

Det teknisk-naturvitenskapelige fakultet

Eksamen i: **MAT100 Matematiske metoder 1**

Dato: 11.12.2015

Varighet: 5 timer (09:00 – 14:00)

Tillatte hjelpemidler: K. Rottmann: Matematisk Formelsamling

Enkel bestemt kalkulator

Fagansvarlig: Egil Njål Håland (mobil: 99 71 29 46)

Oppgavesettet består av 7 oppgaver på 2 sider.

Oppgave 1

I denne oppgaven skal alle svar gis på kartesisk form, d.v.s. $a + i b$ der i er den imaginære enheten.

a) Gitt det komplekse tallet $z = 1 + i\sqrt{3}$. Regn ut $z + \frac{1}{z}$.

b) Gitt det komplekse tallet $w = \frac{1-i}{\sqrt{2}}$. Regn ut w^5 .

c) Finn de tre røttene i likningen $z^3 + 8 = 0$.

Oppgave 2

Regn ut grensene:

a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - \ln(ex)}{\sin(\pi x)}$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + 2x + 2 - 2e^x}{\sin(2x) - 2 \sin x}$

Oppgave 3

Regn ut de bestemte integralene:

a) $\int_1^e x \ln x \, dx$

b) $\int_{-3}^{-2} \frac{4}{x^2 + 6x + 10} \, dx$

c) $\int_0^1 \frac{3-x}{(x+1)(x^2+1)} dx$

d) $\int_{-\pi}^{\pi} \sin(x^3) dx$

Oppgave 4

En kurve i planet er gitt ved følgende likning:

$$x^3 + xy^2 = 5 + y^3 + x^2y$$

a) Vis at punktet $P(2, 1)$ ligger på kurven.

b) Finn $\frac{dy}{dx}$ ved hjelp av implisitt derivasjon.

c) Finn likningen til normalen til kurven i punktet P .

Oppgave 5

Gitt funksjonen

$$f(x) = \frac{x^3}{6} + \frac{1}{2x}; \quad D_f = (-\infty, 0) \cup (0, \infty)$$

a) Bestem eventuelle lokale ekstremalpunkter til funksjonen og avgjør om de er maksimums- eller minimumspunkter. Skisser grafen til f .

b) Finn buelengden til den delen av grafen til f som ligger over $x \in [1, 3]$.

Oppgave 6

Løs differensiallikningen

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1+y^2}{2\sqrt{x}}$$

Oppgave 7

En vanntank er formet som en invertert (med spissen ned) rett sirkulær kjegle med dybde 4 m og topp-radius 1 m. Det renner vann inn i tanken med en konstant rate på $35 \text{ dm}^3/\text{min}$. Hvor fort heves vannflaten i tanken i det øyeblikket vanddybden er 3 m?

Lykke til!