Høsten 2020

FYS100 Fysikk: Exam/Eksamen

You **must** put your candidate number on every sheet.

There are 4 questions. You need to answer all 4 questions for a full score.

The standard formula sheet for FYS100 Fysikk is part of this question sheet.

Standard approved calculators are allowed.

Don't panic! Draw a diagram where relevant. State clearly the relevant physics.

The questions are also attached in Norwegian.

Good luck!

Du **må** legge kandidatnummeret ditt på hvert ark.

Det er 4 spørsmål. Du må svare på alle de fire spørsmålene for en full score.

Standardformelarket for FYS100 Fysikk er en del av dette spørsmålet.

Standard godkjente kalkulatorer er tillatt.

Ingen panikk! Tegn et diagram der det er relevant. Angi tydelig hvilken fysikk som er relevant.

Spørsmålene er også vedlagt på engelsk.

Lykke til!

Problem 1: Bobsleigh

a) A bobsleigh of mass 210kg is pushed from rest with constant acceleration by two runners with a total mass of 180kg. The runners push the bobsleigh a distance 48m along a horizontal track in a time 2.8s. Take the coefficient of kinetic friction between the ice and the bobsleigh to be 0.02. What is the initial force exerted on the bobsleigh by the two runners once the bobsleigh is moving?

b) The runners then quickly jump into the bobsleigh and it moves down a straight track of length 52m and slope 11 degrees to the horizontal. Draw a clear diagram of the situation, indicating the direction of the relevant forces on the bobsleigh. Using the available information, calculate the speed of the bobsleigh at the bottom of the slope. List any approximations you make in calculating this.

c) After reaching the bottom of the slope, the bobsleigh enters a bend on level ground. The radius of this bend is 36m. What angle to the vertical would the bobsleigh have to tilt by (by riding up the side of a curved track) in order to make such a bend without additional steering?

d) Describe in words why it might be an advantage to have heavier runners in order to get down the slope faster.

Problem 2: Washing machine

a) A washing machine drum has a radius of 25cm. The drum is rotated from rest by an electrical motor until it is rotating 11 times per second. The drum takes 0.50 seconds to be sped up by the motor. What constant torque must the electrical motor apply if the washing machine contains wet clothes weighing 4.0kg and we assume that the clothes distribute themselves uniformly around the rim of the washing machine drum? The moment of inertia of a thin cylindrical shell is $I = MR^2$.

b) Assuming the electrical motors apply a constant torque, through what angle does the washing machine drum rotate in the 0.50 seconds it takes to be sped up by the motor?

c) If the washing machine contains instead 8kg of wet clothes, explain what would happen differently to the case with 4kg of wet clothes and why. Would it take longer or shorter to spin up the drum? Would the electrical motor use more or less energy? Assume that the electrical motor will apply the same torque and the drum is sped up to the same rate of rotation.

d) During the rapid rotation of the washing machine, water is removed from the clothes through small holes in the walls of the drum. Explain in terms of Newton's laws of motion and conservation laws why water can be removed in this way.

Problem 3: Rocket

The Tsiolkovsky rocket equation is $v_f - v_i = v_e \ln\left(\frac{M_i}{M_f}\right)$.

a) A rocket in deep space has a mass 1200 tonnes, of which 1000 tonnes is rocket fuel. The rocket emits exhaust gases at a speed (relative to the rocket body) of 3.8km/s. If the rocket crew want to increase its speed by 200m/s, how much fuel must they burn?

b) The rocket has a payload attached to the front of the rocket. Take the mass of this payload to be equal to your exam candidate number in kilograms. What would be the weight force of this payload when the rocket is standing on the surface of the Earth? (Here take $g = 10\text{ms}^{-2}$.)

c) While cruising at constant speed in deep space, the rocket is able to separate the payload using an explosive charge that provides a total impulse of $I = \int F dt = 0.03\text{Ns}$. This explosive charge separates the payload from the rocket in the direction of travel, such that after the separation the new velocity of the payload is v_1 and the new velocity of the rocket is v_2. What is the change in velocity of the centre of mass of the rocket-plus-payload system after this explosive force has acted?

d) Show that the relative speed that the front end detaches from the back end is given by

$$|v_1 - v_2| = I\left(\frac{1}{m_2} + \frac{1}{m_1}\right). \qquad (1)$$

Problem 4: A block and a spring

The formula for a simple harmonic oscillator is $x(t) = A\cos(\omega t + \phi)$

a) A block of mass 4.3kg is dropped from 3.6m above the ground onto an initially unstretched massless spring of spring constant 26kNm^{-1} and equilibrium length 0.40m. How long does it take until the block comes into contact with the spring? Recall that there is gravity of $g = 9.8\text{ms}^{-2}$.

b) Neglecting any disspative effects, how far does the spring compress from its unstretched position when the block falls on it? Recall that there is gravity of $g = 9.8\text{ms}^{-2}$.

c) How long does it take from the moment the block contacts the spring until the spring is maximally compressed?

d) Describe in words what would happen after the spring reaches its maximal compression. Does the motion sound realistic? What real-world effects are important to include in order to describe a realistic situation?

