DATO: 19. februar 2014

Universitetet i Stavanger

EKSAMEN I: BIE 240 Reguleringsteknikk

VARIGHET: 4 timer

TILLATTE HJELPEMIDLER: Bestemt enkel kalkulator

OPPGAVESETTET BESTÅR AV 4 OPPGAVER PÅ 6 SIDER

MERKNADER: Formelvedlegget er på side 7-9.
Deloppgavene har ulik vekt. Legg ved side 10 sammen med besvarelsen.

KONTAKTPERSON: Tormod Drengstig, E-423a, tlf. (518)32025/93885533.

Oppgave 1

En prosess er beskrevet ved transferfunksjonen

$$\frac{y(s)}{u(s)} = H(s) = \frac{2(-3s+4)}{(s+1)(3s+3)} \tag{1}$$

a) **(3%)** Finn et uttrykk for prosessens frekvensrespons, dvs. amplitudeforsterkning $|H(j\omega)|$ og faseforskyvning $\angle H(j\omega)$.

b) **(5%)** Bestem polene og nullpunktene til systemet og benytt dette til å bestemme stabilitetsegenskapene til systemet (marginalt stabilt, ustabilt, asymptotisk stabilt).

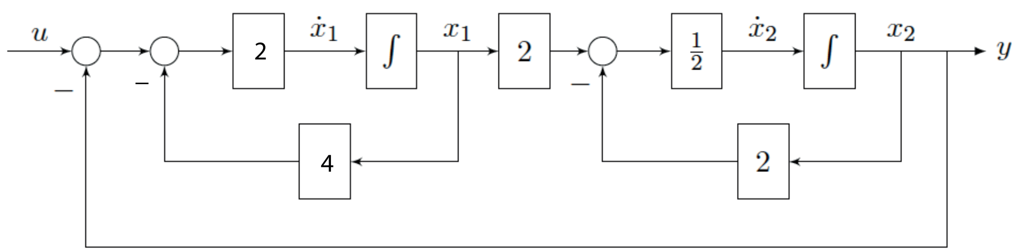
Er systemet underdempet, overdempet eller kritisk dempet?

c) **(8%)** Skisser asymptotiske amplitude-fase-frekvens karakteristikker (asymptotisk Bode-diagram) for $H(s)$.

d) **(5%)** La pådraget være et **sprang** $u(t) = 0.5$ for $t > 0$. Finn amplituden til det stasjonære utgangssignalet. Skisser hvordan sprangresponsen typisk ser ut for dette systemet.

Oppgave 2

Gitt blokkdiagrammet i figur 1.



Figur 1: Blokkdiagram

a) **(2%)** Ved å studere blokkskjemaet, hva kan du si om stabilitetsegenskapene til systemet?

b) **(4%)** Skriv opp diffensialligningene og måleligningen som utgjør modellen i figur 1.

c) **(4%)** Sett opp differensiallignignene på tilstandsromform på formen

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \tag{2}$$
$$y(t) = Dx(t) \tag{3}$$

hvor A, B, D er matriser, og $x(t)$ er en vektor med de to tilstandene $x_1(t)$ og $x_2(t)$.

d) **(6%)** Benytt hvilken metode (fra tilstandsrom, blokkdiagrammanipulering eller eliminasjon av Laplacetransformerte diff.likninger) du vil og finn transferfunksjonen $H(s) = \frac{y(s)}{u(s)}$. Det gis ikke poeng for å skrive opp transferfunksjonen direkte.

Tips ved bruk av tilstandsrommodell:

$$H(s) = C(sI - A)^{-1}B + D \tag{4}$$

Tips: Regel for negativ tilbakekopling ved blokkdiagrammanipulering:

