

1) a)  $T(s) = g(s)$  en vask og en teg tilskud ①

b)  $(s+0.1)(s+20) = 0$

$s_1 = p_1 = -0.1$  eller  $s_2 = p_2 = -20$

To reelle negative poler  $\Rightarrow$  asymptotisk stabil

c)  $s^2 + 20.1s + 2 = s^2 + 2\zeta\omega_0 s + \omega_0^2$

$\omega_0^2 = 2 \Rightarrow \underline{\underline{\omega_0 = \sqrt{2}}}$

$2\zeta\omega_0 = 20.1 \Rightarrow \zeta = \frac{20.1}{2 \cdot \omega_0} = \frac{20.1}{2 \cdot \sqrt{2}}$

$\zeta = 7.1$

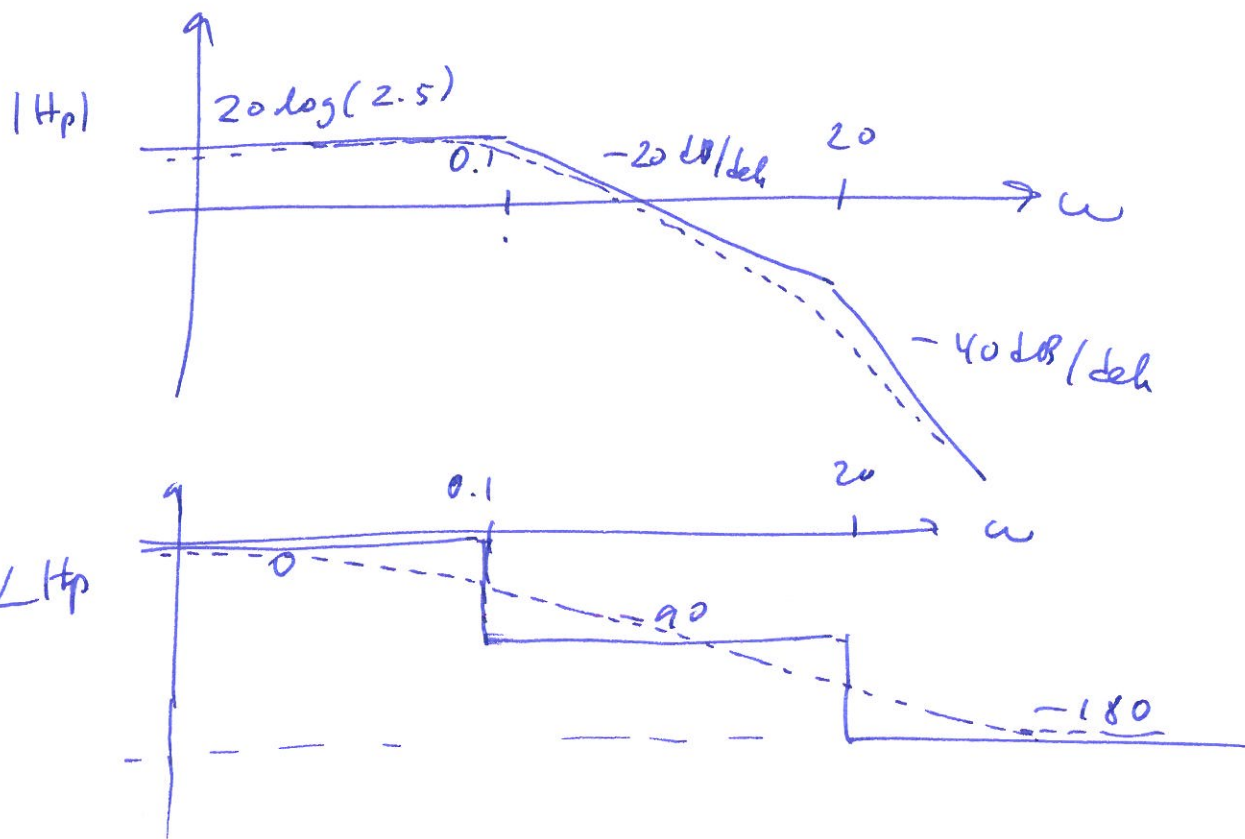
oversøjet

d)