FYS100 Physics – Formula sheet

Rotational motion about a fixed axis	**Translational motion**
Angular velocity $\omega = \frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}$	Translational velocity $v = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$
Angular acceleration $\alpha = \frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t}$	Translational acceleration $a = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$
Net torque $\sum_k \tau_k = I\,\alpha$	Net force $\sum_k F_k = m\,a$
$\alpha = \text{constant} \begin{cases} \omega_f = \omega_i + \alpha\,t \\ \theta_f = \theta_i + \omega_i\,t + \frac{1}{2}\alpha\,t^2 \\ \omega_f^2 = \omega_i^2 + 2\,\alpha\,(\theta_f - \theta_i) \\ \theta_f = \theta_i + \frac{1}{2}\,(\omega_i + \omega_f)\,t \end{cases}$	$a = \text{constant} \begin{cases} v_f = v_i + a\,t \\ x_f = x_i + v_i\,t + \frac{1}{2}a\,t^2 \\ v_f^2 = v_i^2 + 2\,a\,(x_f - x_i) \\ x_f = x_i + \frac{1}{2}\,(v_i + v_f)\,t \end{cases}$
Work $W = \int_{\theta_i}^{\theta_f} \tau\,\mathrm{d}\theta$	Work $W = \int_{x_i}^{x_f} F\,\mathrm{d}x$
Rotational kinetic energy $K = \frac{1}{2}\,I\,\omega^2$	Kinetic energy $K = \frac{1}{2}\,m\,v^2$
Power $\mathcal{P} = \tau\,\omega$	Power $\mathcal{P} = F\,v$
Angular momentum $L = I\,\omega$	Linear momentum $p = m\,v$
Net torque $\sum_k \tau_k = \frac{\mathrm{d}L}{\mathrm{d}t}$	Net force $\sum_k F_k = \frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}t}$

General formulas	
Motion with constant acceleration	$\begin{cases} \vec{\mathbf{v}}_f = \vec{\mathbf{v}}_i + \vec{\mathbf{a}}\,t \\ \vec{\mathbf{r}}_f = \vec{\mathbf{r}}_i + \vec{\mathbf{v}}_i\,t + \frac{1}{2}\,\vec{\mathbf{a}}\,t^2 \end{cases}$
Newton's second law	$\sum_k \vec{\mathbf{F}}_k = m\,\vec{\mathbf{a}}$
Work	$W = \int \vec{\mathbf{F}} \cdot \mathrm{d}\vec{\mathbf{r}}$
Work-kinetic energy theorem	$\Delta K = W$
Linear momentum	$\vec{\mathbf{p}} = m\,\vec{\mathbf{v}}$
Newton's second law	$\sum_k \vec{\mathbf{F}}_k = \frac{\mathrm{d}\vec{\mathbf{p}}}{\mathrm{d}t}$
Impulse	$\vec{\mathbf{I}} = \int \vec{\mathbf{F}}\,\mathrm{d}t$
Impulse-momentum theorem	$\Delta\vec{\mathbf{p}} = \vec{\mathbf{I}}$
Center of mass	$\vec{\mathbf{r}}_{\mathrm{CM}} = \frac{1}{M}\int \vec{\mathbf{r}}\,\mathrm{d}m$
Moment of inertia	$I = \int r^2\,\mathrm{d}m$
Parallel-axis theorem	$I = I_{\mathrm{CM}} + M\,D^2$
Torque	$\vec{\boldsymbol{\tau}} = \vec{\mathbf{r}} \times \vec{\mathbf{F}}$
Angular momentum	$\vec{\mathbf{L}} = \vec{\mathbf{r}} \times \vec{\mathbf{p}}$
Net torque	$\sum_k \vec{\boldsymbol{\tau}}_k = \frac{\mathrm{d}\vec{\mathbf{L}}}{\mathrm{d}t}$
Rotational motion	$s = r\,\theta,\ v = r\,\omega,\ a_c = r\,\omega^2,\ a_t = r\,\alpha$
Harmonic oscillator	$\frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 x,\ x(t) = A\cos(\omega t + \phi)$

