA-modell for dette forsøket. Forklar modellen.
- c) Sett opp og utfør en test for om forventet vekt for de fire fortypene er ulik. Beregn residualene til de fire målingene med fortype D. Hvilke forutsetninger angående residualene gjøres i en ANOVA?