

EKSAMEN I: STA100 SANNSYNLIGHETSREGNING OG STATISTIKK 1

VARIGHET: 4 TIMER

DATO: 13. MAI 2014

BOKMÅL

TILLATTE HJELPEMIDLER:

KALKULATOR: **HP30S, Citizen SR-270X, Casio FX82** eller **TI-30**

OPPGAVESETTET BESTÅR AV 5 OPPGAVER PÅ 9 SIDER INKL. VEDLEGG

Oppgave 1

Vi kaster en terning som har seks sider med tallene 1 til 6. Den tilfeldige variabelen X er resultatet i et kast og sannsynlighetsfordelingen er gitt ved:

x	1	2	3	4	5	6
$P(X = x)$	0.1	0.15	0.2	0.3	0.15	0.1

(Dette er derfor ikke en vanlig rettferdig terning.)

- a) Finn forventning, $E(X)$, og varians, $\text{Var}(X)$, til X .
- b) Hva er sannsynligheten for å få minst fire i et kast?
Hva er sannsynligheten for å få høyst to i et kast?
Hva er sannsynligheten for å minst fire eller partall i et kast?
- c) Anta at vi har 40 terninger som beskrevet over. Alle kastes og vi er interessert i hva summen, S , av resultatene på de 40 terningene blir. Anta at resultatene på ulike terninger er uavhengige av hverandre.
Hva blir forventningen til S og hva blir standardavviket til S ?
Finn tilnærmet sannsynligheten for at S blir mer enn 150, og finn tilnærmet sannsynligheten for at S blir mellom 130 og 150.

Oppgave 2

Vi tenker oss at vi skal gjøre målinger av pH i en elv. Resultatet av en måling betraktes som utfall av en tilfeldig variabel, X , som antas å være normalfordelt med forventning μ_X og standardavvik σ_X , $X \sim N(\mu_X, \sigma_X)$

I punkt a) og b) er $\mu_X = 6$ og $\sigma_X = 0.2$.

- a) Finn $P(X < 5.5)$ og $P(X > 6.4)$.
Hva er sannsynligheten for å få et måleresultat mellom 5.8 og 6.2?

- b) For fem uavhengige måleresultat, X_1, \dots, X_5 , finn forventning og standardavvik til gjennomsnittet, $\bar{X} = \frac{1}{5} \sum_{i=1}^5 X_i$.

Hva er sannsynligheten for at gjennomsnittet er mindre enn 5.8, $P(\bar{X} < 5.8)$?

I elven Sira (i Sirdal) er det ved Fidjeland målt pH hvert år i de 11 årene 2003, ..., 2013:

år (i):	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013
pH (x_i):	5.26	5.57	5.69	5.77	5.62	5.48	5.94	6.00	5.51	5.56	5.65

For disse dataene er $\bar{x} = \frac{1}{11} \sum_{i=1}^{11} x_i = 5.64$.

Vi betrakter målingene om utfall av 11 u.i.f. tilfeldige variable, X_1, \dots, X_{11} , der X_i 'ene er normalfordelte. I punkt c) og d) er forventningen, μ_X , ukjent, men vi antar at variansen, $\text{Var}(X_i) = \sigma_X^2 = 0.2^2$ er kjent.

- c) Er det grunnlag for å hevde at virkelig pH er høyere enn 5.5? Besvar spørsmålet ved å gjennomføre en test for $H_0 : \mu_X = 5.5$ mot $H_1 : \mu_X > 5.5$. Bruk 5% signifikansnivå.
- d) Finn styrken til testen i punkt c) dersom pH'en i virkeligheten er 5.6.
Hvor mange målinger måtte vi hatt for å få en styrke på minst 90% dersom pH'en i virkeligheten er 5.6?

Oppgave 3

Det er også gjort tilsvarende målinger av pH lenger nede i elven ved Nesset:

år (i):	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013
pH (y_i):	5.91	5.8	5.93	5.99	5.99	5.85	6.08	6.21	6.07	5.95	6.05

For disse dataene er $\bar{y} = \frac{1}{11} \sum_{i=1}^{11} y_i = 5.98$, og $s_y^2 = \frac{1}{10} \sum_{i=1}^{11} (\bar{y} - y_i)^2 = 0.12^2$. Vi betrakter målingene som utfall av 11 u.i.f. tilfeldige variable, Y_1, \dots, Y_{11} , der Y_i 'ene er normalfordelte. I punkt a) og b) er forventningen, μ_Y , ukjent, og variansen, $\text{Var}(X_i) = \sigma_Y^2$, er kjent.