Mathematical rules

Vector relations	
Scalar product	$\vec{\mathbf{A}} \cdot \vec{\mathbf{B}} = \lvert\vec{\mathbf{A}}\rvert \, \lvert\vec{\mathbf{B}}\rvert \, \cos\phi$
Magnitude of vector product	$\lvert\vec{\mathbf{A}} \times \vec{\mathbf{B}}\rvert = \lvert\vec{\mathbf{A}}\rvert \, \lvert\vec{\mathbf{B}}\rvert \, \sin\phi$

Trigonometry	
Definitions	$\tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$
Identities	$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$
	$\sin 2\alpha = 2\,\sin\alpha\,\cos\alpha$
	$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha = 2\,\cos^2\alpha - 1 = 1 - 2\,\sin^2\alpha$
	$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha\,\cos\beta \pm \cos\alpha\,\sin\beta$
	$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha\,\cos\beta \mp \sin\alpha\,\sin\beta$
	$\frac{\sin\alpha}{a} = \frac{\sin\beta}{B} = \frac{\sin\gamma}{C}$
	$a^2 + b^2 - c^2 = 2ab\cos\gamma$
Derivatives	$\frac{\mathrm{d}\sin\alpha}{\mathrm{d}\alpha} = \cos\alpha$
	$\frac{\mathrm{d}\cos\alpha}{\mathrm{d}\alpha} = -\sin\alpha$

Quadratic equations	
Equation	$a\,t^2 + b\,t + c = 0$
Solution	$t = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4\,a\,c}}{2\,a}$

Equation of a straight line	
Two points on the line are given	$y = y_1 + \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}\,(x - x_1)$

Oppgave 1: Bobslede

a) En bobslede med en vekt på 210kg blir skyvet fra hvile med en konstant akselerasjon av to løpere med en total masse på 180kg. Løperne skyver bobsleden en avstand på 48 meter på en tid på $2,8$ sekunder. Ta koeffisienten for kinetisk friksjon mellom isen og bobsleden til å være $0,02$. Hva er den initiale kraften som utøves på bobsleden av de to løperne når først bobsleden beveger seg?

b) Løperne hopper deretter raskt inn i bobsleden og den beveger seg nedover et rett spor med lengde 52m som skråner 11 grader til horisontalen. Tegn et tydelig diagram over situasjonen, som indikerer retningen til de relevante kreftene på bobsleden. Bruk den tilgjengelige informasjonen til å beregne hastigheten på bobsleden i bunnen av skråningen. Oppgi eventuelle approksimasjoner du gjør for å beregne dette.

c) Etter å ha nådd bunnen av skråningen går bobsleden inn i en sving på et jevnt underlag. Radiusen til denne svingen er 36m. Hvilken vinkel i forhold til vertikalen må bobsleden vippe på (ved å kjøre oppe på et buet spor) for å gjøre en slik bøyning uten ekstra styring?

d) Beskriv med ord hvorfor det kan være en fordel å ha tyngre løpere for å komme raskere nedover skråningen.

Oppgave 2: Vaskemaskin

a) Trommelen til en vaskemaskin har en radius på 25cm. Trommelen roteres fra hvile av en elektrisk motor til den roterer 11 ganger per sekund. Det tar $0,50$ sekunder å spinne opp trommelen. Hvilket konstant dreiemoment må den elektriske motoren bruke hvis vaskemaskinen er fylt med våte klær som veier $4,0$kg, og vi antar at klærne fordeler seg jevnt rundt kanten på vaskemaskinens trommel? Treghetsmomentet til et tynt sylindrisk skall er $I = MR^2$.

b) Forutsatt at den elektriske motoren bruker et konstant dreiemoment, gjennom hvilken vinkel roterer vaskemaskinens trommel i de $0,50$ sekunder det tar å spinne opp trommelen?

c) Hvis vaskemaskinen i stedet er fylt med 8kg våte klær, forklar hva som ville skje annerledes enn med 4kg våte klær og hvorfor. Vil det ta lengre eller kortere tid å spinne opp trommelen? Ville den elektriske motoren bruke mer eller mindre energi? Anta at den elektriske motoren bruker samme dreiemoment, og at trommelen spinnes opp til samme rotasjonshastighet.

d) Under den raske rotasjonen av trommelen fjernes vann fra klærne gjennom små hull i veggene på trommelen. Forklar med hjelp av Newtons bevegelseslover og bevaringslover hvorfor vann kan fjernes på denne måten.

