

EKSAMEN I: STA100 SANNSYNLIGHETSREGNING OG STATISTIKK

VARIGHET: 4 TIMER

DATO: 13 MAI, 2015

HJELPEMIDLER: Godkjent enkel kalkulator (HP30S, Casio FX82, TI-30,  
Citizen SR-270X , Texas BA II Plus eller HP17bII+ ).

EKSAMEN BESTÅR AV 5 OPPGAVER PÅ 4 SIDER OG 5 SIDER VEDLEGG,  
TOTALT 9 SIDER.

EMNEANSVARLIG: Jan Terje Kvaløy

TELEFON: 51 83 22 55

---

Oppgave 1

Bæreevnen til en type bærebjelker (målt i hvor mange tonn belastning de tåler) antas normalfordelt med forventning  $\mu = 8.7$  og standardavvik  $\sigma = 0.35$ .

- a) Hva er sannsynligheten for at en slik bærebjelke tåler mindre enn 8 tonn belastning?  
Hva er sannsynligheten for at en slik bærebjelke tåler mellom 8 og 9 tonn belastning?  
Finn den belastning  $b$  som er slik at 99% av bjelkene tåler en belastning på minst  $b$ .

En ny variant av disse bjelkene er blitt utviklet. Et mål i utviklingen var å lage bjelker med høyere forventet bæreevne enn de gamle. Måling av bæreevnen til fem bjelker av den nye typen gav et gjennomsnitt på 8.91 tonn. Standardavviket antas å være det samme som før, dvs  $\sigma = 0.35$ , og målingene antas uavhengige.

- b) Gir resultatet gitt over grunnlag for å konkludere at målet om høyere forventet bæreevne er oppnådd? Formuler problemstillingen som en hypotesetest.  
Utfør testen. Bruk 5% signifikansnivå.  
Regn ut testens  $p$ -verdi.
- c) Regn ut styrken til testen i punkt b) for  $\mu = 9$ , når testen er basert på resultatet av  $n = 5$  målinger.  
Regn ut hvor mange målinger som må gjøres dersom testen i punkt b) skal ha en styrke på minst 0.90 for  $\mu = 9$ .

Produsenten av bærebjelker har utviklet en helt ny type bjelker. For disse bjelkene kjenner de verken forventet bæreevne eller standardavviket til bæreevnen. For å undersøke egenskapene til de nye bjelkene har de testet bæreevnen til ti slike bjelker. Resultatene ble:

10.3 10.6 10.3 11.1 10.1 10.8 10.5 10.1 10.3 10.6

Det oppgis at  $\sum_{i=1}^{10} x_i = 104.7$  og  $\sum_{i=1}^{10} (x_i - \bar{x})^2 = 0.901$ , der  $x_i$  er bæreevnen til bjelke nr  $i$ .

- d) Regn ut estimater for  $\mu$  og  $\sigma$ .  
Finn et 95% konfidensintervall for  $\mu$ .  
Spesifiser hvilke antagelser konfidensintervallet er basert på.

### Oppgave 2

En fabrikk lager elektroniske styringsenheter. Sannsynligheten for at en styringsenhet har en feil er 9%. Alle enhetene testes før de tas i bruk, men testen gir ikke alltid korrekt svar. Vi sier at testen slår ut dersom testen indikerer at enheten har en feil. Dersom en enhet virkelig har en feil er sannsynligheten 85% for at testen slår ut. Dersom en enhet er feilfri er det 94% sannsynlighet for at testen ikke slår ut.

La  $D$  være hendelsen at en enhet har en feil, og la  $T$  være hendelsen at testen slår ut.

- a) Ut fra opplysningene gitt over, skriv ned hva  $P(D)$ ,  $P(T|D)$  og  $P(\bar{T}|\bar{D})$  er. Regn ut  $P(\bar{D})$  og  $P(T|\bar{D})$ .  
Hva er sannsynligheten for at testen slår ut på en tilfeldig enhet,  $P(T)$ ?  
Gitt at testen ikke slår ut på en enhet, hva er sannsynligheten for at enheten likevel er defekt?

### Oppgave 3

Levetiden til en type LED-lysrør (dvs hvor lenge et lysrør fungerer) er eksponentialfordelt med forventning 4.5 år.

- a) Vis at sannsynligheten for at et slikt lysrør fungerer i mindre enn ett år er 0.20. Finn sannsynligheten for at et lysrør fungerer i mer enn 5 år.  
Finn sannsynligheten for at et lysrør fungerer i mellom 2 og 4 år.

