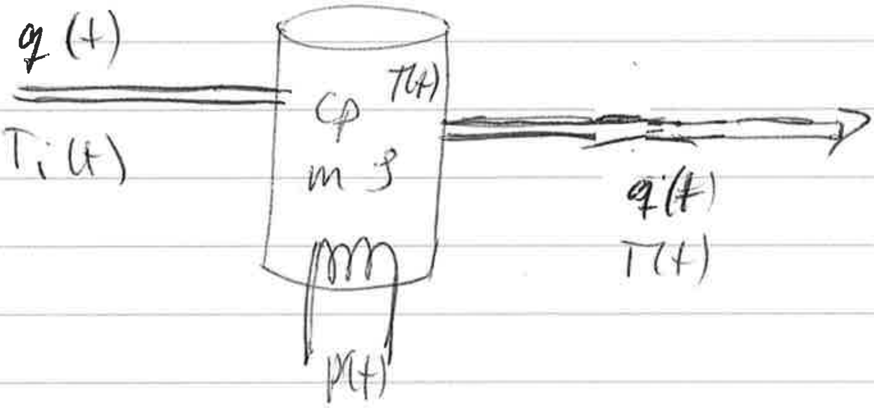
Reglek 3/12 -2015



a)

$$\frac{dE}{dt} = Q_{in}(t) - Q_{ut}(t)$$

$$= c_p \cdot w(t) \cdot T_i(t) + P(t) - c_p \cdot w(t) \cdot T(t)$$

$w(t) = \rho \cdot q(t)$

$$= P(t) + c_p \cdot \rho \cdot q(t)\left(T_i(t) - T(t)\right)$$

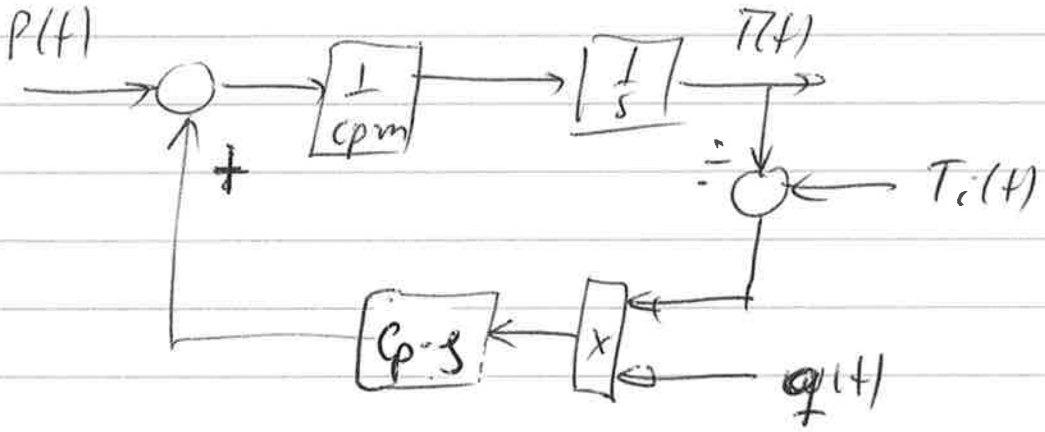
antar $m = \rho = c_p$ = konstant, $E(t) = m \cdot c_p \cdot T(t)$

ref. temp $\Rightarrow T_0 = 0$

$$\frac{dT(t)}{dt} = \frac{1}{m c_p}\left(P(t) + c_p \cdot \rho \cdot q(t)\left(T_i(t) - T(t)\right)\right)$$

b)

ulineær pga produkt mellom $q(t)$ og $T_i(t)$ / $T(t)$.



