

Løsningsforslag

TE 179

①

Reg. tek. 1

juli 2001

19. des. 2001

Oppg. 1

$$h(s) = \frac{2(s+4)}{(4s+1)(2s+1)}$$

a) Sett $s = j\omega$:

$$h(j\omega) = \frac{2(j\omega+4)}{(4j\omega+1)(2j\omega+1)}$$

$$\text{Teller først: } Z_t = 2(4 + j\omega) = 8 + j2\omega$$

$$\text{benytter at } Z_t = |Z_t| \cdot e^{j\angle Z_t}$$

hvor

$$|Z_t| = \sqrt{8^2 + 2\omega^2} = \sqrt{64 + 4\omega^2}$$

$$e^{j\angle Z_t} = e^{j(\arctan \frac{2\omega}{8})} = e^{j\arctan \frac{\omega}{4}}$$

(2)

stik at $Z_t = 8 + j2\omega = \sqrt{64 + 4\omega^2} e^{j \arctan \frac{\omega}{4}}$

Neuner: $Z_n = (1 + j4\omega)(1 + j2\omega)$, kan også
 ta dem
 enkeltvis

$$= 1 + j6\omega - 8\omega^2$$

$$= 1 - 8\omega^2 + j6\omega$$

benytter at $Z_n = |Z_n| e^{j \angle Z_n}$

hvor

$$|Z_n| = \sqrt{(1 - 8\omega^2)^2 + 6\omega^2}$$

$$= \sqrt{(1 - 8\omega^2)^2 + 36\omega^2}$$

$$e^{j \angle Z_n} = e^{j \arctan \frac{6\omega}{1 - 8\omega^2}}$$

Samler sammen:

$$h(j\omega) = \frac{Z_t}{Z_n} = \frac{\sqrt{64 + 4\omega^2} e^{j \arctan \frac{\omega}{4}}}{\sqrt{(1 - 8\omega^2)^2 + 36\omega^2} e^{j \arctan \frac{6\omega}{1 - 8\omega^2}}}$$

$$h(j\omega) = \sqrt{\frac{64 + 4\omega^2}{(1 - 8\omega^2)^2 + 36\omega^2}} \cdot e^{j(\tan^{-1} \frac{\omega}{4} - \tan^{-1} \frac{6\omega}{1 - 8\omega^2})} \quad (3)$$

$$\text{Maka} \quad = |h(j\omega)| \cdot e^{j\angle h(j\omega)}$$

Maka at

$$|h(j\omega)| = \sqrt{\frac{64 + 4\omega^2}{(1 - 8\omega^2)^2 + 36\omega^2}}$$

og

$$\angle h(j\omega) = \tan^{-1} \frac{\omega}{4} - \tan^{-1} \frac{6\omega}{1 - 8\omega^2}$$

Tan nærmere undersøkt vis blir det:

$$Z_{n1} = (1 + j4\omega) = \sqrt{1 + 16\omega^2} e^{j \tan^{-1} 4\omega}$$

$$Z_{n2} = (1 + j2\omega) = \sqrt{1 + 4\omega^2} e^{j \tan^{-1} 2\omega}$$

Totalt blir det:

$$h(j\omega) = \frac{Z_t}{Z_{n1} \cdot Z_{n2}} = \frac{\sqrt{64 + 4\omega^2}}{\sqrt{(1 + 16\omega^2)(1 + 4\omega^2)}} e^{j(\tan^{-1} \frac{\omega}{4} - \tan^{-1} 4\omega - \tan^{-1} 2\omega)}$$

$\underbrace{\hspace{10em}}_{|h(j\omega)|} \qquad \qquad \qquad \angle h(j\omega)$

(4)

b) Løst nullpolynom $= 0$, og finner
poler:

$$(4s+1)(2s+1) = 0 \quad \text{for } s = -\frac{1}{4} \text{ og } s = -\frac{1}{2}$$

Poler ligger i venstre halvplan på
reelle akse, dette gir ~~marginalt~~
stabilt system asymptotisk.

✓

⑤

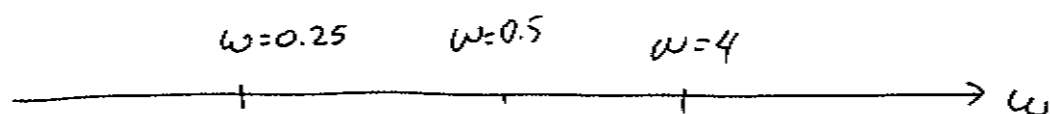
c)

$$h(s) = 2 \cdot (s+4) \cdot \frac{1}{(4s+1)} \cdot \frac{1}{(2s+1)}$$

$$= 2 \cdot 4 \left(\frac{1}{4}s + 1\right) \cdot \frac{1}{(4s+1)} \cdot \frac{1}{(2s+1)}$$

