



Universitetet  
i Stavanger

EKSAMEN I: STA100 SANNSYNLIGHETSREGNING OG STATISTIKK 1

VARIGHET: 4 TIMER

DATO: 7. SEPTEMBER 2017

BOKMÅL

TILLATTE HJELPEMIDLER: Godkjent enkel kalkulator (HP30S, Casio FX82, TI-30,  
Citizen SR-270X , Texas BA II Plus eller HP17bII+ .

OPPGAVESETTET BESTÅR AV 5 OPPGAVER PÅ 10 SIDER INKL. VEDLEGG

---

Oppgave 1

La  $X$  være binomisk fordelt med  $n = 50$  og suksessannsynlighet  $p_X$ .

- a) Dersom vi har observert et utfall  $x = 30$  av  $X$ , lag et 90% konfidensintervall for  $p_X$ .

La videre  $Y$  være binomisk fordelt med  $n = 50$  og suksessannsynlighet  $p_Y$ , og anta at  $X$  og  $Y$  er statistisk uavhengige av hverandre.

- b) Dersom vi har observert et utfall  $y = 20$  av  $Y$ , er det grunnlag for å hevde at  $p_Y$  er ulik  $p_X$ ? Besvar spørsmålet ved å gjennomføre en hypotesetest. Gjør klart hva null- og alternativhypotesen er, og hva teststørrelse, nullfordeling og forkastningsområde er.

Oppgave 2

Vi kaster en terning som har seks sider med tallene 1 til 6. Den tilfeldige variabelen  $X$  er resultatet i et kast og sannsynlighetsfordelingen er gitt ved:

$x$	1	2	3	4	5	6
$P(X = x)$	0.1	0.15	0.2	0.3	0.15	0.1

(Dette er derfor ikke en vanlig rettferdig terning.)

- a) Finn forventning,  $E(X)$ , og varians,  $\text{Var}(X)$ , til  $X$ .
- b) Hva er sannsynligheten for å få minst fire i et kast?  
Hva er sannsynligheten for å få høyst to i et kast?  
Hva er sannsynligheten for å minst fire eller partall i et kast?
- c) For to kast med denne terningen, hva er sannsynligheten for at begge resultatene er oddetall?  
Hva er sannsynligheten for at summen av de to resultatene er minst 10?

- d) Anta at vi har 40 terninger som beskrevet over. Alle kastes og vi er interessert i hva summen,  $S$ , av resultatene på de 40 terningene blir. Anta at resultatene på ulike terninger er uavhengige av hverandre.

Hva blir forventningen til  $S$  og hva blir standardavviket til  $S$ ?

Finn tilnærmet sannsynligheten for at  $S$  blir mer enn 150, og finn tilnærmet sannsynligheten for at  $S$  blir mellom 130 og 150.

### Oppgave 3

Vi tenker oss at vi skal gjøre målinger av pH i et vann. Resultatet av en måling betraktes som utfall av en tilfeldig variabel,  $X$ , som antas å være normalfordelt med forventning  $\mu_X$  og standardavvik  $\sigma_X$ ,  $X \sim N(\mu_X, \sigma_X)$

I punkt a) og b) er  $\mu_X = 6.5$  og  $\sigma_X = 0.2$ .

- a) Finn  $P(X < 6)$  og  $P(X > 6.9)$ .

Hva er sannsynligheten for å få et måleresultat mellom 6.3 og 6.5?

- b) For fem uavhengige måleresultat,  $X_1, \dots, X_5$ , finn forventning og standardavvik til gjennomsnittet,  $\bar{X} = \frac{1}{5} \sum_{i=1}^5 X_i$ .

Hva er sannsynligheten for at gjennomsnittet er mindre enn 6.3,  $P(\bar{X} < 6.3)$ ?

Vi tenker oss at det årlig er tatt målinger av pH i Mosvatnet; seks slike målinger gav resultatene:

måling nr. ( $i$ ):	1	2	3	4	5	6
pH ( $x_i$ ):	5.63	6.09	6.15	5.66	5.71	5.80

For disse dataene er  $\bar{x} = \frac{1}{6} \sum_{i=1}^6 x_i = 5.84$ .

Vi betrakter målingene som utfall av seks u.i.f. tilfeldige variable,  $X_1, \dots, X_6$ , der  $X_i$ 'ene er normalfordelte. I punkt c) og d) er forventningen,  $E(X_i) = \mu_X$ , ukjent, men vi antar at variansen,  $\text{Var}(X_i) = \sigma_X^2 = 0.2^2$  er kjent.

- c) Er det grunnlag for å hevde at virkelig pH er lavere enn 6.0? Besvar spørsmålet ved å gjennomføre en test for  $H_0 : \mu_X = 6.0$  mot  $H_1 : \mu_X < 6.0$ . Bruk 5% signifikansnivå.
- d) Finn styrken til testen i punkt c) dersom pH'en i virkeligheten er 5.9.  
Hvor mange målinger måtte vi hatt for å få en styrke på minst 80% dersom pH'en i virkeligheten er 5.9?