c) må linearisere: velger arbpkt ω_A, T_A og T_{iA}

$$\Delta\dot{T}(t) = \frac{\partial f}{\partial T}\Big|_A \Delta T(t) + \frac{\partial f}{\partial P}\Big|_A \Delta P(t) + \frac{\partial f}{\partial q}\Big|_A \Delta q(t)$$

$$+ \frac{\partial f}{\partial T_i}\Big|_A \cdot \Delta T_i(t)$$

$$\frac{\partial f}{\partial T}\Big|_A = -\frac{\rho \cdot q_A}{m} \qquad \frac{\partial f}{\partial P}\Big|_A = \frac{1}{m c_p} \qquad \frac{\partial f}{\partial \omega}\Big|_A = \frac{1}{m}(T_{iA} - T_A)$$

$$\frac{\partial f}{\partial T_i}\Big|_A = \frac{\rho \cdot q_A}{m}$$

c) $$\Delta \dot{T}(t) = -\frac{\rho q_A}{m} \cdot \Delta T(t) + \frac{1}{m c_p} \Delta P(t)$$

$$+ \frac{1}{m}(T_{i,A} - T_A) \cdot \Delta q(t) + \frac{\rho q_A}{m} \Delta T_i(t)$$

Skal finne trans. funk. fra $P(s)$ til $T(s)$.
Setter $T_i(s) = q(s) = 0$

Laplace gir

$$\Delta T(s) \cdot s = -\frac{\rho q_A}{m} \cdot \Delta T(s) + \frac{1}{m c_p} \cdot \Delta P(s)$$

$$\left(s + \frac{\rho q_A}{m}\right) \Delta T(s) = \frac{1}{m c_p} \Delta P(s)$$

$$H(s) = \frac{\Delta T(s)}{\Delta P(s)} = \frac{1/m c_p}{s + \frac{\rho q_A}{m}} \quad \Big| \cdot \frac{\frac{m}{\rho q_A}}{\frac{m}{\rho q_A}}$$

$$= \frac{\frac{1}{c_p \cdot \rho \cdot q_A}}{\frac{m}{\rho q_A} s + 1}$$

$$K = \frac{1}{c_p \cdot \rho \cdot q_A}$$

$$T = \frac{m}{\rho \cdot q_A}$$

d)

$$H_p(j\omega) = |H_p(j\omega)| \cdot e^{j\angle H_p(j\omega)}$$

$$|H_p(j\omega)| = \frac{K}{\sqrt{1+\left(\frac{m}{\rho \cdot q_A}\right)^2 \cdot \omega^2}}$$

$$\angle H_p(j\omega) = -\operatorname{atan}\left(\frac{m}{\rho \cdot q_A} \cdot \omega\right)$$

e) $\frac{d\pi(A)}{dA} = 0 \Rightarrow P_{A_1} = 30000 \text{ W}$, $P_{A_2} = 6000 \text{ W}$

f)

$$H_{p,1}(s) = \frac{\frac{1}{4000 \cdot 1000 \cdot 0.0001}}{\frac{500}{1000 \cdot 0.0001} s + 1} = \frac{2.5 \cdot 10^{-3}}{5000s + 1}$$