$$H(s) = \frac{5}{(s+0.1)(s+20)} = \frac{5 \cdot 10 \cdot \frac{1}{20}}{(10s+1)(0.05s+1)}$$

$$= \frac{2.5}{(10s+1)(0.05s+1)}$$

↑  $\omega_k = \frac{1}{10} = 0.1 \text{ rad/s}$  ↑  $\omega_k = \frac{1}{0.05} = 20$   
 kneliker kneliker i



e)  $|H_p(j\omega)|$  og  $\angle H_p(j\omega)$  ?  
sett  $s=j\omega$  i  $H_p(s)$

$$H_p(j\omega) = \frac{2.5}{(10j\omega + 1)(0.05j\omega + 1)}$$

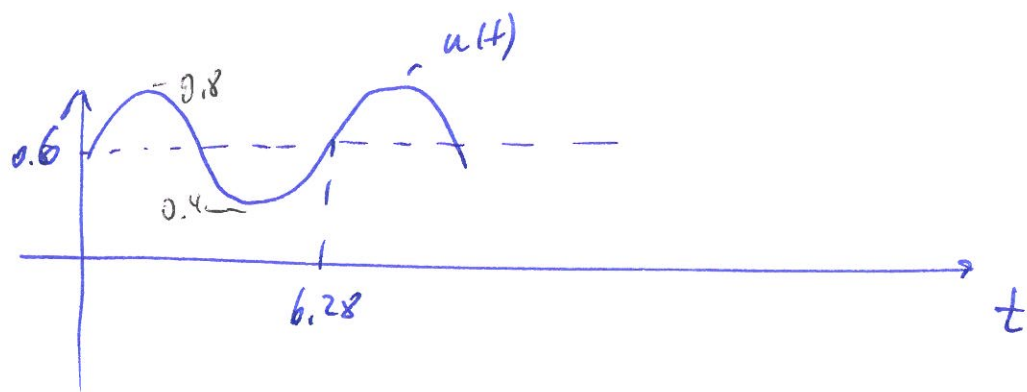
$$= \frac{2.5}{\sqrt{1 + 10^2 \omega^2} \cdot \sqrt{1 + 0.05^2 \omega^2}} \cdot e^{j(\text{atan}(10\omega) - \text{atan}(0.05\omega))}$$

- atan(10w) - atan(0.05w)

$$|H_p(j\omega)| = \frac{2.5}{\sqrt{1 + 100 \omega^2} \sqrt{1 + 0.05^2 \omega^2}}$$

$$\angle H_p(j\omega) = -\text{atan}(10\omega) - \text{atan}(0.05\omega)$$

f)  $u(t) = 0.2 \sin(t) + 0.6$ ,  $\omega = 1 \Rightarrow T_p = \frac{2\pi}{\omega} = 6.28$



(3)

sette  $\omega = 1$  inn i  $|H_p(j\omega)|$  og  $\angle H_p(j\omega)$

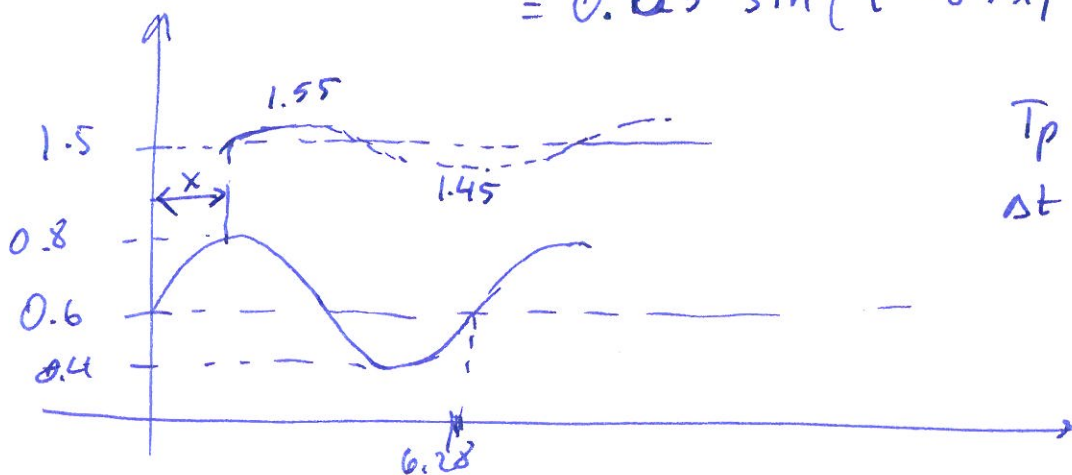
$$|H_p(j \cdot 1)| = \frac{2.5}{\sqrt{101} \cdot \sqrt{1+0.05^2}} \approx \frac{2.5}{10} = 0.25$$

