

EKSAMEN I: STA100 SANNSYNLIGHETSREGNING OG STATISTIKK

VARIGHET: 4 TIMER

DATO: 8 SEPTEMBER, 2016

HJELPEMIDLER: Godkjent enkel kalkulator (HP30S, Casio FX82, TI-30,  
Citizen SR-270X , Texas BA II Plus eller HP17bII+ ).

EKSAMEN BESTÅR AV 4 OPPGAVER PÅ 4 SIDER OG 5 SIDER VEDLEGG,  
TOTALT 9 SIDER.

EMNEANSVARLIG: Jan Terje Kvaløy

TELEFON: 51 83 22 55

---

Oppgave 1

Et nytt boligområde hvor det skal bygges rekkehus er under planlegging. En faktor man må ta hensyn til i planleggingen er hvor mange biler familiene som flytter inn har. La  $X$  være antall biler en familie har. Anta at man for den planlagte typen boliger vet at fordelingen til  $X$  er:

$x$	0	1	2	3
$P(X = x)$	0.13	0.55	0.31	0.01

Anta også at det er uavhengighet mellom familiene i hvor mange biler de har.

a) Regn ut  $E(X)$  og  $\text{Var}(X)$ .

Hva er sannsynligheten for at to familier til sammen har nøyaktig tre biler?

Det planlegges i alt 40 boliger. Totalt antall biler familiene som flytter inn kommer til å ha blir da  $Y = \sum_{i=1}^{40} X_i = X_1 + X_2 + \dots + X_{40}$ , der  $X_i$  er antall biler familien i den  $i$ te boligen har.

b) Regn ut  $E(Y)$  og  $\text{Var}(Y)$ .

Dersom det bygges 50 parkeringsplasser for bilene til familiene som flytter inn i boligområdet, hvor stor er sannsynligheten for at det blir nok parkeringsplasser til alle bilene?

Hvor mange parkeringsplasser for bilene til familiene må det bygges i boligområdet dersom det skal være minst 90% sannsynlighet for at det er nok parkeringsplasser til alle bilene?

## Oppgave 2

Tiden, målt i år, til et måleinstrument av en bestemt type feiler er eksponentialfordelt med parameter  $\lambda = 0.08$ . Produsenten av måleinstrumentet gir to års garanti på instrumentet.

- a) Vis at sannsynligheten for at et slikt instrument feiler i løpet av garantitiden er 0.15.  
Hva er forventet tid til et slik instrument feiler?  
Hva er sannsynligheten for at tiden til et instrument feiler er mellom 10 og 20 år?

Et laboratorium kjøper inn to måleinstrumenter av den omtalte typen. La  $A$  være hendelsen at det ene instrumentet feiler i løpet av garantitiden og la  $B$  være hendelsen at det andre instrumentet feiler i løpet av garantitiden. (Merk at vi har fra punkt a) at  $P(A) = P(B) = 0.15$ .) Anta at tidene til ulike måleinstrumenter feiler er uavhengige.

- b) Tegn et Venn-diagram som viser sammenhengen mellom  $A$  og  $B$ .  
Regn ut  $P(A \cap B)$  og forklar kort hva dette i praksis betyr i denne situasjonen.  
Regn ut  $P(A \cup B)$  og forklar kort hva dette i praksis betyr i denne situasjonen.  
Et annet laboratorium kjøper 10 måleinstrumenter. Hva er sannsynligheten for at minst 2 av disse feiler i løpet av garantitiden?

## Oppgave 3

Sprekkdannelser er den viktigste årsaken til at solceller svikter, og det er derfor viktig å ha kunnskap om mekanisk styrke til solceller. I en test er bruddstyrken (i N) til solceller fra fire ulike produsenter blitt undersøkt. Resultatene er gitt i tabellen under.

Produsent A	Produsent B	Produsent C	Produsent D
6,52	4,26	5,80	4,18
6,98	3,47	6,48	3,35
6,43	5,03	4,48	3,88
5,69	4,00	4,34	4,85

Datautskrift og to plott fra en enveis variansanalyse utført i Excel for dataene på forrige side er gitt under.

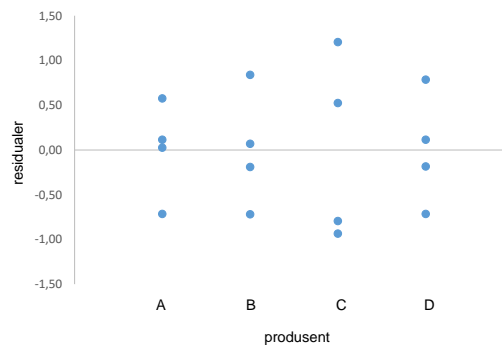
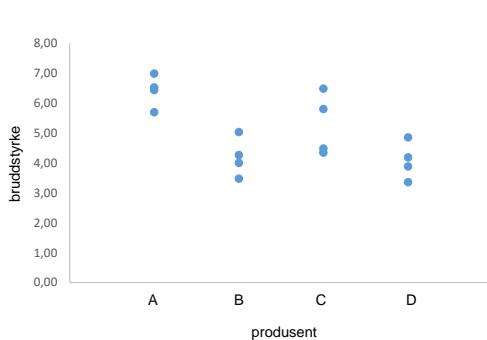
Variansanalyse: en-faktor