mye forbruk

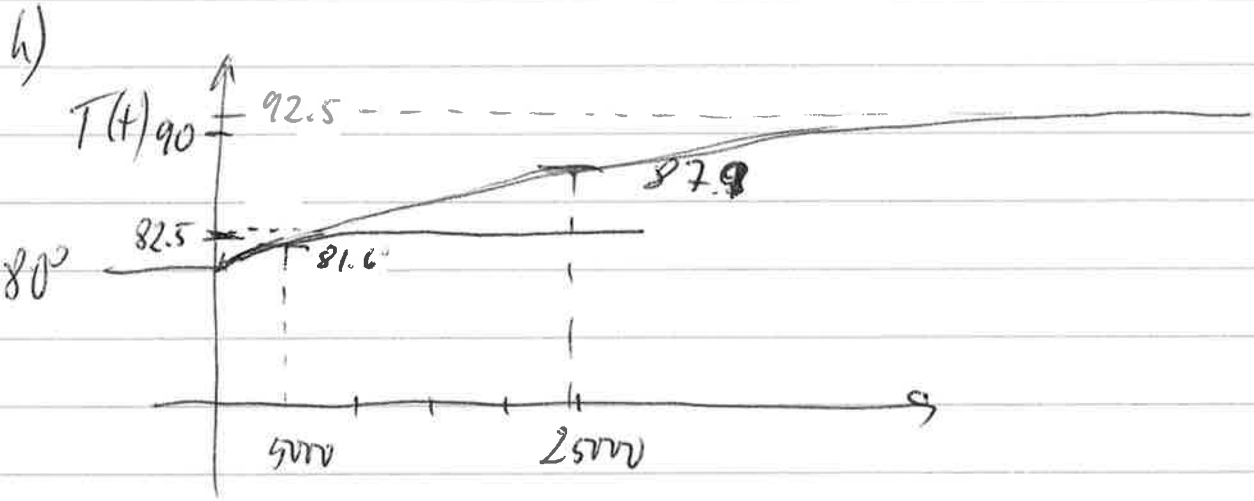
ikke forbruk

$$H_{p,2}(s) = \frac{\frac{1}{4000 \cdot 1000 \cdot 0.00002}}{\frac{500}{1000 \cdot 0.00002} \cdot s + 1} = \frac{12.5 \cdot 10^{-3}}{25000s + 1}$$

g) ved høyt forbruk er forskjellen liten sammenlignet med lavt forbruk. Dette er fornuftig siden lik oppvarming ved forskjellig forbruk vil resultere i ~~lavere~~ lavere temp. økning ved høyt forbruk.

Tidskonstanten er mindre (raskere system) ved høyt forbruk. Det er fornuftig siden ny stasjonær temp stiller seg raskere inn ved rask utskifting av vann.

h)