$$\begin{aligned} \angle H_p(j \cdot 1) &= -\arctan(10) - \arctan(0.05) \\ &= -87.1^\circ \end{aligned}$$

Konstantleddet på 0.6 går gjennom systemet og forsterkes med 2.5  $\Rightarrow$  1.5.   
stasjonær forsterker K

slik at  $y(t) = 0.2 \cdot 0.25 \cdot \sin(t - 87.1) + 0.6 \cdot 2.5$

$$= 0.05 \sin(t - 87.1) + 1.5$$



$$\begin{aligned} T_p &= 6.28 = 360^\circ \\ \Delta t &= x = 87.1 \end{aligned}$$

$$x = 1.52 \text{ sek}$$

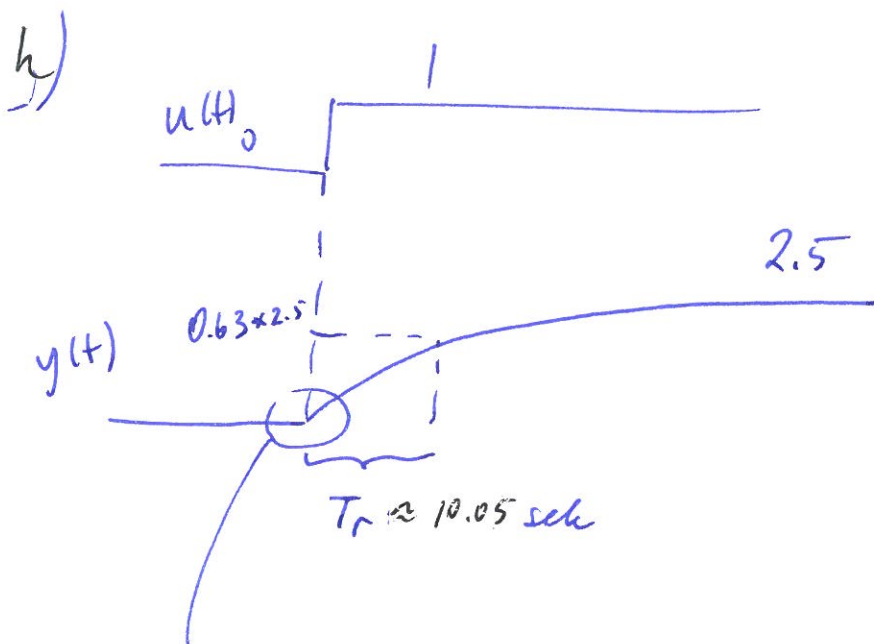
$$g) \omega_b = \frac{1}{T_i} = \frac{1}{10} = \underline{0.1 \text{ rad/s}}$$

4

Amplitude forsterling er  $20 \log(2.5) - 3 \text{ dB}$   
 $= \underline{4.95 \text{ dB}}$

Siden dette er midt i asymptoten,  
er fasen  $-45^\circ$ . Kan vises fra

$$\underline{L|H_p(j\omega)}$$



ser egentlig ut som andre ordens respons,  
men siden den ene tidskonstanten  
er så liten, ser totalsystemet ut  
som en førsteordens respons.

$$i) H_m(s) = \frac{1}{0.1s+1} \quad (5)$$

j)  $K_m = 10$  betyr at den konverterer et eller annet måleområde til f.eks. 4-20 mA.