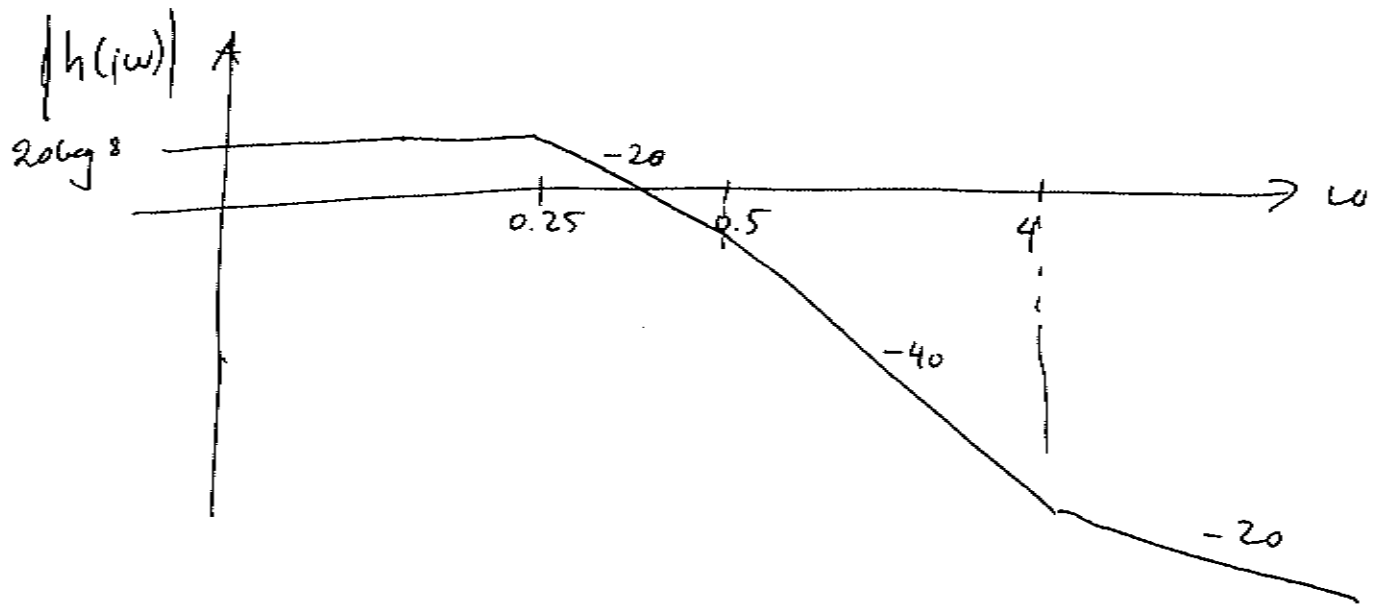
$$= 8 \cdot (0.25s + 1) \cdot \frac{1}{(4s+1)} \cdot \frac{1}{(2s+1)}$$

amplitude:

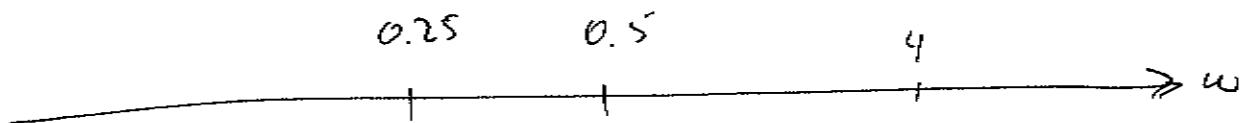
 $|8|$ $20 \log 8$ $|0.25s+1|$ $+20$ $\left| \frac{1}{4s+1} \right|$ -20 $\left| \frac{1}{2s+1} \right|$ -20

(6)

Totalt blir dette for amplitudeforsterkningen

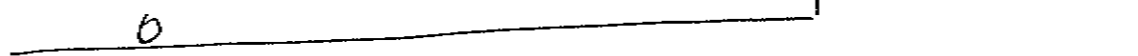


Fase:

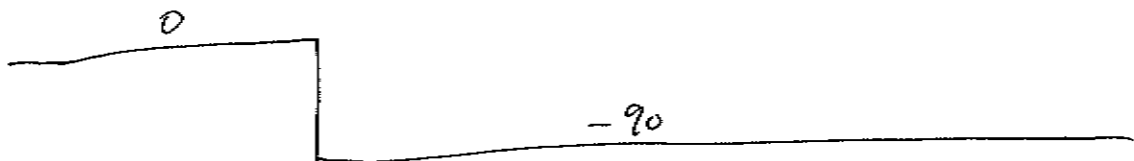


~~48~~

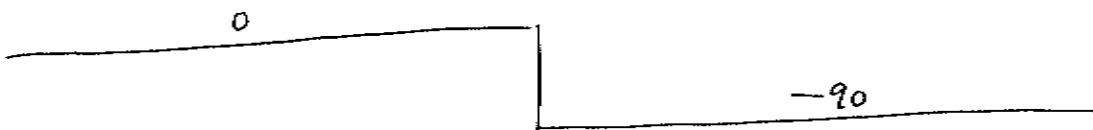
$\angle 0.25s+1$



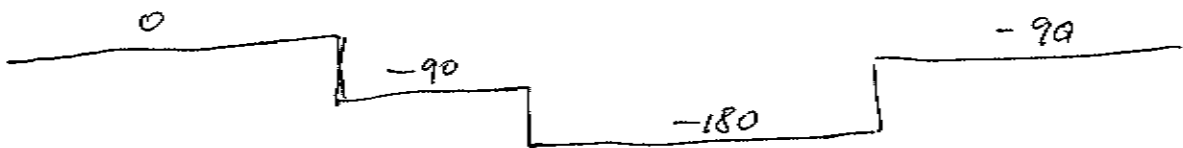
$\angle \frac{1}{4s+1}$



$\angle \frac{1}{2s+1}$



Totalt:



d)

$$u(t) = 2$$

$$\Downarrow$$

$$u(s) = \frac{2}{s}$$

$$y(s) = h(s) \cdot u(s)$$

$$y(s) = \frac{2 \cdot (s+4)}{(4s+1)(2s+1)} \cdot \frac{2}{s}$$

anvender slutteverditokenet på $y(s)$

$$\lim_{s \rightarrow 0} s \cdot y(s) = s \cdot \frac{2(s+4)}{(4s+1)(2s+1)} \cdot \frac{2}{s}$$