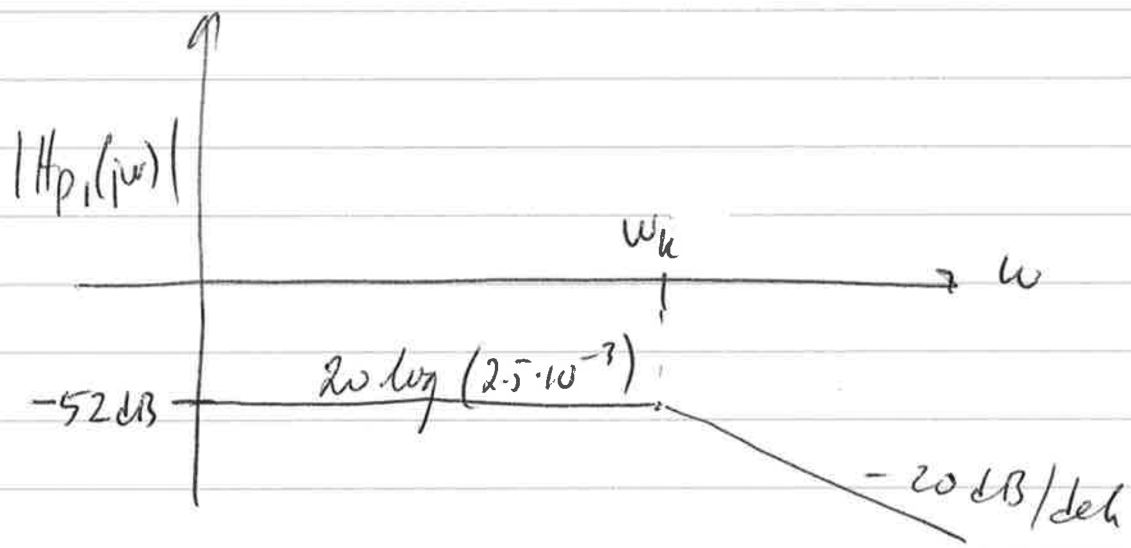


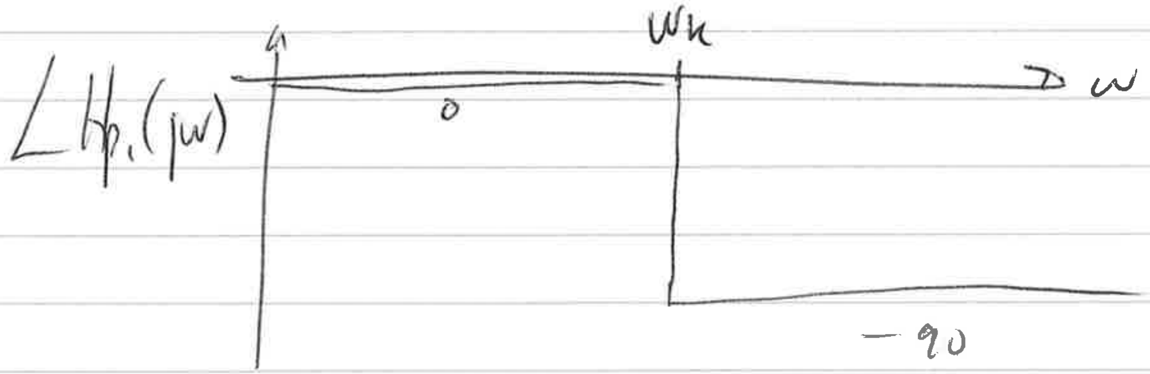
T_{r_1} = 5000 sekund, avleses ved $80 + 0.63 \cdot 2.5$
$= 81.6\ °C$

T_{r_2} = 25000 sekund, avleses ved $80 + 0.63 \cdot 12.5$
$= 87.9\ °C$

⑥

i) $\omega_k = \frac{1}{T} = \frac{1}{5000} = 2 \cdot 10^{-4}$ rad/s





$$|H(j\omega)| = \frac{2.5 \cdot 10^{-3}}{\sqrt{1 + (5000 \cdot \omega)^2}} = \frac{2.5 \cdot 10^{-3}}{\sqrt{1 + 5000^2 \cdot \frac{1}{5000^2}}} = \frac{2.5 \cdot 10^{-3}}{\sqrt{2}} = \underline{\underline{-55\,dB}}$$

$$\angle H(j\omega) = -\operatorname{atan}(\omega_k T) = -\operatorname{atan}\left(\frac{\omega_k}{\omega_k}\right) = -\operatorname{atan}(1)$$
$$= \underline{\underline{-45^\circ}}$$

① ② ③ ⑦

Orden, stasjonær forsterkning, dynamikk, sinus inn/ut ④

j) Informasjon man bruker til å si noe om hvordan sinussignal endres gjennom systemet.

Feks ved $w = 2 \cdot 10^{-5}$. Velger en amplitude på 1000 W omkring arb.pkt.

$$u(t) = 1000 \cdot \sin(2 \cdot 10^{-5} t)$$

Vet da amplitude forsterkningen er

$-52\,dB \Rightarrow 2.5 \cdot 10^{-3}$ og fasen ≈ 0

Dette gir

$$y(t) = 1000 \cdot 2.5 \cdot 10^{-3} \cdot \sin(2 \cdot 10^{-5} t + 0)$$

$$= 2.5 \sin(2.5 \cdot 10^{-5} \cdot t)$$

En sinus med amplitude på 2.5°C omkring arbeidspunkt på 80°C

Det er også mulig å si noe om spranglresponsen siden $w_k = \frac{1}{T}$

$\Rightarrow$ $\underline{T = \frac{1}{\omega_k}}$ og $\underline{-20\,dB/dek = første\ orden.}$

k) siden $H_{p,2}(s)$ både har størst prosessforsterkning og tregest dynamikk, må denne velges. Dette gir minst K_p og størst T_i. Arb.punkt 2 med minst forbruk.

l) $\mathcal{L}\{u(t) = K_p \cdot e(t) + \frac{K_p}{T_i}\int_0^t e(\tau)\,d\tau\}$

$$u(s) = K_p \cdot e(s) + \frac{K_p}{T_i}\frac{1}{s}e(s)$$

$$\frac{u(s)}{e(s)} = K_p + \frac{K_p}{T_i s} = \frac{K_p(T_i s + 1)}{T_i s}$$

$$H_m(s) = \frac{1}{10s+1} \Rightarrow N(s) = \frac{1}{1+H_0(s)}$$

$$N(s) = \frac{e(s)}{y_r(s)} \Rightarrow e(s) = N(s)\cdot y_r(s), \text{ hvor } y_r(s) = \frac{Y_{rs}}{s}$$