Ved å anta at vi benytter 0-20 mA, vil det si at måleområdet er 0-20 (ett eller annet, f.eks. [°C]).

k) Dersom  $K_m = 2.0$ , betyr det at måleområdet er halvert, 0-10 [°C]

l) Responsen ser ut som en første ordens respons, med tidskonstant  $T = 10$

F. eks. Dersom  $\zeta = 0.6$  og  $\omega_0 \approx \frac{1.5}{T_r}$   $\Downarrow$   $H_p(s) \approx \frac{2.5}{10s+1}$   
 $\delta = 0.1$

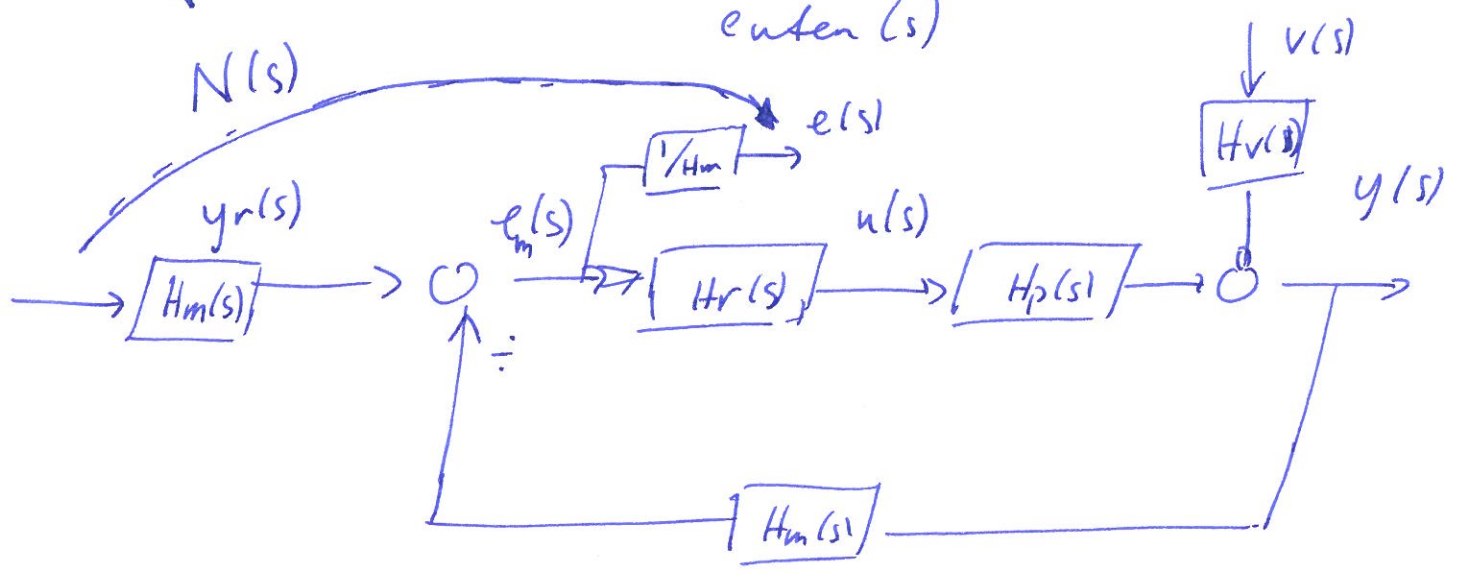
Velger  $T_r \approx 5$  sek (halvparten av  $T = 10$  sek for prosessen)

$$K_p = \frac{2 \cdot 0.6 \cdot \frac{1.5}{5} \cdot 10 - 1}{2.5} = \underline{10.4}$$

$$T_i = \frac{2 \cdot 0.6 \cdot \frac{1.5}{5} \cdot 10 - 1}{(1.5/5)^2 \cdot 10} = 2.88$$

m)  $N(s)$  beskrives sammenhengen mellom referanse og reguleringsavvik. Den kan også tolkes til å beskrive forholdet mellom reg. avvik (med ref.) over reg. avviket (uten ref. / åpen sløyfe).

$$N(s) = \frac{e_{med}(s)}{e_{uten}(s)}$$



w)  $M(s)$  og  $N(s)$  fortæller meget det samme. 7

Mens  $N(s) = \frac{e(s)}{y_r(s)}$  hvor vi ønsker at

$$|N(j\omega)| \ll 0, \text{ er } M(s) \approx \frac{y(s)}{y_r(s)}$$

hvor vi ønsker  $|M(j\omega)| \approx 1$ .