$$= \frac{8 \cdot 2}{1} = \underline{\underline{16}}$$

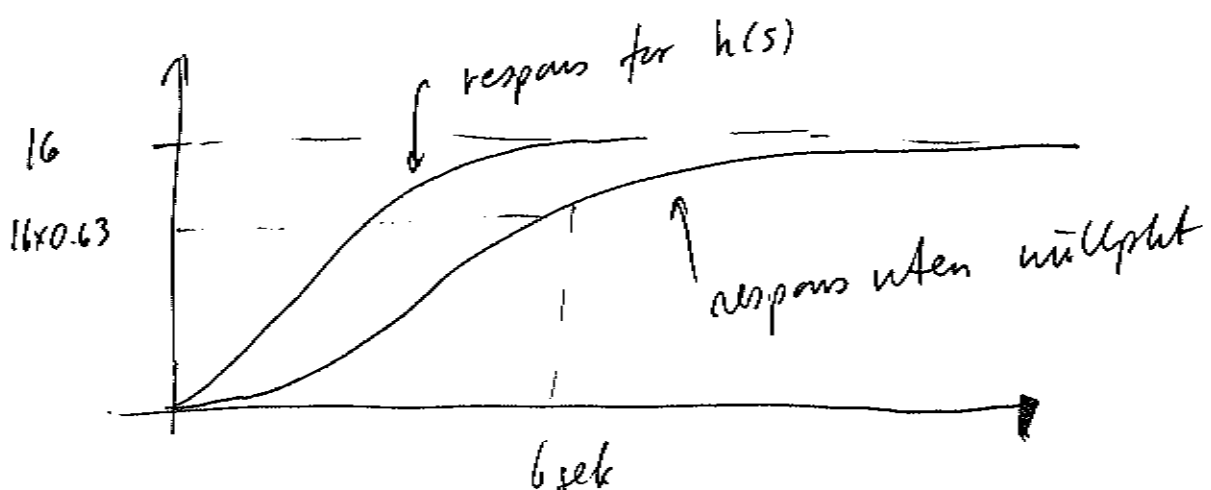
- e) Systemet er et anven ordens
system med et nullplut i
venstre haloplan.

(8)

~~Skildd~~

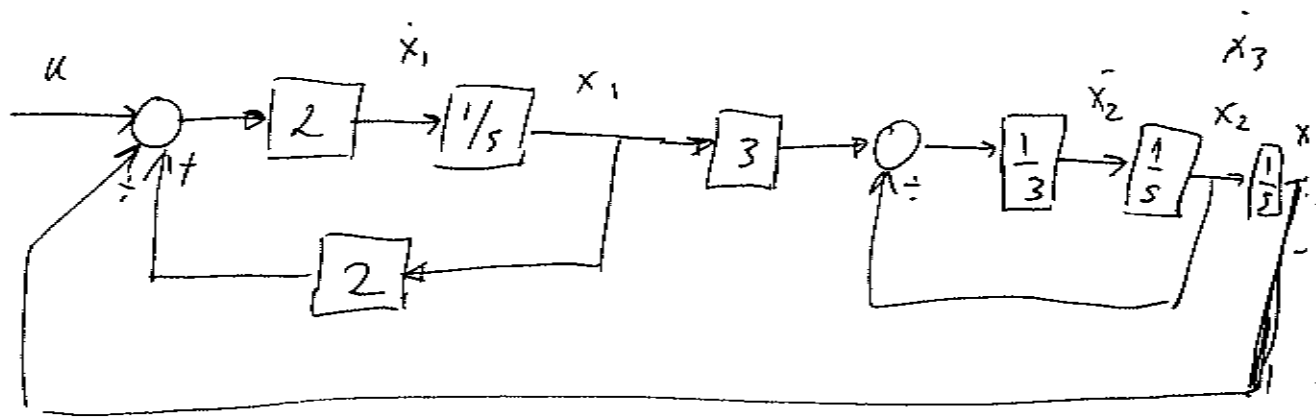
Tidskonstanten for systemet (uten
nullplut) er $4 + 2 = 6$ sek.

Nullplut vil bidra til at utgangen
stiger raskere enn hvis den ville
uten nullplut.



Oppg 2

(9)



a) pga den positive tilbakemeldingen, vil systemet være ustabilit.