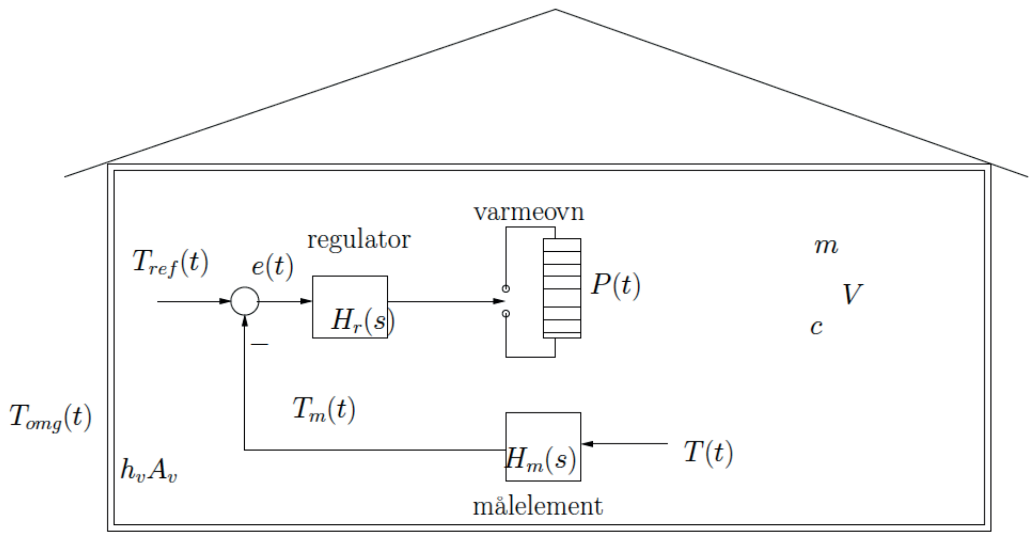
$$H(s) = \frac{H_1(s)}{1 + H_1(s)H_2(s)} \tag{5}$$

e) **(4%)** Bestem polene til systemet og benytt dette til å bestemme stabilitetsegenskapene til systemet (marginalt stabilt, ustabilt, asymptotisk stabilt). Stemmer dette overens med observasjonen i oppgave 2a)?

Er systemet underdempet, overdempet eller kritisk dempet?

Oppgave 3

Figur 2 viser et temperaturreguleringssystem for et *tomt* hus.



Figur 2: Skjematisk figur av hus med regulator, varmeovn og måleelement

For enkelhets skyld antar vi at målesignalet $T_m(t)$ har enheten grader Celcius. Måleelementet kan beskrives som et lavpassfilter (dvs. en første ordens prosess) med båndbredde $w_b = 0.0333$ rad/s og forsterkning $K = 1$.

Regulatoren er foreløpig en ren P-regulator

$$P(t) = K_p \cdot \big(T_{ref}(t) - T_m(t)\big) = K_p \cdot e(t) \tag{6}$$

En oppsummering av notasjoner som brukes her er gitt under:

$T_{ref}(t)$	: referansetemperatur [°C]
$T(t)$	: temperatur i rom [°C]
$T_m(t)$	: målt temperatur i rom [°C]
$T_{omg}(t)$	: ute-temperatur [°C]
$u(t)$	: pådrag til varmeelement [J/s]
$e(t)$	: avvik mellom målt romtemperatur og referansetemperaturen [°C]
$H_r(s)$	: transferfunksjon til regulator
$H_m(s)$	: transferfunksjon til måleelement
c	: spesifikk varmekapasitet for luft [J/(kg°C)]
h_vA_v	: totalt varmeovergangstall vegg [J/(s°C)]
V	: volum av rommet [m^3]
m	: massen til luften i rommet [kg]

a) **(2%)** Sett opp energibalansen til luften i rommet.

b) **(4%)** Skriv ned hvilke antagelser som må gjøres og vis at differensiallikningen som beskriver temperaturen i huset er gitt ved:

$$\frac{dT(t)}{dt} = \frac{1}{mc}\Big(P(t) - h_v A_v \big(T(t) - T_{omg}(t)\big)\Big) \tag{7}$$

c) **(3%)** Tegn et matematisk blokkdiagram av ligning (7).

d) **(4%)** Finn prosessens transferfunksjonen fra pådrag til utgang

$$H_p(s) = \frac{T(s)}{P(s)} \tag{8}$$

e) **(4%)** Finn deretter forstyrrelsens transferfunksjon fra forstyrrelse til utgang

$$H_v(s) = \frac{T(s)}{T_{omg}(s)} \tag{9}$$

f) **(3%)** Hvilken orden har disse to transferfunksjonene?