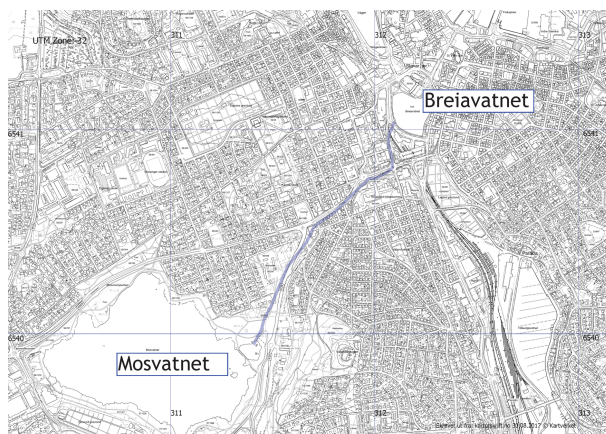
## Oppgave 4

På de samme tidsunktene er det også gjort tilsvarende målinger av pH i Breiavatnet:

måling nr. ( $i$ ):	1	2	3	4	5	6
pH ( $y_i$ ):	5.85	6.08	6.21	6.07	5.95	6.05

For disse dataene er  $\bar{y} = \frac{1}{6} \sum_{i=1}^6 y_i = 6.035$ , og  $s_y^2 = \frac{1}{5} \sum_{i=1}^6 (\bar{y} - y_i)^2 = 0.12^2$ .

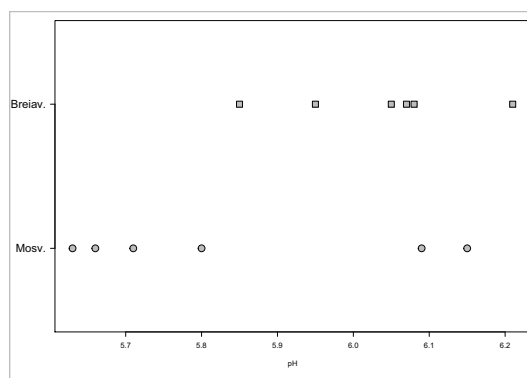
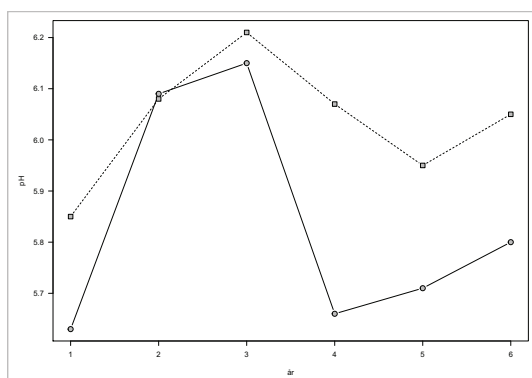
Vi betrakter målingene fra Breiavatnet også som utfall av seks u.i.f. tilfeldige variable,  $Y_1, \dots, Y_6$ , der  $Y_i$ 'ene er normalfordelte; forventning,  $E(Y_i) = \mu_Y$ , og varians,  $\text{Var}(Y_i) = \sigma_Y^2$  er ukjent.



Vi vil sammenligne målingene fra Mosvatnet med de fra Breiavatnet. Vi antar at resultatene fra Mosvatnet er statistisk uavhengige av de fra Breiavatnet. Vi antar nå at også  $\text{Var}(X_i) = \sigma_X^2$  er ukjent, men at variansene i de to måleseriene er like,  $\sigma_X^2 = \sigma_Y^2 = \sigma^2$ . (Det oppgis at  $s_x^2 = \frac{1}{5} \sum_{i=1}^6 (\bar{x} - x_i)^2 = 0.23^2$ .)

- a) Gjennomfør en hypotesetest for å undersøke om det er grunnlag for å hevde at pH'en i Mosvatnet er ulik den i Breiavatnet. Du skal bruke test for to uavhengige utvalg. Gjør klart hva null- og alternativhypotesen er, og hva teststørrelse, nullfordeling og forkastningsområde er.

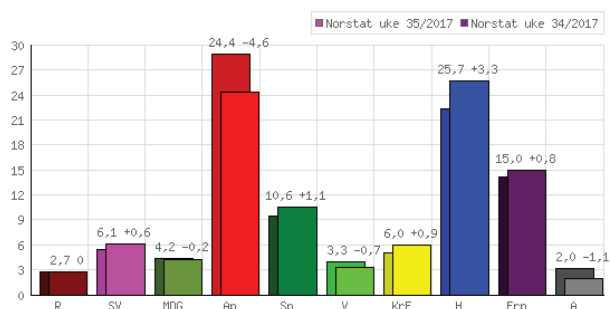
Under ser du to figurer som beskriver de to måleseriene. I begge figurene er målinger fra Mosvatnet symbolisert med sirkler og målinger fra Breiavatnet er symbolisert med firkanter. Figuren til venstre har måling nr. på x-aksen og målt pH på y-aksen. Den til høyre viser prikkdiagram for begge måleseriene.



- b) På bakgrunn av bl.a. figurene over, hvilke forutsetninger for testen i punkt a) vil du si det kan være tvil om er oppfylt? Foreslå en annen og mer passende test. Hva blir konklusjonen med denne metoden?

### Oppgave 5

Fram mot stortingsvalget 11. september blir det presentert mange meningsmålinger. Under er det vist noen resultater fra en måling som Nordstat har tatt opp for NRK 29. august sammenlignet med resultater fra forrige tilsvarende måling en uke tidligere.



Den siste målingen for Ap viser at oppslutningen var 24.4%, mens målingen uken før viste 29.0%. Er dette et uttrykk for virkelig endring i Ap's oppslutning, eller er dette innenfor den statistiske usikkerheten? Besvar spørsmålet med å gjennomføre en hypotesetest. Anta at det er spurt 1000 personer i hver måling. Gjør klart hva null- og alternativhypotesen er, og hva teststørrelse, nullfordeling og forkastningsområde er.