$$b) \dot{x}_1 = 2 \cdot (u + 2x_1 - x_3) = 4x_1 - 2x_3 + 2u$$

$$\dot{x}_2 = \frac{1}{3} (3x_1 - x_2) = x_1 - \frac{1}{3}x_2$$

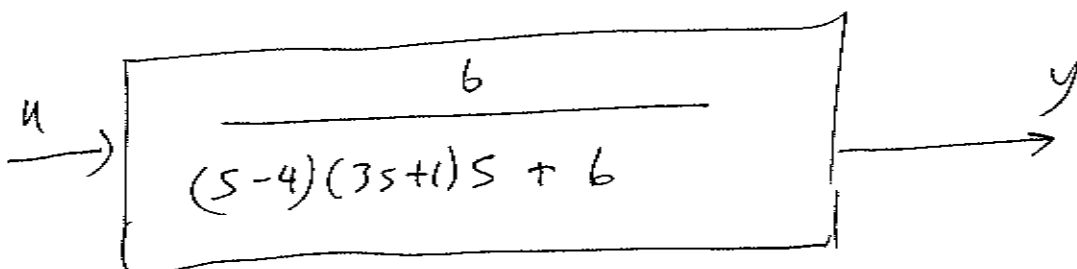
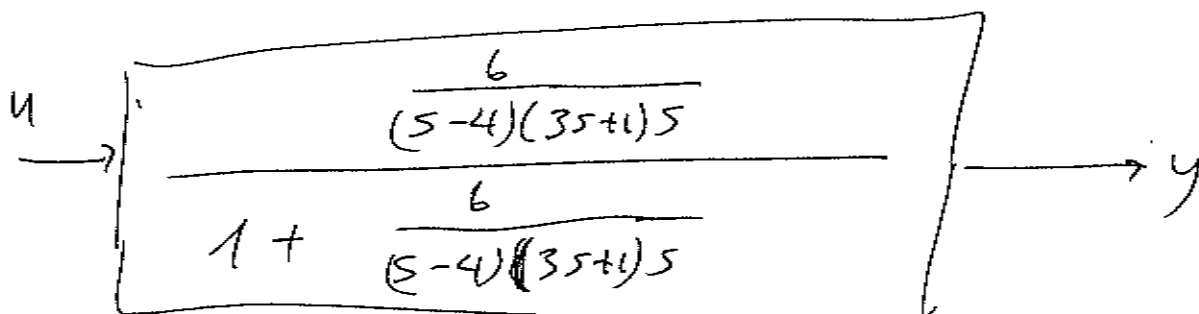
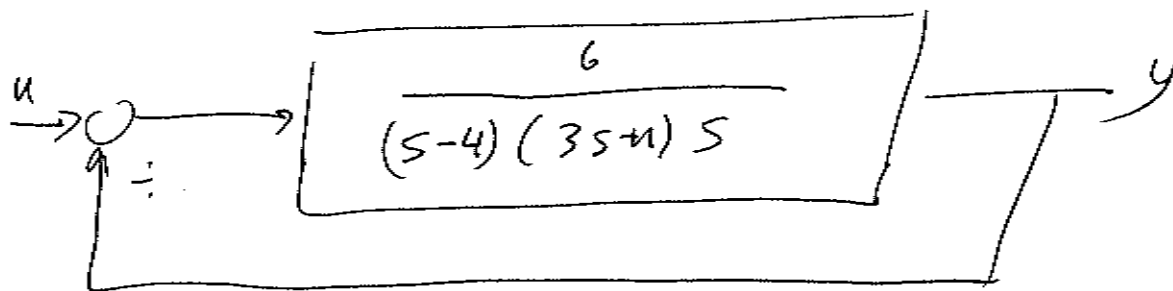
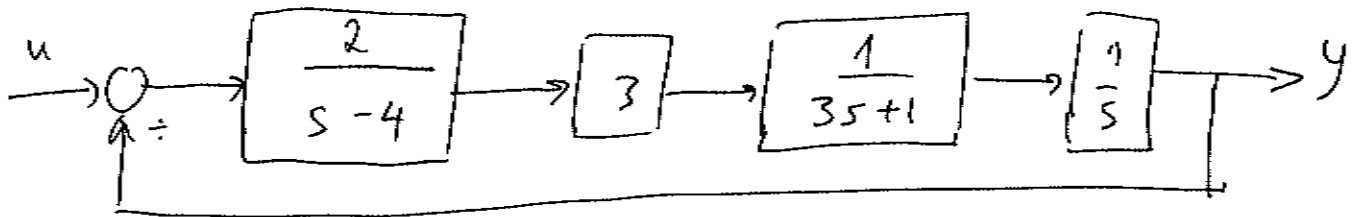
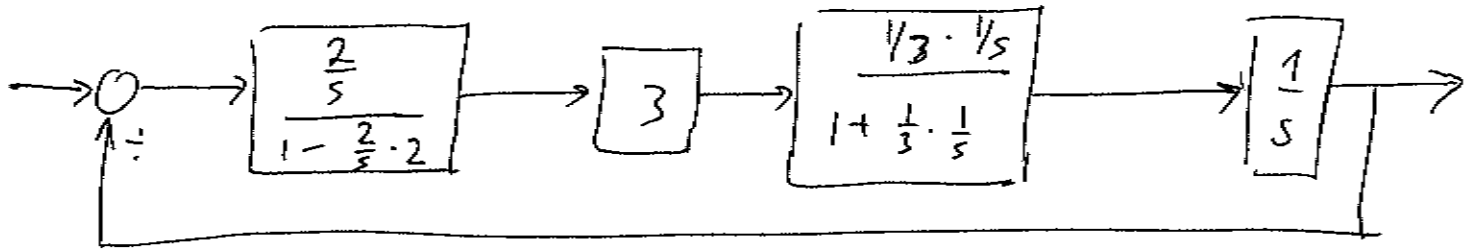
$$\dot{x}_3 = x_2$$

Dette gir

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 0 & -2 \\ 1 & -\frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$$

c)



Transferfunktion

$$h(s) = \frac{6}{(s-4)(3s+1)s + 6}$$

Oppg 3

a) energibalansen til rommet er:

$$\begin{aligned}\frac{dE}{dt} &= Q_{\text{in}} - Q_{\text{ut}} \\ &= u - Q_{\text{ut}}\end{aligned}$$

hvor $Q_{\text{ut}} = h_r A_v (T - T_{\text{omg}})$

$$\frac{dE}{dt} = u - h_r A_v (T - T_{\text{omg}})$$

energien til luften i rommet er:

$$E = m \cdot c \cdot (T - T_0), \text{ antar at}$$

massen er konstant, varmekap.
er konstant og at T_0 er 0.

