

DATO: 13. desember 2013



EKSAMEN I: BIE 240 Reguleringssteknikk

VARIGHET: 4 timer

TILLATTE HJELPEMIDLER: Bestemt enkel kalkulator

OPPGAVESETTET BESTÅR AV 1 OPPGAVE PÅ 4 SIDER

MERKNADER: Formelsamling er på side 4 til 7.
Deloppgavene har ulik vekt. Legg ved side 7 sammen med besvarelsen.

KONTAKTPERSON: Tormod Drengstig, E-423a, tlf. (518)32025/93885533.

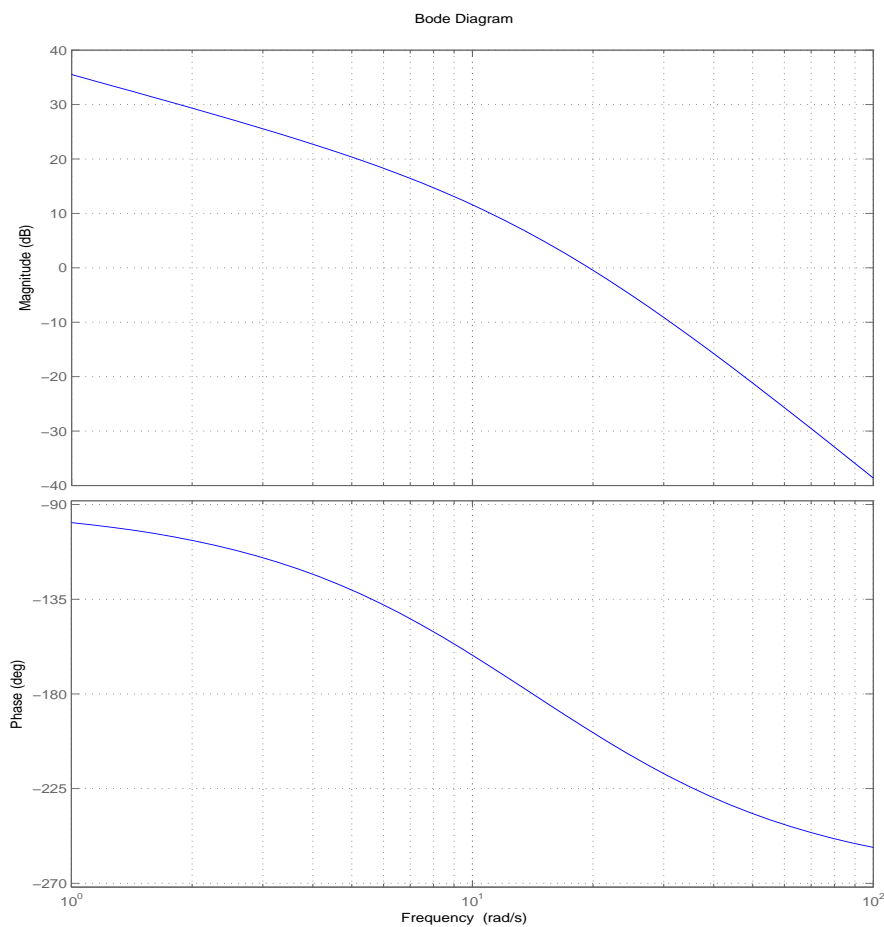
Oppgave 1

En prosess er beskrevet ved transferfunksjonen

$$\frac{y(s)}{u(s)} = H_p(s) = \frac{5}{(s + 0.1)(s + 20)} \quad (1)$$

- a) **(4%)** Gi inntil 2 eksempler på prosesser som kan representeres med en slik modell.
- b) **(3%)** Bestem polene til systemet og benytt dette til å bestemme stabilitets-egenskapene til systemet (marginalt stabilt, ustabilt, asymptotisk stabilt).
- c) **(4%)** Finn ω_0 og ζ . Er dette et underdempet, overdempet eller kritisk dempet system? Begrunn svaret.
- d) **(8%)** Skisser asymptotiske amplitude og forsterkningskurver for systemet.
- e) **(8%)** Finn et uttrykk for prosessens frekvensrespons, dvs. amplitudeforsterkning $|H_p(j\omega)|$ og faseforskyvning $\angle H_p(j\omega)$.
- f) **(8%)** La pådraget være en sinusfunksjon $u(t) = 0.2 \sin(t) + 0.6$. Skisser detaljert $u(t)$ og $y(t)$ i samme diagram (beregnet og indiker perioden for svingningen).
- g) **(4%)** Hva er båndbredden w_b til systemet, og hvilken amplitudeforsterkning og fase har vi da?