Dersom udgangen  $y(s)$  er identisk med  $y_r(s)$  har vi gode følgeegenskaber, og dermed er  $e(s) = y_r(s) - y(s) \approx 0$ , og  $|N(j\omega)|$  er lille.

$$v) \quad u(t) = K_p \cdot e(t) + \frac{K_p}{T_i} \cdot \int_0^t e(\tau) d\tau$$

Laplace gør

$$u(s) = K_p \cdot e(s) + \frac{K_p}{T_i} \cdot \frac{1}{s} \cdot e(s)$$

$$= \left( \frac{K_p T_i s}{T_i s} + \frac{K_p}{T_i s} \right) e(s)$$

$$H_r(s) = \frac{u(s)}{e(s)} = \frac{K_p (T_i s + 1)}{T_i \cdot s} \quad 8$$

p) Finnes  $H_0(s) = H_r(s) \cdot H_p(s) \cdot H_m(s)$

$$= \frac{K_p (T_i s + 1)}{T_i s} \cdot \frac{2.5}{(10 s + 1)(0.05 s + 1)} \cdot \frac{0.2}{0.1 s + 1}$$

$$= \frac{\text{teller}(s)}{\text{nevner}(s)}$$

$$N(s) = \frac{1}{1 + H_0(s)} =$$

$$= \frac{1}{1 + \frac{\text{teller}(s)}{\text{nevner}(s)}} = \frac{\text{nevner}(s)}{\text{nevner}(s) + \text{teller}(s)}$$

$$= \frac{T_i \cdot s (10 s + 1)(0.05 s + 1)(0.1 s + 1)}{T_i s (10 s + 1)(0.05 s + 1)(0.1 s + 1) + K_p (T_i s + 1) \cdot 2.5 \cdot 0.2}$$

Spø: Sprang i  $y_r(t)$   
med høyde  $Y_r$  gir



$$y_r(s) = \frac{Y_r}{s}$$

Sluttverditheorem gir.



2)

$$\begin{aligned}
\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) &= \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot e(s) \\
&= \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot N(s) \cdot y_r(s) \\
&= \lim_{s \rightarrow 0} \cancel{s} \cdot N(s) \cdot \frac{Y_r}{\cancel{s}} \\
&= N(0) \cdot Y_r \\
&= \frac{0}{0 + K_p \cdot 2 \cdot 5 \cdot 0.2} \cdot Y_r = \underline{\underline{0}}
\end{aligned}$$

For  $M(s) = \frac{y(s)}{y_r(s)}$  får vi:

$$\begin{aligned}
\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) &= \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot y(s) \\
&= \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot M(s) \cdot y_r(s) \\
&= \lim_{s \rightarrow 0} \cancel{s} \cdot M(s) \cdot \frac{Y_r}{\cancel{s}} \\
&= \lim_{s \rightarrow 0} M(s) \cdot Y_r
\end{aligned}$$

$$M(s) = \frac{H_o(s)}{1+H_o(s)}$$

$$= \frac{\text{teller}(s)}{\text{penyer}(s)}$$

$$1 + \frac{\text{teller}(s)}{\text{penyer}(s)}$$

$$= \frac{\text{teller}(s)}{\text{penyer}(s) + \text{teller}(s)}$$

$$= \frac{K_p (T_i s + 1) \cdot 2.5 \cdot 0.2}{T_i s \cdot (10s + 1) (0.05s + 1) (0.1s + 1) + K_p (T_i s + 1) \cdot 2.5 \cdot 0.2}$$

$$M(0) = \frac{K_p \cdot 2.5 \cdot 0.2}{0 + K_p \cdot 2.5 \cdot 0.2} = \underline{1}$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = 1 \cdot Y_r = \underline{Y_r}$$

$$\underline{\underline{e_{stasi} = Y_r - Y_r = 0}}$$

g)