Bestem forsterkning og tidskonstant for begge transferfunksjonene.

Forklar hvorfor forsterkningen til $H_v(s)$ har den verdien den har.

g) **(5%)** Finn transferfunksjonene $H_0(s)$, $M(s)$ og $N(s)$.

h) **(6%)** Hvordan er følgeegenskapene for systemet? Klarer regulatoren å få romtemperaturen til å følge referansen? Begrunn svaret.

Finn et uttrykk for reguleringsavviket ved et sprang i referansen. Tips: $e(s) = N(s){\cdot}y_r(s)$

i) **(7%)** I figur 3 er Bodeplottet for $H_0(j\omega)$ med $K_p = 0.0025$ vist (i tillegg er $m = 10$ og $c = 1$ og $h_v A_v = 0.004$).

Avles aktuell (omtrentlige) verdi av $H_0(j\omega)$ i figur 3 til å vise at uttrykket for det stasjonære reguleringsavviket i oppgaven h) stemmer ved å bruke et enhetssprang i referansen.

j) **(5%)** Hva kan du gjøre i regulatoren for å bedre reguleringssegenskapene?

Forklar med ord og vis ut fra ligningene hvordan økt isolasjon i huset vil redusere reguleringssavviket.

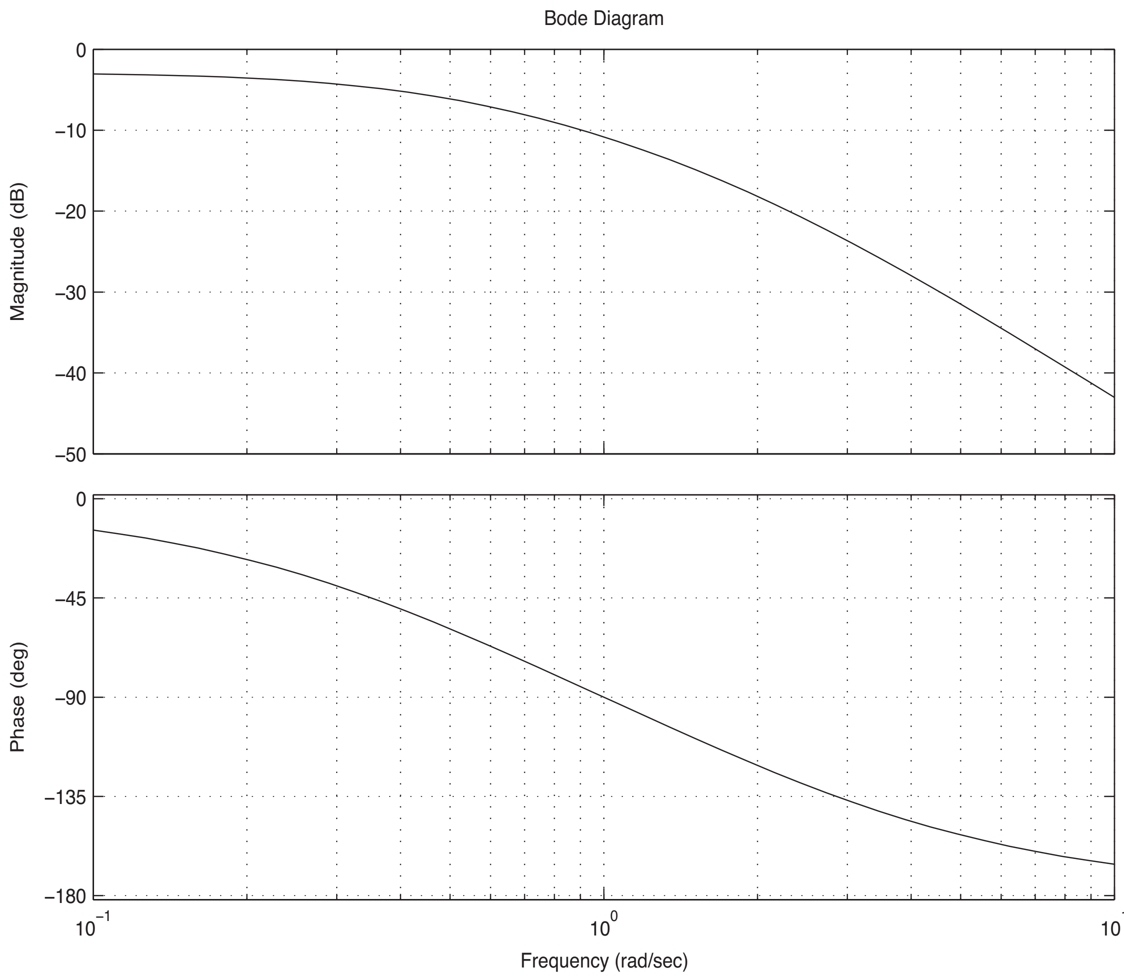
Hva slags prosess/system blir huset dersom det er perfekt isolert (altså null varmetap)?