Oppgave 3: Rakett

Tsiolkovskys rakettligning er $v_f - v_i = v_e \ln\left(\frac{M_i}{M_f}\right)$.

a) En rakett i det dype verdensrommet har en masse på 1200 tonn, hvorav 1000 tonn er rakettdrivstoff. Raketten avgir eksosgasser med en hastighet (i forhold til raketten) på $3,8$km/s. Hvis rakettmannskapet vil øke hastigheten med 200m/s, hvor mye drivstoff må de forbrenne?

b) Raketten har en nyttelast festet til fronten av raketten. Ta massen av denne nyttelasten til å være lik eksamenskandidatnummeret ditt i kilogram. Hva ville vektkraften til denne nyttelasten være når raketten står på jordoverflaten? (Her tar du $g = 10\text{ms}^{-2}$.)

c) Mens den kjører med konstant hastighet i det dype rommet er raketten i stand til å skille seg bort fra nyttelasten ved hjelp av en eksplosiv ladning som gir en total impuls på $I = \int F dt = 0,03\text{Ns}$. Denne eksplosive ladningen skiller nyttelasten fra raketten i kjøreretningen, slik at den nye hastigheten til nyttelasten etter separasjonen er v_1 og den nye hastigheten til raketten er v_2. Hva er hastighetsendringen av massesenteret til rakett-pluss-nyttelast systemet etter at denne eksplosive kraften har virket?

d) Vis at den relative hastigheten som nyttelasten løsner seg fra raketten med er gitt av

$$|v_1 - v_2| = I\left(\frac{1}{m_2} + \frac{1}{m_1}\right). \tag{2}$$

Oppgave 4: En blokk og en fjær

Formelen for en enkel harmonisk oscillator er $x(t) = A\cos(\omega t + \phi)$

a) En blokk med en masse på $4,3$kg slippes fra $3,6$ meter over bakken til en opprinnelig ustrukket masseløs fjær med fjærkonstant 26kNm^{-1} og likevektslengde

$0,40$m som er festnet til bakken. Hvor lang tid tar det til blokken kommer i kontakt med fjæren? Husk at det er tyngdekraft, $g = 9,8\text{ms}^{-2}$.

b) Ved å neglisjere eventuelle dissipative effekter, hvor langt komprimerer fjæren seg fra sin ustrukket posisjon når blokken faller på den? Husk at det er tyngdekraft, $g = 9,8\text{ms}^{-2}$.

c) Hvor lang tid tar det fra det øyeblikket blokken kommer i kontakt med fjæren til fjæren er maksimalt komprimert?

d) Beskriv med ord hva som ville skje etter at fjæren kom til maksimal kompresjon. Høres bevegelsen realistisk ut? Hvilke virkelige effekter er det viktig å ha med for å beskrive en realistisk situasjon?

FYS100 Fysikk – formelark

Rotasjon om en fast akse	**Éndimensjonal bevegelse**
Vinkelhastighet $\omega = \frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}$	Hastighet $v = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$
Vinkelakselerasjon $\alpha = \frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t}$	Akselerasjon $a = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$
Resultantmoment $I\,\alpha = \sum_k \tau_k$	Resultantkraft $m\,a = \sum_k F_k$
$\alpha = \text{konstant} \begin{cases} \omega_f = \omega_i + \alpha\, t \\ \theta_f = \theta_i + \omega_i\, t + \frac{1}{2}\alpha\, t^2 \\ \omega_f^2 = \omega_i^2 + 2\,\alpha\,(\theta_f - \theta_i) \\ \theta_f = \theta_i + \frac{1}{2}\,(\omega_i + \omega_f)\, t \end{cases}$	$a = \text{konstant} \begin{cases} v_f = v_i + a\, t \\ x_f = x_i + v_i\, t + \frac{1}{2}a\, t^2 \\ v_f^2 = v_i^2 + 2\,a\,(x_f - x_i) \\ x_f = x_i + \frac{1}{2}\,(v_i + v_f)\, t \end{cases}$
Arbeid $W = \int_{\theta_i}^{\theta_f} \tau\,\mathrm{d}\theta$	Arbeid $W = \int_{x_i}^{x_f} F\,\mathrm{d}x$
Kinetisk energi $K = \frac{1}{2}\,I\,\omega^2$	Kinetisk energi $K = \frac{1}{2}\,m\,v^2$
Effekt $\mathcal{P} = \tau\,\omega$	Effekt $\mathcal{P} = F\,v$
Spinn $L = I\,\omega$	Bevegelsesmengde $p = m\,v$
Spinnsatsen $\frac{\mathrm{d}L}{\mathrm{d}t} = \sum_k \tau_k$	Newtons 2. lov $\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}t} = \sum_k F_k$