Sluttverdi:

$$e_{stasj} = \lim_{t\to\infty} e(t) = \lim_{s\to 0} s\cdot e(s) = \lim_{s\to 0} \cancel{s}\cdot N(s)\cdot\frac{Y_{rs}}{\cancel{s}}$$

$$= N(0)\cdot Y_{rs}$$

$$H_0(s) = \frac{k_p(T_i s+1)}{T_i s} \cdot \frac{12.5 \cdot 10^{-3}}{2500 s+1} \cdot \frac{1}{10 s+1}$$ 9

$$N(s) = \frac{1}{1+H_0(s)}$$

$$= \frac{1}{1 + \frac{(\quad)}{T_i s} \cdot \frac{12.5 \cdot 10^{-3}}{(\quad)} \cdot \frac{1}{(\quad)}}$$

$$= \frac{T_i s \cdot (\quad) \cdot (\quad)}{T_i s \cdot (\quad) \cdot (\quad) + (\quad) \cdot 12.5 \cdot 10^{-3} \cdot 1}$$

$$= \frac{T_i s (2500 s+1)(10 s+1)}{T_i s \cdot (2500 s+1)(10 s+1) + k_p(T_i s+1) \cdot 12.5 \cdot 10^{-3} \cdot 1}$$

$$N(0) = \frac{0}{0 + k_p \cdot 12.5 \cdot 10^{-3}} = 0$$

$$e_{stacj} = N(0) \cdot Y_{rs} = 0 \cdot Y_{rs} = \underline{\underline{0}}$$

m) Polplassering. $T_r \approx \frac{25000}{4} = 6250$

$$K_p = \frac{2\xi\omega_0 T - 1}{K} = \frac{2 \cdot 0.6 \cdot \frac{1.5}{6250} \cdot 25000 - 1}{12.5 \cdot 10^{-3}} = \underline{\underline{496}}$$

$$T_i = \frac{2\xi\omega_0 T - 1}{\omega_0^2 T} = 4305$$

n) $\Delta K = \infty$, $\varphi = 60°$

o) Tre grunner til å ha stabilitets-marginer.

1) Prosessen kan endres, dvs K og T i $H_p(s)$
2) K_p og T_i kan endres
3) K_m og T_m i måleelementet kan endres.

Gir robusthet i forhold til endringer i disse uten fare for stabilitets problem

p) $\varphi = 60^\circ$

Dødtiden har fase

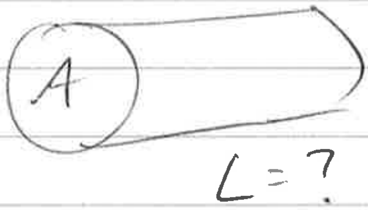
$$\angle H(j\omega) = -\tau \cdot \omega \quad \underline{\underline{\text{rad}}}$$

$$\varphi \cdot \frac{2\pi}{360} = \tau \cdot \omega$$

$$\tau = \frac{\varphi \cdot \frac{2\pi}{360}}{\omega} = \frac{60 \cdot \frac{2\pi}{360}}{1 \cdot 10^{-3}} = \underline{\underline{1047 \text{ sek}}}$$

der hvor φ avleses

q)



$$A = \pi r^2 = 3.14 \cdot (0.05)^2 = 0.00785 \text{ m}^2$$

I løpet av $\tau = 1047$ sek tappes det

$$0.2 \text{ dl/s} \Rightarrow V = 1047 \cancel{\text{sek}} \cdot 0{,}2 \frac{\cancel{\text{dl}}}{\cancel{\text{sek}}} \cdot \frac{1 \text{ m}^3}{10000 \cancel{\text{dl}}}$$

volum

$$= \frac{1047 \cdot 0.2}{10000} = 0.02094 \text{ m}^3$$

$$L = \frac{V}{A} = \frac{0.02094}{0.00785} = \underline{2.66 \text{ m}}$$