- a) Er det grunnlag for å hevde at virkelig pH er lavere enn 6.0? Besvar spørsmålet ved å gjennomføre en test for $H_0 : \mu_Y = 6.0$ mot $H_1 : \mu_Y < 6.0$. Bruk 5% signifikansnivå.
- b) Lag et 90% konfidensintervall for virkelig pH ved Nesset, μ_Y .
Hva forteller intervallet?

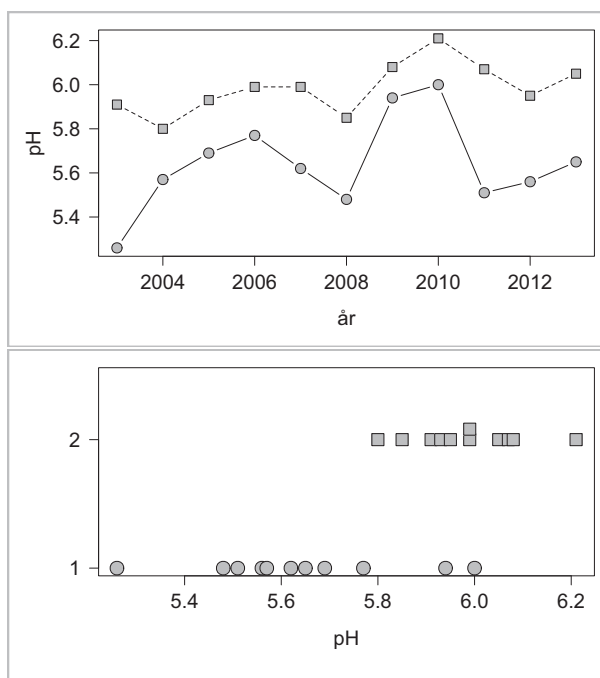
Oppgave 4

Vi vil så sammenligne målingene ved Fidjeland med de fra Nesset. Vi gjør tilsvarende antakelser som i oppgave 2 og 3, bortsett fra at $\text{Var}(X_i) = \sigma_X^2$ nå er ukjent (i tillegg til at μ_X er ukjent). Vi antar videre at variansene i de to måleseriene er like, $\sigma_X^2 = \sigma_Y^2 = \sigma^2$, og at X_i 'ene er uavhengige av Y_i 'ene.

(Det oppgis at $s_x^2 = \frac{1}{10} \sum_{i=1}^{11} (\bar{x} - x_i)^2 = 0.21^2$.)

- a) Gjennomfør en hypotesetest for å undersøke om det er grunnlag for å hevde at pH'en ved Fidjeland er ulik den ved Nesset. Gjør klart hva null- og alternativhypotesen er, og hva teststørrelse, nullfordeling og forkastningsområde er.

Til høyre ser du to figurer som beskriver de to måleseriene. I begge figurene er målinger fra Fidjeland symbolisert med sirkler og målinger fra Nesset er symbolisert med firkanter. Den øverste figuren har årstall fra 2003 til 2013 på x-aksen og målt pH på y-aksen. Den nederste viser prikkdiagram for begge måleseriene.



- b) På bakgrunn av bl.a. figurene over, hvilke forutsetninger som er antatt innledningsvis i oppgaven vil du si det kan være tvil om er oppfylt? Hvilke testmetoder (som ikke baserer seg på alle antakelsene innledningsvis i oppgaven) kunne vært brukt for å undersøke om det er grunnlag for å hevde at pH'en ved Fidjeland er ulik den ved Nesset. Begrunn forslagene dine! Merk at du ikke trenger å gjennomføre noen tester eller beregninger i dette punktet.

Oppgave 5

I en undersøkelse gjort på campus ble 50 tilfeldig valgte kvinnelige studenter og 50 tilfeldig valgte mannlige studenter spurt om sitt syn på en bestemt sak.

- a) Blant de 50 mennene svarte 30 at de var for den bestemte saken. Lag et 90% konfidensintervall for virkelig andel av mannlige UiS-studenter som er for saken.
- b) Blant de 50 kvinnene var det 20 som var for. Er det grunnlag for å hevde at andel som er for saken blant alle UiS-studentene er ulik for kvinner og for menn? Besvar spørsmålet ved å gjennomføre en hypotesetest. Gjør klart hva null- og alternativhypotesen er, og hva teststørrelse, nullfordeling og forkastningsområde er.