Dette gir

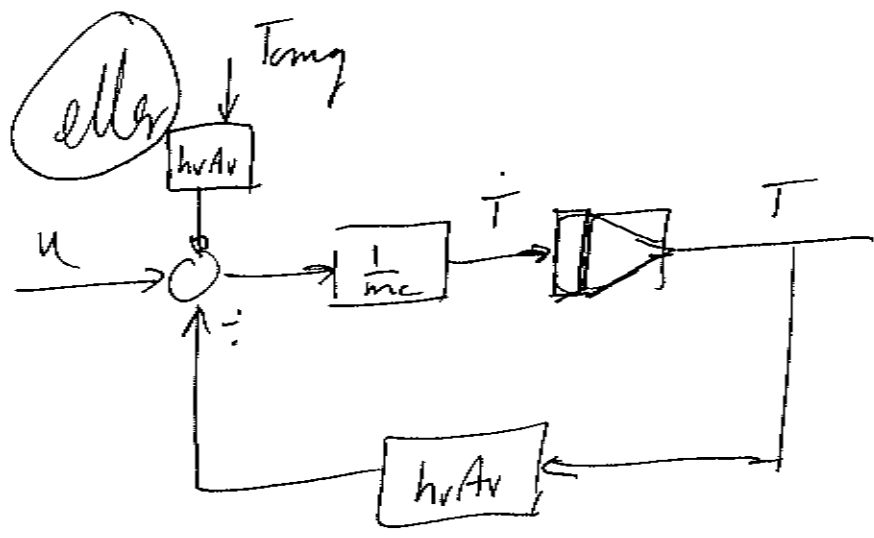
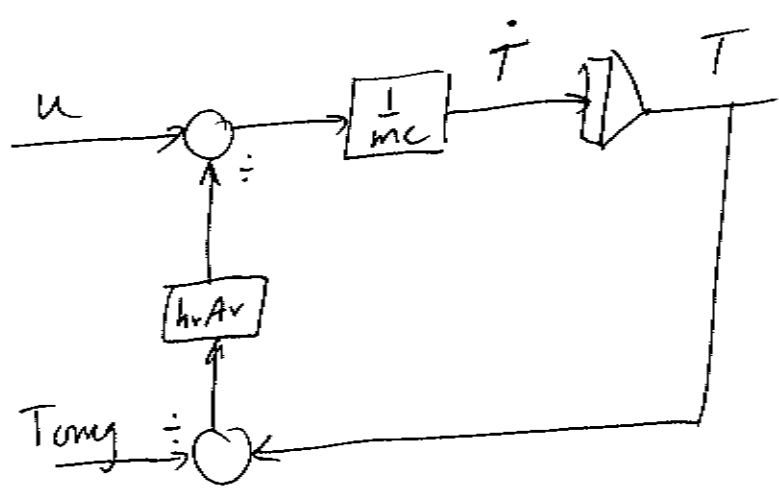
$$\frac{d(m \cdot c \cdot T)}{dt} = u - h_r A_v (T - T_{\text{omg}})$$

setter m og c utenfor

$$m \cdot c \cdot \frac{dT}{dt} = u - h_v A_v (T - T_{omg})$$

$$\frac{dT}{dt} = \frac{1}{mc} (u - h_v A_v (T - T_{omg}))$$

Blockdiagram vann:



b) Laplace transform (3)

(15)

$$s \cdot T(s) = \frac{1}{m \cdot c} \left(u(s) - h \nu A_v (T(s) - T_{\text{ang}}(s)) \right)$$

$$s \cdot m \cdot c \cdot T(s) + h \nu A_v T(s) = u(s) + h \nu A_v T_{\text{ang}}(s)$$

$$(s \cdot m \cdot c + h \nu A_v) T(s) = u(s) + h \nu A_v T_{\text{ang}}(s)$$

Transferfunktion für $u(s) \rightarrow T(s)$, setzt $T_{\text{ang}}(s) = 0$

$$\underline{h_p(s) = \frac{T(s)}{u(s)} = \frac{1}{s \cdot m \cdot c + h \nu A_v}}$$

Transferfunktion für $T_{\text{ang}}(s) \rightarrow T(s)$, setzt $u(s) = 0$

$$\underline{h_v(s) = \frac{T(s)}{T_{\text{ang}}(s)} = \frac{h \nu A_v}{s \cdot m \cdot c + h \nu A_v}}$$

Denn kann også finnes for Blockdiagrammanipulering

k_p Forsterling / tidskonstant

$$h_p(s) = \frac{1}{s \cdot m \cdot c + h_v A_v} \quad \begin{matrix} 1/h_v A_v \\ 1/h_v A_v \end{matrix}$$

$$= \frac{1/h_v A_v}{\frac{m \cdot c}{h_v A_v} \cdot s + 1}$$

$$K = \frac{1}{h_v A_v}, \quad T = \frac{m \cdot c}{h_v A_v}$$

$$h_v(s) = \frac{h_v A_v}{s \cdot m \cdot c + h_v A_v}$$

$$= \frac{1}{\frac{m \cdot c}{h_v A_v} s + 1}$$

$$K = 1, \quad T = \frac{m \cdot c}{h_v A_v}$$

Ved å sette inn masse mobler ~~er~~^{økes} både masse og varmekapasitet. Deres at tidskonstanter øker, og dette er rimelig å forvente.