Generelle sammenhenger	
Bevegelse med konstant akselerasjon	$\begin{cases} \vec{\mathbf{v}}_f = \vec{\mathbf{v}}_i + \vec{\mathbf{a}}\, t \\ \vec{\mathbf{r}}_f = \vec{\mathbf{r}}_i + \vec{\mathbf{v}}_i\, t + \frac{1}{2}\,\vec{\mathbf{a}}\, t^2 \end{cases}$
Newtons 2. lov	$m\,\vec{\mathbf{a}} = \sum_k \vec{\mathbf{F}}_k$
Arbeid	$W = \int \vec{\mathbf{F}} \cdot \mathrm{d}\,\vec{\mathbf{r}}$
Arbeid-kinetisk energi teoremet	$\Delta K = W$
Bevegelsesmengde	$\vec{\mathbf{p}} = m\,\vec{\mathbf{v}}$
Newtons 2. lov	$\frac{\mathrm{d}\vec{\mathbf{p}}}{\mathrm{d}t} = \sum_k \vec{\mathbf{F}}_k$
Impuls	$\vec{\mathbf{I}} = \int \vec{\mathbf{F}}\,\mathrm{d}t$
Impuls-bevegelsesmengde teoremet	$\Delta\,\vec{\mathbf{p}} = \vec{\mathbf{I}}$
Massesenter	$\vec{\mathbf{r}}_{\text{CM}} = \frac{1}{M}\int \vec{\mathbf{r}}\,\mathrm{d}m$
Treghetsmoment	$I = \int r^2\,\mathrm{d}m$
Steiners sats (parallellakseteoremet)	$I = I_{\text{CM}} + M\,D^2$
Kraftmoment	$\vec{\boldsymbol{\tau}} = \vec{\mathbf{r}} \times \vec{\mathbf{F}}$
Spinn	$\vec{\mathbf{L}} = \vec{\mathbf{r}} \times \vec{\mathbf{p}}$
Spinnsatsen	$\frac{\mathrm{d}\vec{\mathbf{L}}}{\mathrm{d}t} = \sum_k \vec{\boldsymbol{\tau}}_k$
Sirkelbevegelse	$s = r\,\theta,\ v = r\,\omega,\ a_c = r\,\omega^2,\ a_t = r\,\alpha$
Harmonisk oscillator	$\frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 x,\ x(t) = A\cos(\omega t + \phi)$

Matematiske sammenhenger

Vektorrelasjoner	
Prikkprodukt	$\overrightarrow{\mathbf{A}} \cdot \overrightarrow{\mathbf{B}} = \lvert\overrightarrow{\mathbf{A}}\rvert \, \lvert\overrightarrow{\mathbf{B}}\rvert \, \cos\phi$
Absoluttverdi av kryssprodukt	$\lvert\overrightarrow{\mathbf{A}} \times \overrightarrow{\mathbf{B}}\rvert = \lvert\overrightarrow{\mathbf{A}}\rvert \, \lvert\overrightarrow{\mathbf{B}}\rvert \, \sin\phi$
Trigonometri	
Definisjoner	$\tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$
Identiteter	$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$
	$\sin 2\alpha = 2\,\sin\alpha\,\cos\alpha$
	$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha = 2\,\cos^2\alpha - 1 = 1 - 2\,\sin^2\alpha$
	$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha\,\cos\beta \pm \cos\alpha\,\sin\beta$
	$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha\,\cos\beta \mp \sin\alpha\,\sin\beta$
	$\frac{\sin\alpha}{a} = \frac{\sin\beta}{B} = \frac{\sin\gamma}{C}$
	$a^2 + b^2 - c^2 = 2ab\cos\gamma$
Deriverte	$\frac{\mathrm{d}\sin\alpha}{\mathrm{d}\alpha} = \cos\alpha$
	$\frac{\mathrm{d}\cos\alpha}{\mathrm{d}\alpha} = -\sin\alpha$
2. grads ligning	
Ligning	$a\,t^2 + b\,t + c = 0$
Løsning	$t = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4\,a\,c}}{2\,a}$
Ligningen for en rett linje	
Gitt to punkter på linjen	$y = y_1 + \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}\,(x - x_1)$