Hva skjer da med reguleringsavviket? Forklar med ord.

k) **(5%)** Ut fra figur 3, bestem hvor mye K_p må forsterkes/forminskes for at vi skal få en fasemargin på 90°.

Hva blir den nye K_p?

Hva er forsterkningsmarginen til systemet?



Figur 3: Bodeplot av sløyfetransferfunksjonen $H_0(j\omega)$. Det finnes en kopi av figuren på side 10.

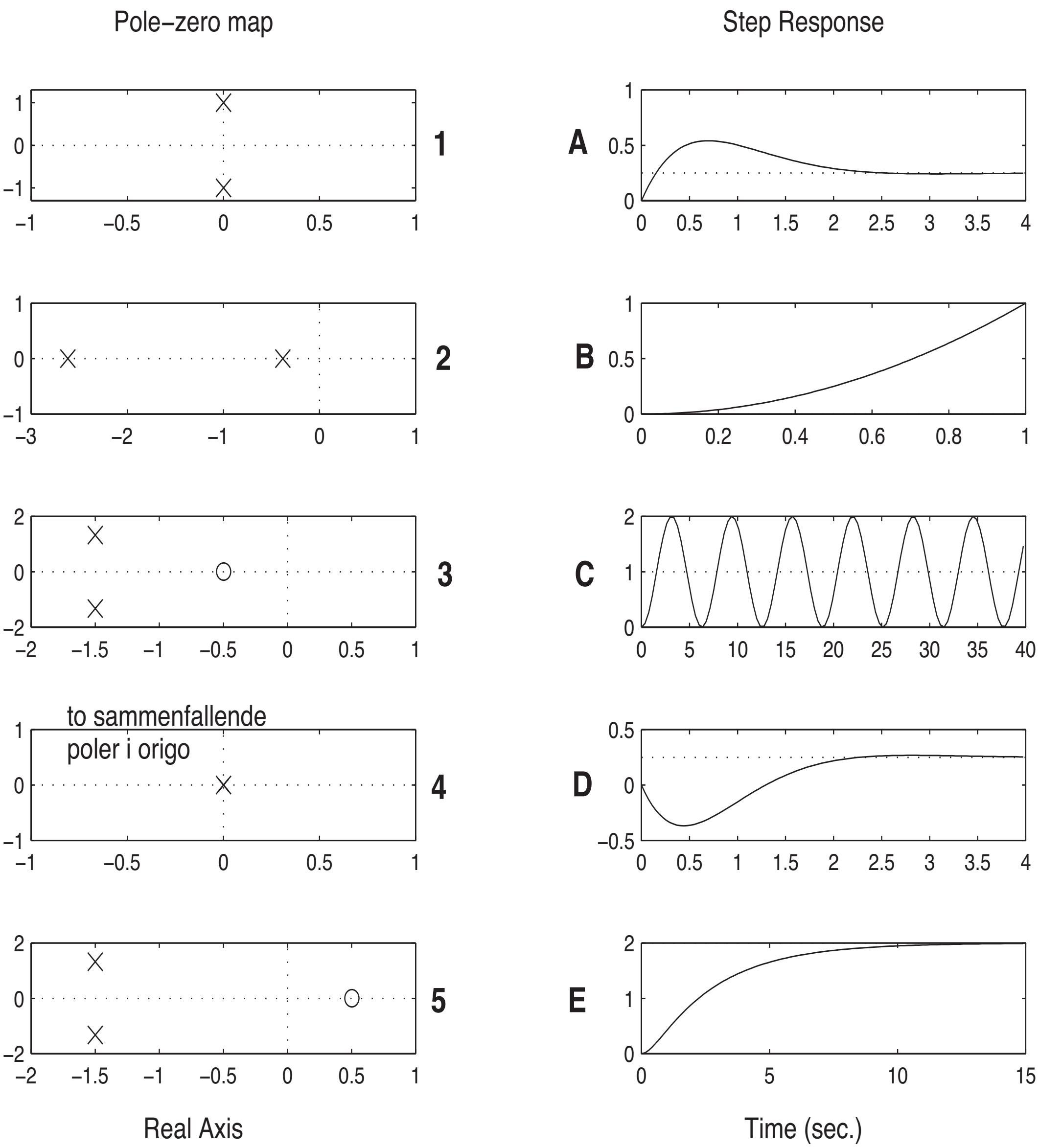
l) **(5%)** La $m = 10$, $c = 1$ og $h_v A_v = 0.004$.