I en bygning byttes alle lysrør ut med denne typen LED-lysrør. Anta at lysrørene feiler uavhengig av hverandre. La  $X$  være antallet av  $n$  lysrør som fungerer i mindre enn ett år.

- b) Forklar hvorfor  $X$  er binomisk fordelt. (Husk at du må relatere forklaringen til den konkrete situasjonen.)  
I et rom blir  $n = 5$  lysrør installert. Hva er sannsynligheten for at minst 2 av disse fungerer i mindre enn ett år?  
I hele bygningen blir  $n = 120$  lysrør installert. Hva er sannsynligheten for at minst 20 av disse fungerer i mindre enn ett år?

## Oppgave 4

Ved seismiske undersøkelser av mulige petroleumsreservoar til havs kan man fra de seismiske signalene regne ut en størrelse som kalles akustisk impedans. Denne størrelsen antar man har sammenheng med porøsiteten til reservoaret. For å undersøke dette nærmere har man samlet inn data over impedans og porøsitet i ulike reservoar der man kjenner begge størrelsene. Dataene er gitt i tabellen under.

impedans, $x_i$	7.76	7.68	7.23	5.31	6.19	6.65	7.11	7.48	4.41
porøsitet, $y_i$	0.12	0.19	0.24	0.21	0.15	0.15	0.27	0.15	0.26
impedans, $x_i$	6.11	9.82	8.78	10.90	9.06	8.84	7.68	4.57	7.88
porøsitet, $y_i$	0.28	0.15	0.15	0.11	0.12	0.23	0.14	0.27	0.14

Det oppgis at  $\sum_{i=1}^{18} x_i = 133.46$  og  $\sum_{i=1}^{18} y_i = 3.33$ .

Datautskrift fra Excel fra tilpasningen av en enkel linære regresjonsmodell med impedans som  $x$ -variabel og porøsitet som  $Y$ -variabel er gitt under.

<i>Regresjonsstatistikk</i>	
Multipel R	0,639
R-kvadrat	0,408
Justert R-kvadrat	0,371
Standardfeil	0,047
Observasjoner	18

  

<i>Variansanalyse</i>					
	<i>fg</i>	<i>SK</i>	<i>GK</i>	<i>F</i>	<i>Signifikans-F</i>
Regresjon	1	0,024	0,024	11,02	0,0043
Residualer	16	0,035	0,002		
Totalt	17	0,059			

  

	<i>Koeffisienter</i>	<i>Standardfeil</i>	<i>t-Stat</i>	<i>P-verdi</i>	<i>Nederste 95%</i>	<i>Øverste 95%</i>
Skjæringspunkt	0,347	0,0500	6,94	0,0000	0,241	0,453
impedans	-0,022	0,0066	-3,32	0,0043	-0,036	-0,008

- a) Skriv ned den enkle lineære regresjonsmodellen. Gi en praktisk tolkning av  $\beta$ -parameteren i regresjonsmodellen i denne situasjonen. Skriv ned den estimerte regresjonslinja.

Er det sammenheng mellom impedans og porøsitet? Formuler dette som en hypotesetest og gi resultatet av testen. Bruk 5% nivå.

Hvor stor andel av den totale variasjonen i porøsitet er forklart av regresjonslinja?

I et område som undersøkes regner man ut en akustisk impedans på 5.30 fra de seismiske signalene.

- b) Regn ut estimert forventet porøsitet når impedansen er  $x = 5.30$ .  
Regn ut et 95% prediksjonsintervall for porøsiteten når impedansen er  $x = 5.30$ .  
Forklar kort hva dette intervallet forteller oss.

### Oppgave 5

En stor aktør i fiskeoppdrettsnæringen har over lang tid kjøpt en bestemt type pumper fra to forskjellige leverandører. De vil nå undersøke om det er forskjell mellom produsentene i hvor stor andel av pumpene som feiler i løpet av garantitiden. De har samlet inn data for et tilfeldig utvalg pumper fra begge produsenter og talt opp hvor mange som feilet og hvor mange som ikke feilet i løpet av garantitiden. Resultatet er gitt under.

	feilet	feilet ikke
produsent A	8	92
produsent B	4	96

- a) Bruk en kjikvadrattest til å avgjøre om undersøkelsen gir grunnlag for å konkludere at det er forskjell mellom produsentene i andel pumper som feiler i løpet av garantitiden. Bruk 5% nivå.  
Er forutsetningene for testen oppfylte? Kommenter kort.