

*Det teknisk-naturvitenskapelige fakultet*

Eksamen i: **MAT100 Matematiske metoder 1**

Dato: 01.03.2016

Varighet: 5 timer (09:00 – 14:00)

Tillatte hjelpemidler: K. Rottmann: Matematisk Formelsamling

Enkel bestemt kalkulator

Fagansvarlig: Egil Njål Håland (mobil: 99 71 29 46)

Oppgavesettet består av 6 oppgaver på 2 sider.

---

**Oppgave 1**

Gitt det komplekse tallet  $z = -\frac{\sqrt{3}+i}{2}$ .

- a) Regn ut  $z^2$  og  $|z|$ .
- b) Skriv  $z$  på eksponentiell form.
- c) Regn ut  $z^6$  og skriv svaret på kartesisk form.

**Oppgave 2**

Regn ut grensene:

a)  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + x} - x)$

b)  $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{\frac{1}{x^2}}$

**Oppgave 3**

Regn ut de ubestemte integralene:

a)  $\int \frac{2 dx}{\sqrt{1-4x^2}}$

b)  $\int (3x + 1) \frac{dx}{2\sqrt{x}}$

c)  $\int \frac{14-2x}{(x+3)(1+x^2)} dx$

#### Oppgave 4

Løs differensiallikningene:

a)  $x \frac{dy}{dx} = 3y^{\frac{2}{3}}; x > 0$

b)  $\frac{dy}{dx} + \frac{3}{x}y = \frac{\cos x}{x^3}; x > 0$

#### Oppgave 5

Gitt funksjonen

$$f(x) = e^x + e^{-x}; \quad D_f = [0, \ln 2]$$

a) Regn ut  $f(0)$  og  $f(\ln 2)$ .

b) Vis at  $f$  er konkav opp og skisser grafen.

c) Området som begrenses av grafen til  $f$ ,  $y = 0$ ,  $x = 0$  og  $x = \ln 2$  roteres om  $x$ -aksen. Regn ut volumet av omdreingslegemet som genereres ved rotasjonen.

#### Oppgave 6

En beholder har form som en rett sirkulær kjegle med spissen ned. Dybden er 1,0 m og toppradius er 0,5 m. Beholderen er fylt med saltvann, men saltet i beholderen er ulikt fordelt. Saltkonsentrasjonen nær bunnen er høyere enn den er nær overflaten. I avstand  $y$  m over bunnen er saltkonsentrasjonen

$$c(y) = \frac{10}{1 + y^2}$$

målt i  $\text{kg/m}^3$ . Det vil si at en liten væskeskive med volum  $\Delta V$  i høyde  $y$  m over bunnen inneholder tilnærmet saltmengden  $c(y)\Delta V$  kg salt når  $\Delta V$  måles i  $\text{m}^3$ .

a) Bestem den totale saltmengden i væsken.

b) Regn ut den gjennomsnittlige saltkonsentrasjonen i væsken og kontroller at den ligger mellom  $c_{\min}$  og  $c_{\max}$ . ( $c_{\min}$  er minimumsverdi og  $c_{\max}$  er maksimumsverdi til funksjonen  $c(y)$ )

*Lykke til!*