**SAMMENDRAG**

Grupper	Antall	Sum	Gjennomsnitt	Varians
Produsent A	4	25,62	6,41	0,29
Produsent B	4	16,76	4,19	0,42
Produsent C	4	21,1	5,28	1,08
Produsent D	4	16,26	4,07	0,39

**Variansanalyse**

Variasjonskilde	SK	fg	GK	F	P-verdi	F-krit
Mellom grupper	14,32	3	4,77	8,77	0,0024	3,490
Innenfor grupper	6,53	12	0,54			
<b>Totalt</b>	<b>20,85</b>	<b>15</b>				



a) Skriv ned modellen og antagelsene for enveis variansanalyse.

Er de forskjell i bruddstyrke mellom solcellene fra de fire produsentene? Formuler problemstillingen som en hypotesetest, gi resultatet av testen på 5% signifikansnivå og forklar hva resultatet av testen betyr i praksis.

Hvordan er residualene i modellen definert? Hvilken antagelse kan vi sjekke ut fra det oppgitte residualplottet? Hva slags type plott av residualene burde vi ha i tillegg?

Det er spesielt av interesse å undersøke om det er forskjell i forventet bruddstyrke mellom solceller fra produsent A og B.

b) Formuler problemstillingen som en hypotesetest.

Utfør testen og forklar hva resultatet av testen betyr i praksis. Bruk 5% signifikansnivå.

Gjør rede for hvilke antagelser som ligger til grunn for testen.

## Oppgave 4

En laborant skal prøve å bestemme konsentrasjonen av et bestemt stoff i en prøve. La  $\mu$  betegne denne konsentrasjonen. Til å måle konsentrasjonen har laboranten tilgjengelig et måleinstrument som gir normalfordelte målinger med forventning  $\mu$  og standardavvik  $\sigma_x = 2.4$ . La  $X$  betegne resultatet av en tilfeldig måling.

Anta i punkt a) under at det er kjent at  $\mu = 77$ .

- a) Regn ut  $P(X > 80)$ ,  $P(75 < X < 80)$  og  $P(X > 80|X > 75)$ .

Regn ut sannsynligheten for at gjennomsnittet av fem målinger blir større enn 80. Forklar kort hvorfor det er logisk at denne sannsynligheten er lavere enn sannsynligheten for at en enkeltmåling blir større enn 80.

I resten av oppgaven skal vi anta at  $\mu$  er ukjent. Oppgaven til laboranten er å finne et godt estimat for  $\mu$ . I første omgang gjør hun 9 uavhengige målinger som gir et gjennomsnitt på 67.2.

- b) Utled et 95% konfidensintervall for  $\mu$ . Regn ut tallsvar ut fra informasjonen gitt over.  
Hvor mange målinger må laboranten gjøre dersom hun ønsker et 95 konfidensintervall for  $\mu$  med lengde på maksimalt 2?

Laboranten får i tillegg tilgang til å gjøre en konsentrasjonsmåling med en annen målemetode som er dyr men har bedre nøyaktighet. Målinger med denne metoden er normalfordelte med forventning  $\mu$  og standardavvik  $\sigma_Y = 0.6$ . La  $Y$  betegne resultatet av en måling med denne målemetoden. Anta at alle målinger er uavhengige. Laboranten er litt usikker på hvordan hun best skal kombinere informasjonen fra alle målingene til en felles estimator for konsentrasjonen  $\mu$ . Hun vurderer estimatorene

$$\hat{\mu}_1 = \frac{1}{2}(\bar{X} + Y) \quad \text{og} \quad \hat{\mu}_2 = 0.36 \cdot \bar{X} + 0.64 \cdot Y$$

der  $\bar{X} = (X_1 + X_2 + \dots + X_9)/9$ .

- c) Vis at begge estimatorene er forventningsrette.  
Regn ut variansen til  $\hat{\mu}_1$ .

Det oppgis at  $\text{Var}(\hat{\mu}_2) = 0.23$  og at resultatet av målingen med det nøyaktige instrumentet ble  $y = 66.4$  (og fra tidligere i oppgaven vet vi at  $\bar{x} = 67.2$ ).

- d) Hvilken av de to estimatorene  $\hat{\mu}_1$  og  $\hat{\mu}_2$  er best? Begrunn svaret.  
Bruk den estimatoren du mener er best og regn ut et estimat og et 95% konfidensintervall for  $\mu$ .