Bestem PI-regulatorparametre for ovnen når reguleringssystemet skal være ha en responstid på $T_r = 1000$ sekund. Velg selv parameterinnstillingsmetode. Hvis du må foreta valg, begrunn valgene.

Oppgave 4

a) **(6%)** Gitt et sett sprangresponser (A-E) og et sett pol-/nullpunktskonfigurasjoner (1-5), se figur 4. Polene er markert med x og nullpunktene med o.

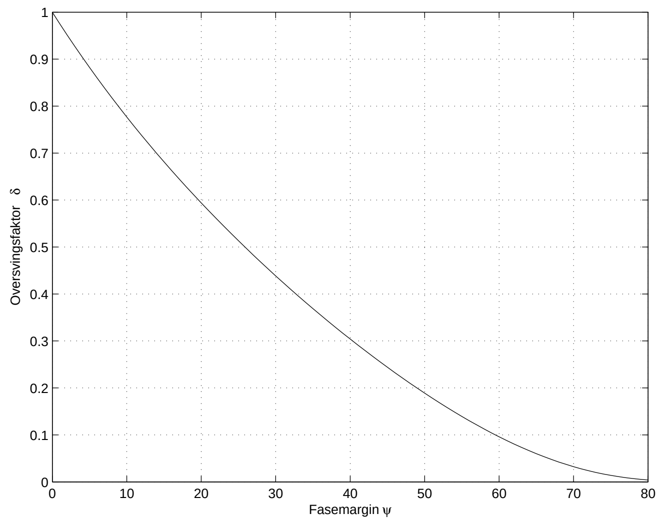
Finn hvilke par som hører sammen. Hver kombinasjon skal begrunnes kort (ren gjetting premieres ikke, selv om du gjetter riktig). Angi stabilitetsegenskapene (marginalt stabil, asymptotisk stabil, ustabil) til systemene.



Figur 4: 5 sprangresponser og 5 pol-/nullpunktskonfigurasjoner

Formelsamling

- Sammenheng mellom fasemargin og oversvingsfaktor for reguleringssystemet.



- Løsning på annengradsligningen $a \cdot x^2 + b \cdot x + c = 0$

$$s = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \tag{10}$$

- Et generelt 2-ordens system kan skrives som

$$H(s) = \frac{K}{(\frac{s}{\omega_0})^2 + 2\frac{\zeta}{\omega_0}s + 1} \tag{11}$$