- h) **(5%)** Anta at $u(t)$ er et enhetssprang. Skisser sprangresponsen til systemet så detaljert som mulig.
- i) **(2%)** Anta at måleinstrumentet har forsterkning 1 og at responstiden T_r er 0.1 sekund og at det er av 1 orden. Finn transferfunksjonen $H_m(s)$ til måleinstrumentet.
- j) **(5%)** Beskriv med ord hva det vil si at måleinstrumentet har forsterkning på $K_m = 1$. Underbygg gjerne forklaringen med et konkret eksempel/applikasjon.
- k) **(4%)** Dersom et annet måleinstrument som du har liggende har en forsterkning på $K_m = 2$, hva kan du si om dette måleinstrumentet mht måleområde i forhold til det som har $K_m = 1$?
- l) **(8%)** Basert på sprangresponsen i oppgave h), bestem regulatorparametrene K_p og T_i til en PI-regulator. Der hvor du må gjøre valg, begrunn valgene.
Dersom du ikke fant sprangresponsen i oppgave h), lag en fiktiv sprangrespons og vis hvordan du ville gjort det.
- m) **(6%)** $N(s)$ kalles sensitivitetsfunksjonen. Beskriv med ord hvordan informasjonen i $N(s)$ kan tolkes på to måter. Bruk gjerne figur av reguleringsystemet til å få frem poenget.
- n) **(6%)** Forklar med ord hvordan informasjonen i $N(s)$ er knyttet til følgeforholdet $M(s)$.
- o) **(3%)** Utled transferfunksjonen $H_r(s)$ til en generell PI-regulator.
- p) **(8%)** Vis at en PI-regulator gir 0 stasjonært reguleringsavvik ved sprang i referansen for systemet i ligning 1 og måleinstrumentet $H_m(s)$. Tips: Benytt enten $N(s) = \frac{e(s)}{y_r(s)}$ eller $M(s) = \frac{y(s)}{y_r(s)}$.
- q) **(6%)** I figur 1 er Bodeplottet for $H_0(j\omega)$ med en en PI-regulator med $K_p=240$ og $T_i = 10$ vist.



Figur 1: Bodeplot av sløyfetransferfunksjonen $H_0(j\omega)$. Det finnes en kopi av figuren på side 7.

Hva er forsterknings- og fasemarginen til reguleringsystemet? Tegn inn på figuren gitt på side 7 og lever inn sammen med besvarelsen.

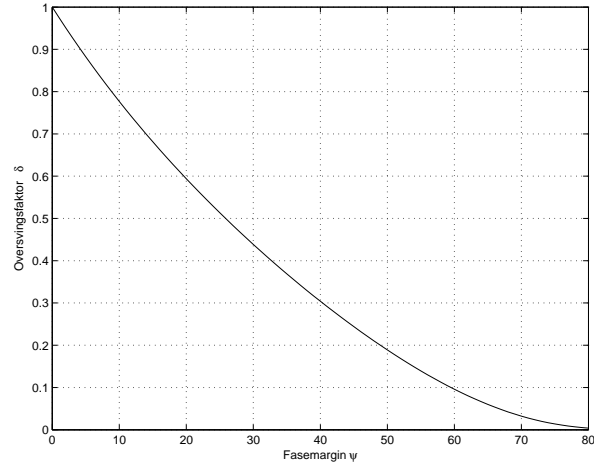
- r) (8%) I figuren i formelsamlingen er sammenhengen mellom fasemargin ψ og oversvingsfaktor δ vist for systemet vårt.

Anta at vi ønsker at reguleringsystemet skal ha 25% oversving ved sprang i referansen. Hvor mye må K_p forsterkes/forminskes for å få dette til? Hva blir verdien på den nye K_p ?

Skisser om ønskelig i samme figur som du leverer inn (figur 2, side 7).