c) $h_0(s)$ er def. som

$$h_0(s) = h_r(s) - h_p(s) \cdot h_m(s)$$

hvor $h_r(s) = K_p$

$$h_p(s) = \frac{1/h_v A_v}{\frac{m \cdot c}{h_v A_v} s + 1}$$

og $h_m(s) = \frac{1}{2s + 1}$

(bemærk at $K=1$ og $\omega_b = \frac{1}{T}$.)

$$h_0(s) = K_p \cdot \frac{1/h_v A_v}{\left(\frac{m \cdot c}{h_v A_v} s + 1\right)} \cdot \frac{1}{(2s + 1)}$$

$$= \frac{K_p}{h_v A_v} \cdot \frac{1}{\left(\frac{m \cdot c}{h_v A_v} s + 1\right)(2s + 1)}$$

$$N(s) = \frac{1}{(1 + h_0(s))} = \frac{1}{1 + \frac{K_p}{h_v A_v} \cdot \frac{1}{\left(\frac{m \cdot c}{h_v A_v} s + 1\right)(2s + 1)}}$$

$$= \frac{h_v A_v \left(\frac{m \cdot c}{h_v A_v} s + 1\right)(2s + 1)}{h_v A_v \left(\frac{m \cdot c}{h_v A_v} s + 1\right)(2s + 1) + K_p}$$

$$\underline{\underline{h_v A_v \left(\frac{m \cdot c}{h_v A_v} s + 1\right)(2s + 1) + K_p}}$$

(17)

$$\begin{aligned}
 M(s) &= \frac{h_o(s)}{1 + h_o(s)} = \frac{\frac{K_p}{h_v A_v} \left(\frac{1}{\left(\frac{mc}{h_v A_v} s + 1 \right) (2s + 1)} \right)}{1 + \frac{K_p}{h_v A_v} \cdot \frac{1}{\left(\frac{mc}{h_v A_v} s + 1 \right) (2s + 1)}} \\
 &= \frac{K_p}{h_v A_v \left(\frac{mc}{h_v A_v} s + 1 \right) (2s + 1) + K_p}
 \end{aligned}$$

d) For å oppnå en fasemargin på $\varphi = 60^\circ$, må vi forsterke K_p med 19dB, dvs. $19\text{dB} = 20 \log x$

\Downarrow

$$\underline{\underline{x = 8.91}}$$

$$\underline{\underline{\text{N}y \quad K_p = 8.91}}$$

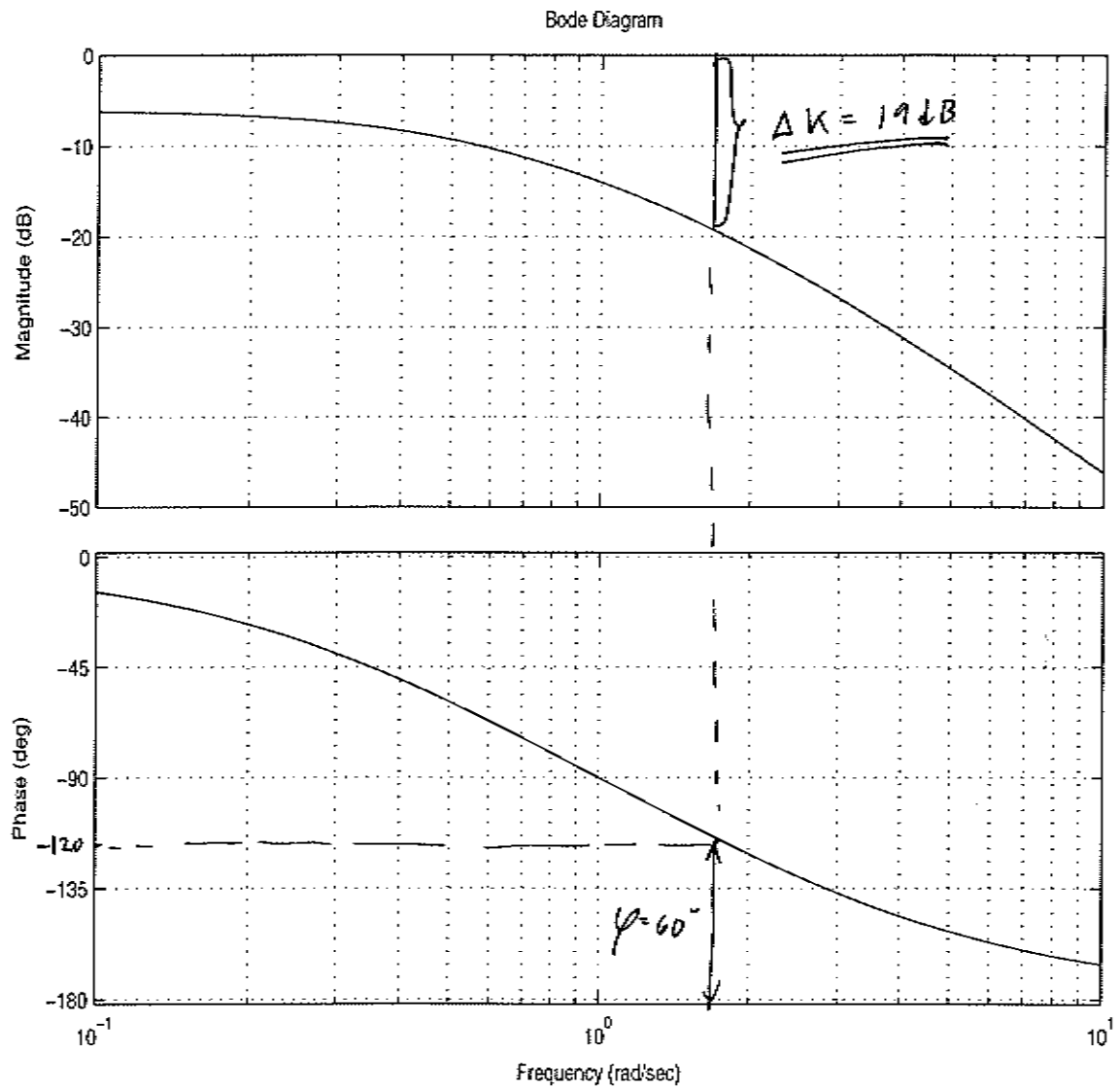
Føsterkunningsmarginen er uventelig,
fasen krysser ikke 180° .