- Et komplekst tall z kan skrives på kartesisk form slik:

$$z = \mathrm{Re}(z) + j\mathrm{Im}(z) \tag{12}$$

eller på polar form slik:

$$z = |z|e^{j\angle z} \tag{13}$$

- Sammenheng mellom kartesisk og polar form:

$$|z| = \sqrt{\mathrm{Re}(z)^2 + \mathrm{Im}(z)^2} \tag{14}$$

$$\angle z = \arctan \frac{\mathrm{Im(z)}}{\mathrm{Re(z)}} \tag{15}$$

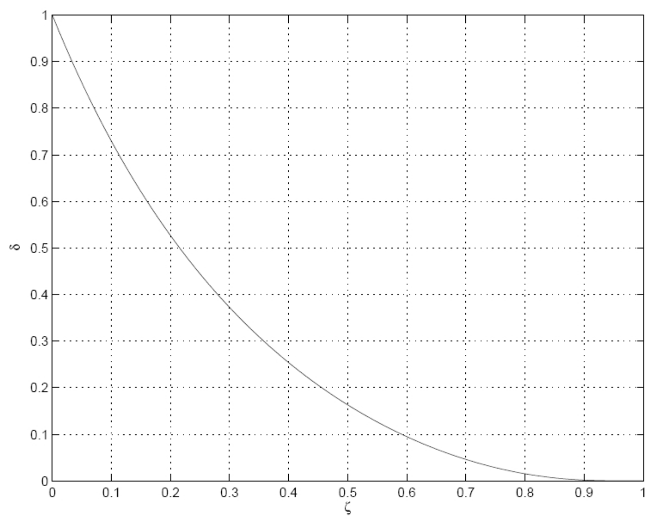
- Sløyfetransferfunksjonen $H_0(s) = H_r(s)H_p(s)H_m(s)$
- Følgeforholdet $M(s) = \frac{H_0(s)}{1+H_0(s)}$
- Sensitivitetsfunksjonen $N(s) = \frac{1}{1+H_0(s)}$

- Polplassering for 1 ordens system (PI-regulator):

$$K_p = \frac{2\zeta w_0 T - 1}{K} \tag{16}$$

$$T_i = \frac{2\zeta w_0 T - 1}{w_0^2 T} \tag{17}$$

Sammenhengen mellom relativ dempingsfaktor ζ og oversvingsfaktor δ.



- Pol-nullpunktkansellering 1 ordens system (PI-regulator):

$$K_p = \frac{T}{T_M \cdot K} \tag{18}$$

$$T_i = T \tag{19}$$

- Ziegler Nichols åpen sløyfe metode:

$$K_p = \frac{0.9 \cdot U}{L \cdot R} \tag{20}$$

$$T_i = 3.3 \cdot L \tag{21}$$

hvor L er tidsforsinkelsen, R er stigningstallet på sprangresponsen og U er sprangets høyde. For en første ordens prosess med dødtid kan det vises at

$$R = \frac{KU}{T} \tag{22}$$

$$L = \tau \tag{23}$$

Egenskaper ved Laplacetransformasjonen

Derivasjon:

$$s^n f(s) - s^{n-1} f(0) - s^{n-2} \dot{f}(0) - ... - \overset{(n-1)}{f}(0) \Longleftrightarrow \overset{(n)}{f}(t) \tag{24}$$

Med initialbetingelser lik null fås

$$s^n f(s) \Longleftrightarrow \overset{(n)}{f}(t) \tag{25}$$

Begynnelsesverditeorem:

$$\lim_{t \to 0} f(t) = \lim_{s \to \infty} s \cdot f(s) \tag{26}$$

Sluttverditeorem:

$$\lim_{t \to \infty} f(t) = \lim_{s \to 0} s \cdot f(s) \tag{27}$$

Transformasjonspar

$$\frac{1}{s} \quad \Longleftrightarrow \quad 1 \tag{28}$$

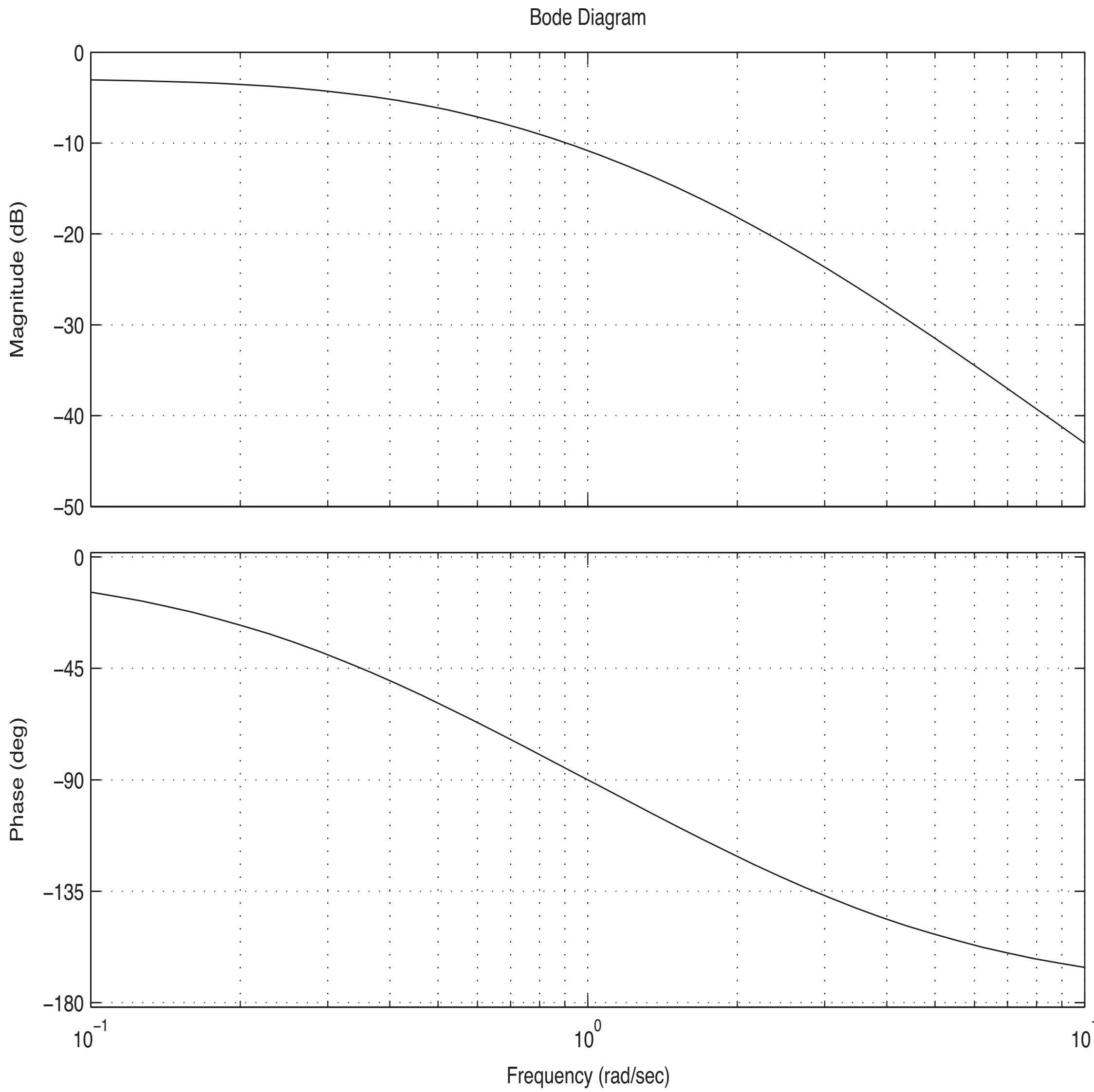
$$\frac{1}{s^2} \quad \Longleftrightarrow \quad t \tag{29}$$

$$\frac{1}{Ts+1} \quad \Longleftrightarrow \quad \frac{e^{-\frac{t}{T}}}{T} \tag{30}$$

$$\frac{1}{(Ts+1)^n} \quad \Longleftrightarrow \quad \frac{1}{T^n (n-1)!} t^{n-1} e^{-\frac{t}{T}} \tag{31}$$

$$\frac{1}{(T_1 s+1)(T_2 s+1)} \quad \Longleftrightarrow \quad \frac{1}{T_1 - T_2} (e^{-\frac{t}{T_1}} - e^{-\frac{t}{T_2}}) \tag{32}$$

Fag: BIE240, Reguleringsteknikk
Dato: 19. februar 2014
Kandidatnr:
Sidenr:



Figur 5: Bodeplot av sløyfetransferfunksjonen $H_0(j\omega)$ i oppgave 3h).