Formelsamling

- Sammenheng mellom fasemargin og oversvingsfaktor for reguleringsystemet.



- Løsning på annengradsligningen $a \cdot x^2 + b \cdot x + c = 0$

$$s = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad (2)$$

- Et generelt 2-ordens system kan skrives som

$$h(s) = \frac{K}{\left(\frac{s}{\omega_0}\right)^2 + 2\frac{\zeta}{\omega_0}s + 1} \quad (3)$$

- Et komplekst tall z kan skrives på kartesisk form slik:

$$z = \text{Re}(z) + j\text{Im}(z) \quad (4)$$

eller på polar form slik:

$$z = |z|e^{j\angle z} \quad (5)$$

- Sammenheng mellom kartesisk og polar form:

$$|z| = \sqrt{\text{Re}(z)^2 + \text{Im}(z)^2} \quad (6)$$

$$\angle z = \arctan \frac{\text{Im}(z)}{\text{Re}(z)} \quad (7)$$

- Sløyfetransferfunksjonen $H_0(s) = H_r(s)H_p(s)H_m(s)$

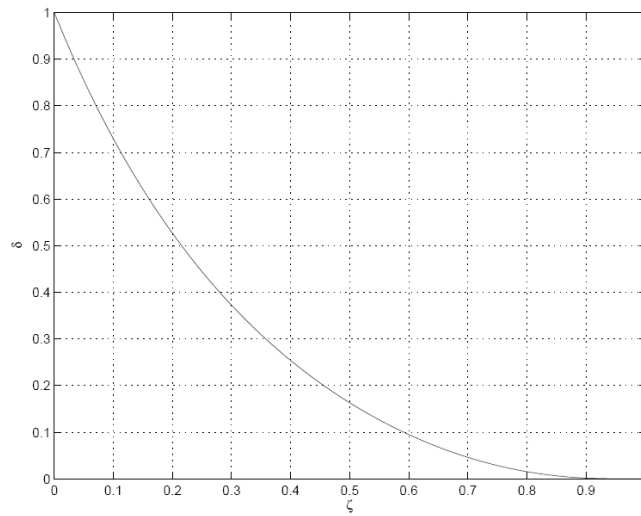
- Følgeforholdet $M(s) = \frac{H_0(s)}{1+H_0(s)}$

- Sensitivitetsfunksjonen $N(s) = \frac{1}{1+H_0(s)}$
- Polplassering for 1 ordens system (PI-regulator):

$$K_p = \frac{2\zeta w_0 T - 1}{K} \quad (8)$$

$$T_i = \frac{2\zeta w_0 T - 1}{w_0^2 T} \quad (9)$$

Sammenhengen mellom relativ dempingsfaktor ζ og oversvingsfaktor δ .



- Pol-nullpunkt kansellering 1 ordens system (PI-regulator):

$$K_p = \frac{T}{T_M \cdot K} \quad (10)$$

$$T_i = T \quad (11)$$

- Ziegler Nichols åpen sløyfe metode:

$$K_p = \frac{0.9 \cdot U}{L \cdot R} \quad (12)$$

$$T_i = 3.3 \cdot L \quad (13)$$

hvor L er tidsforsinkelsen, R er stigningstallet på sprangresponsen og U er sprangets høyde. For en første ordens prosess med dødtid kan det vises at

$$R = \frac{KU}{T} \quad (14)$$

$$L = \tau \quad (15)$$

Egenskaper ved Laplacetransformasjonen

Derivasjon:

$$s^n f(s) - s^{n-1} f(0) - s^{n-2} \dot{f}(0) - \dots - \overset{(n-1)}{f}(0) \iff \overset{(n)}{f}(t) \quad (16)$$

Med initialbetingelser lik null fås

$$s^n f(s) \iff \overset{(n)}{f}(t) \quad (17)$$

Begynnelsesverditeorem:

$$\lim_{t \rightarrow 0} f(t) = \lim_{s \rightarrow \infty} s \cdot f(s) \quad (18)$$

Sluttverditeorem:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot f(s) \quad (19)$$