Fag: TE179, Reguleringsteknikk 1

Dato: 19. desember 2001

Kandidatnr:

Sidenr:



Figur 4: Bodeplot av sløyfetransferfunksjonen $h_0(j\omega)$ i oppgave 3d).

d) forts:

Settes det inn mange møbler i rommet vil ikke ~~pro~~ prosessfordelingen endres. Derfor skal K_p være uforandret. Det er kun fidekonstanten som forandres ved ~~sett~~ innsetting av møbler.

e) Vi har altså at $X(s) = \frac{e(s)}{r(s)}$

Benytt stütt verdi teoremet på reg. avviket med $r(s) = \frac{1}{s}$

$$\lim_{s \rightarrow 0} s \cdot e(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot N(r) \cdot K(s)$$

$$= \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{s} \cdot \frac{h_v A_v \left(\frac{m \cdot c}{h_v A_v} s + 1 \right) (2s + 1)}{h_v A_v \left(\frac{m \cdot c}{h_v A_v} s + 1 \right) (2s + 1) + K_p} \cdot 1$$

$$= \frac{h_v A_v}{h_v A_v + K_p}$$

2) fult.

For å redusere avviket kan
man enten øke K_p eller
sette inn en PI regulator.

For å eliminere avviket
setter vi inn en PI reg.

21

Oppg 4

A - 3
C - 1
B - 5
E - 4
D - 2

A - 3	Kompleksskonjugerte poler langs Im-aksen ⇒ responsen blir sinus/cosinus-formet ⇒ sprangrespons III	Marginal stabil
C - 1	Kompleksskonj. poler i venstre halvplan (vhp.) ⇒ asymptotisk stab. respons, men oscillatorisk (underdempet respons). ⇒ sprangrespons I	Asymptotisk stabil
B - 5	Begge polene ligger langs Re-aksen i vhp. ⇒ overdempet respons, nesten som et 1. ordens system ⇒ sprangrespons V	Asymptotisk stabil
E - 4	Kompleksskonj. poler i vhp. ⇒ asymptotisk stab. respons, men (underdempet respons). Videre, siden vi har et nullpunkt i høyre halvplan (hhp.) får vi invers respons. ⇒ sprangrespons VI	Asymptotisk stabil
D - 2	Sammenfallende poler i origo ⇒ ustabil respons ⇒ $\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = \infty$ ⇒ sprangrespons II	Ustabil

Oppgave 4

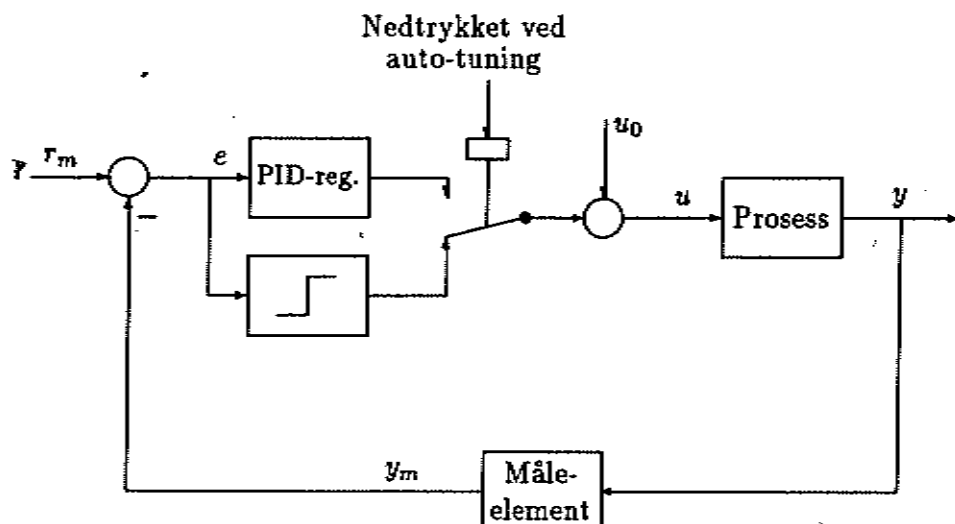
a) Gitt følgende ligninger:

$$\ddot{\varphi} + \frac{1}{J_m + ML^2} \left(\frac{K_1}{R} (u - K_2 \dot{\varphi}) + MgL \sin \varphi \right) = 0$$

(22)

$$\ddot{\varphi} + \frac{1}{J_m + ML^2} \left(\frac{K_1}{R} (u - K_2 \dot{\varphi}) + MgL \sin \varphi \right) = 0$$

(23)



Figur 7.13: Hägglund og Åströms relébaserte auto-tuner.