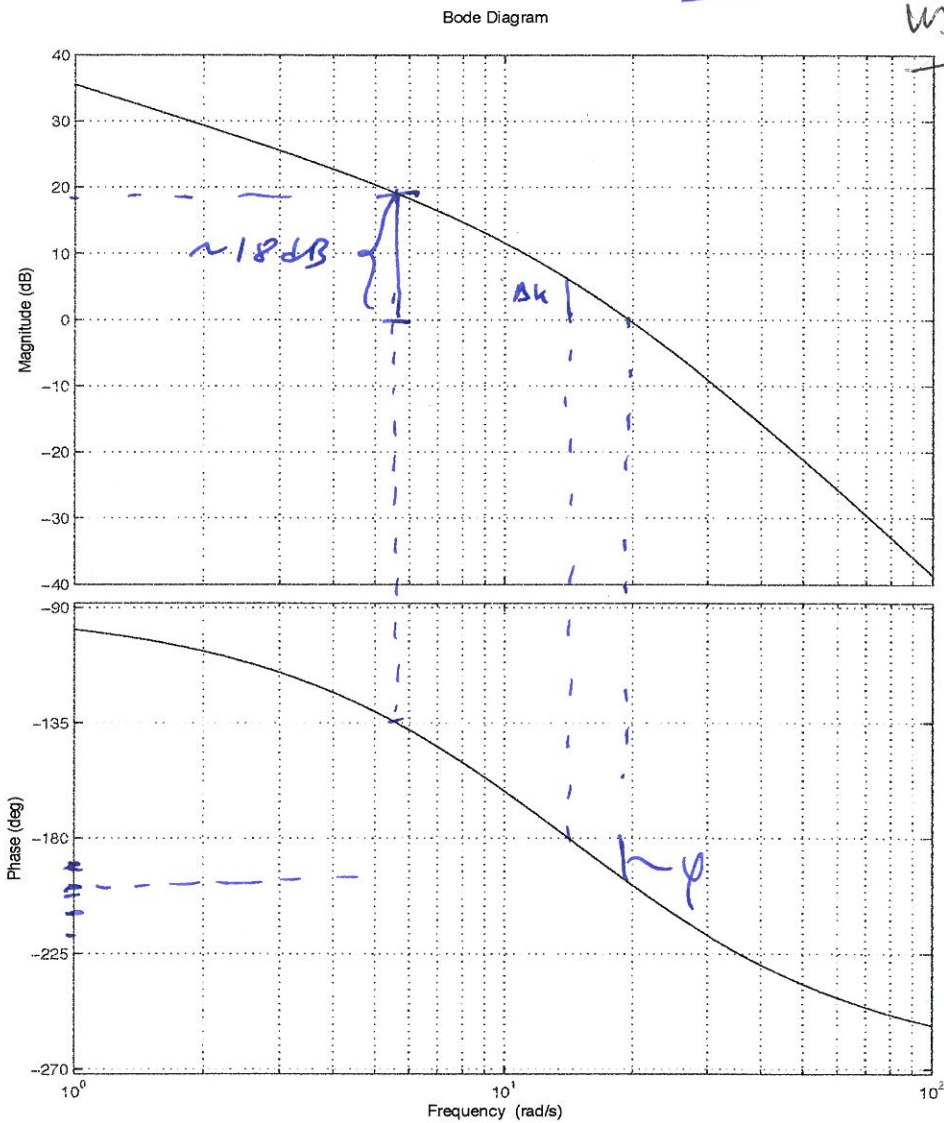
11)

Fag: BIE240, Reguleringssteknikk  
Dato: 13. desember 2013  
Kandidatnr:  
Sidenr:

$$\varphi \approx -20^\circ$$

$$\Delta K \approx -6 \text{ dB}$$

ustabilitet



Figur 3: Bodeplot av sløyfetransferfunksjonen  $H_0(j\omega)$  i oppgave q).

r) 25% overring  $\Rightarrow$   $\varphi = 45^\circ$

fra fig. 2.

For  $\alpha$  fra  $45^\circ$  fasemargin, må  
vi redusere  $K_p$  med ca 18 dB

$$20 \log(x) = -18 \text{ dB}$$

$$x = 10^{\frac{-18}{20}}$$

$$= 0.125$$

$$N_y K_p = 240 \cdot 0.125 \approx \underline{\underline{30}}$$