Transformasjonspar

$$\frac{1}{s} \iff 1 \quad (20)$$

$$\frac{1}{s^2} \iff t \quad (21)$$

$$\frac{1}{Ts + 1} \iff \frac{e^{-\frac{t}{T}}}{T} \quad (22)$$

$$\frac{1}{(Ts + 1)^n} \iff \frac{1}{T^n (n-1)!} t^{n-1} e^{-\frac{t}{T}} \quad (23)$$

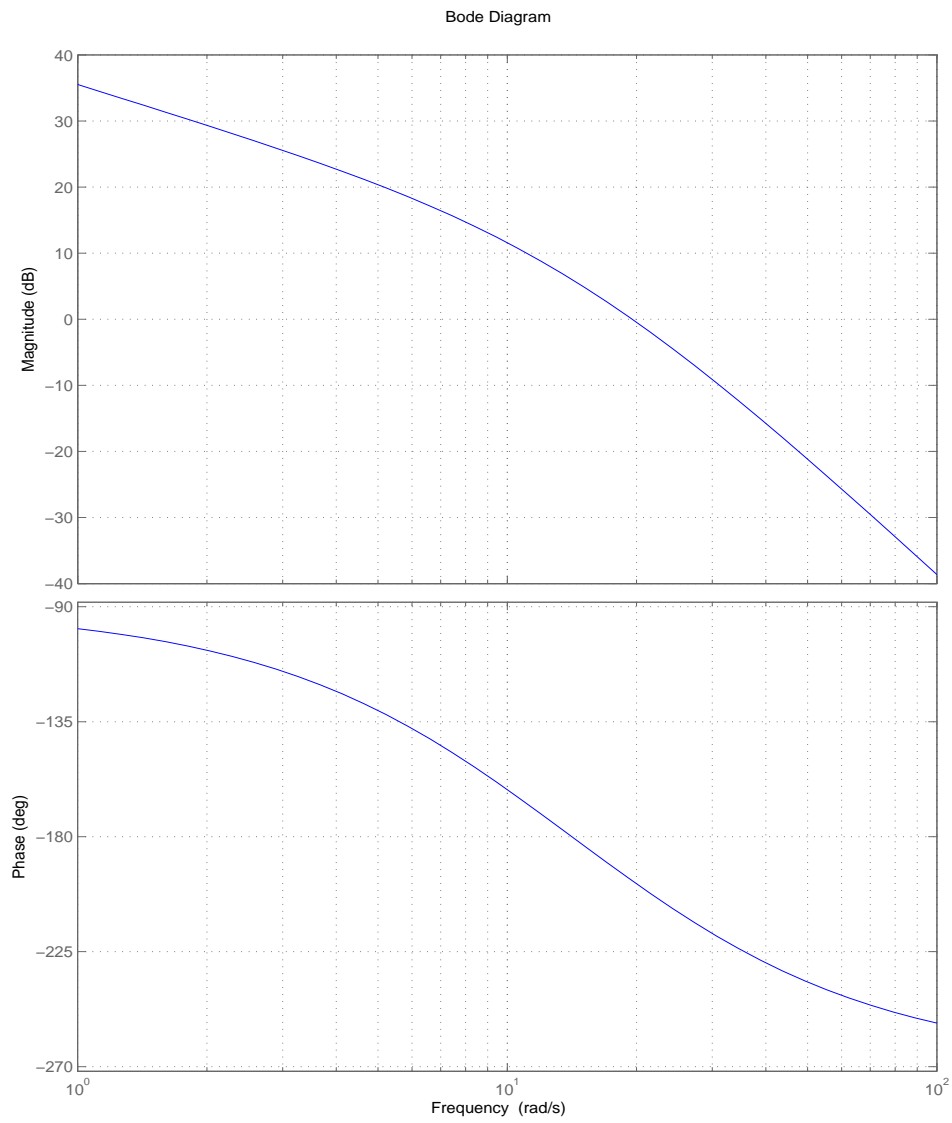
$$\frac{1}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)} \iff \frac{1}{T_1 - T_2} (e^{-\frac{t}{T_1}} - e^{-\frac{t}{T_2}}) \quad (24)$$

Fag: BIE240, Reguleringsteknikk

Dato: 13. desember 2013

Kandidatnr:

Sidenr:



Figur 2: Bodeplot av sløyfetransferfunksjonen $H_0(j\omega)$ i oppgave q).