Auto-tuning med relébasert auto-tuner:

1. Sørg for at prosessen er i (eller så nær som mulig) det nominelle arbeidspunktet. Det gjøres ved å justere pådragsbiasen til et passende nivå (reguleringssløyfen er da åpen, og regulatoren står i manuell).
2. Lukk reguleringssløyfen. Bruk en relé- eller av/på-funksjon i tilbakekoplingen, på PID-regulatorens plass. For at prosessen ikke skal drives for langt bort fra arbeidspunktet under eksperimentet, settes relégrensene $\pm M$ til en liten verdi, for eksempel ca. $\pm 5\%$ av pådragets totale verdiområde.
3. Med reléfunksjonen oppstår det stående svingninger i prosessmålingen y_m og reguleringsavviket e . Det kreves ikke noen spesiell eksitasjon i reguleringssløyfen for at disse svingningene skal oppstå. Reléutgangen antar vekselvis verdiene $+M$ og $-M$ (firkantpulser). Figur 7.14 viser typiske responser i e og u . Anta at amplituden på svingningene på reléinngangen er E . Beregn reléets *ekvivalente forsterkning* som

$$K_e = \frac{4M}{\pi E} \quad (7.43)$$

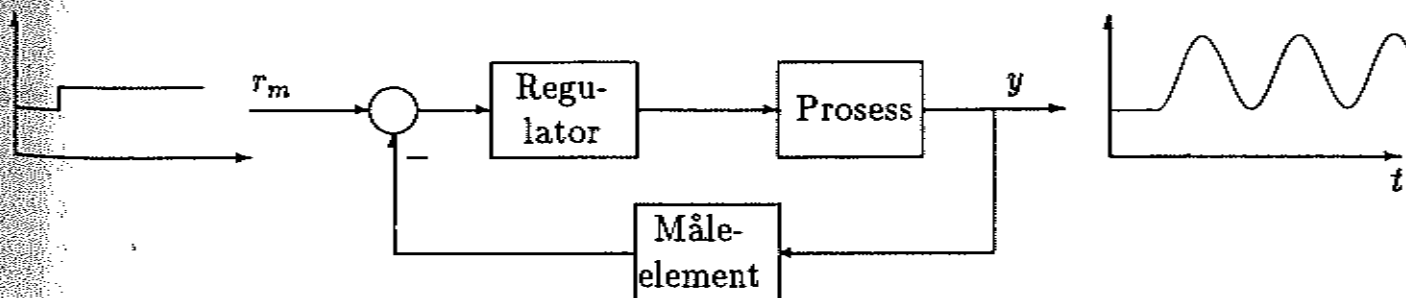
4. Beregn *kritisk periode* T_k som periodetiden på de stående svingningene. T_k er også lik periodetiden på firkantpulsene på reléutgangen (det er enklere å lese av periodetiden på firkantpulsene enn på de stående svingningene).
5. Beregn regulatorparametrene i en P-, PI- eller PID-regulator i henhold til Ziegler-Nichols' lukket-sløyfe-metode, se tabell 7.2, med $K_{pk} = K_e$ og T_k innsatt.

7.3.1 Ziegler-Nichols' lukket-sløyfe-metode

Metoden er basert på eksperimenter utført på den Reguleringsystemet skal være koplet opp, det vil si at sløyfen skal være lukket, se figur 7.6. Metoden er som følger.

Ziegler-Nichols' lukket-sløyfe-metode:

1. Sørg for at prosessen er i (eller så nær som mulig) det nominelle arbeidspunktet. Dette kan gjøres ved å justere pådraget mens regulatoren står i "manuell" (reguleringsløyfen er da åpen).
2. Lukk sløyfen ved å sette regulatoren i "auto". Sørg for at regulatoren er en P-regulator, det vil si sett $T_i = \infty$ og $T_d = 0$ i en PID-regulator. Velg K_p så liten at reguleringsystemet uten tvil er stabilt (K_p kan til å begynne med settes lik 0).
3. Reguleringsystemet må eksiteres (utsettes for påvirkninger) ett eller annet sted i reguleringsløyfen. Det kan skje som sprang i referansen, men sannsynligvis er det nok med de naturlige forstyrrelsene som alltid eksisterer. I så fall kan referansen være konstant. Men hvis det brukes sprang i referansen, skal spranget være lite, for eksempel 2% av hele referansens verdiområde.
4. Øk K_p inntil det oppstår stående svingninger i prosessutgangen eller prosessmålingen. (Reguleringsystemet er da på stabilitetsgrensen.)
5. Noter denne K_p , som kalles *den kritiske forsterkning* K_{pk} . Noter også perioden T_k for de stående svingningene. T_k kalles *den kritiske perioden*.
6. Beregn regulatorparametrene i henhold til tabell 7.2 og legg dem inn i regulatoren. (Forhåpentligvis får da reguleringsystemet tilfredsstillende ytelse.) Er stabiliteten i reguleringsløyfen dårlig (store oversving i responsene), er det enklest å redusere K_p .



Figur 7.6: Strukturen ved Ziegler-Nichols' lukket-sløyfe-metode.

(2F)

c) Følveusneopum sier noe om hvordan et sinussignal forsterkes og forskyves gjennom et system. Denne forsterkeren og forskyvingen er ofte fellevans avhengig

d) Dette oppnår man ved å forfildere reguleringsavviket for det deriveres.

$$e_f(s) = \frac{1}{T_f s + 1} \cdot e(s)$$

e) Øking av $K_P \rightarrow$ ustabilitet
raskere

Redusering av $T_I \rightarrow$ ustabilitet
raskere

Øking av $T_I \rightarrow$ mer folvromt for hurtige endringer i reg avviket