DATO: 19. desember 2003

EKSAMEN I: TE 179 Reguleringsteknikk 1

VARIGHET: 4 timer

TILLATTE HJELPEMIDLER: Kalkulator

OPPGAVESETTET BESTÅR AV 2 OPPGAVER PÅ 4 SIDER

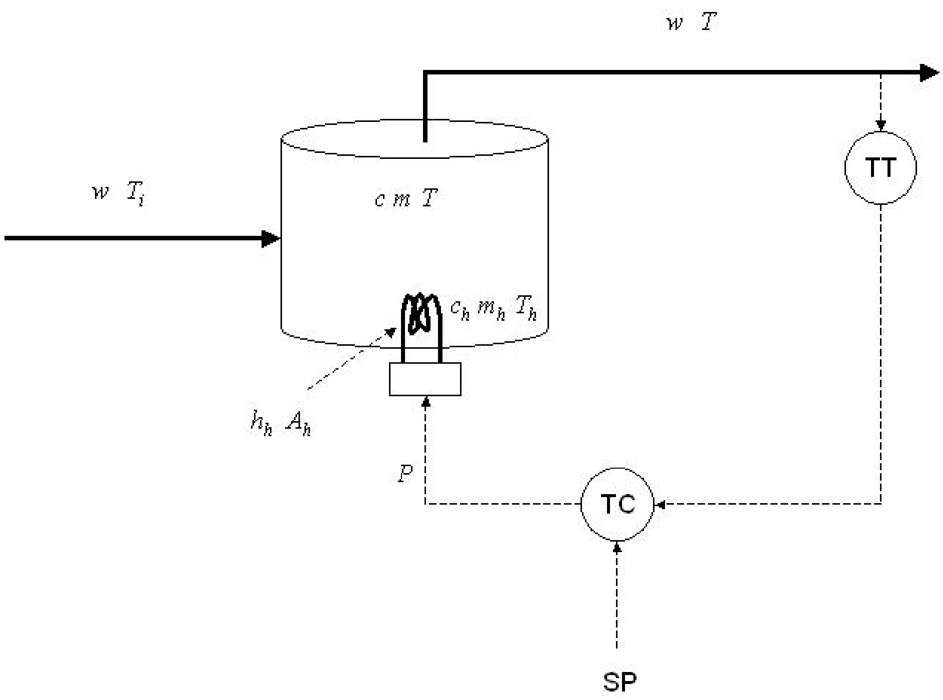
MERKNADER: Formelvedlegget er fra side 5 t.o.m side 8.
Deloppgavene har lik vekt.

KONTAKTPERSON: Tormod Drengstig, E-423a, tlf. (518)32025/93885533.

Oppgave 1

Som nyansatt ingeniør hos en varmtvannsberederprodusent blir din første oppgave å designe den en ny regulator for den siste generasjon varmtvannsbereder.

En prinsippskisse av en varmtvannsbereder er gitt i figuren nedenfor.



Figur 1: Prinsippskisse av varmtvannsbereder.

Før vi finner en passende regulator til varmtvannsberederen, skal vi lage en matematisk modell av den. Som dere ser av figuren skal vi også betrakte dynamikken av selve varmeelementet. Det betyr i praksis at vi **ikke** kan anta at effekten vi tilfører vil gå direkte inn i vannet, men at varmeelementet har termisk kapasitet, og at varmeoverføring mellom varmeelementet og vannet i tanken skjer via varmeovergang.

a) Vi har følgende data

m	: vannets masse i varmtvannsberederen [kg]
c	: vannets varmekapasitet [J/(kg C)]
T	: vannets temperatur i varmtvannsberederen [C]
w	: forbruk av varmtvann [kg/s]
T_i	: vannets inntemperatur [C]
m_h	: varmeelements masse [kg]
c_h	: varmeelements varmekapasitet [J/(kg C)]
T_h	: varmeelements temperatur [C]
h_h	: varmeovergangstall for varmeelementet til vann [J/(s m^{2}C)]
A_h	: areal for varmeovergang for varmeelementet til vann [m^2]
P	: pådrag [J/s]
TT	: temperaturtransmitter
TC	: temperaturregulator
SP	: settpunkt

Sett opp energibalansene for vannet i varmtvannsberederen og for varmeelementet.

Gjør deretter nødvendige antagelser, og vis at differensialigningene som beskriver temperaturen i varmtvannsberederen og varmeelementet kan skrives som:

$$mc\frac{dT}{dt} = -(cw + h_hA_h)T + h_hA_hT_h + cwT_i \tag{1}$$

$$m_hc_h\frac{dT_h}{dt} = P - h_hA_hT_h + h_hA_hT \tag{2}$$

Hvilken orden har modellen?

b) Tegn blokkdiagram av (1) og (2).

c) Kall $\alpha = h_hA_h$ og $\beta = m_hc_h$ og vis at transferfunksjonen fra pådraget P til vannets temperatur T kan skrives som:

$$h_p(s) = \frac{T(s)}{P(s)} = \frac{\alpha}{\big(mcs + (cw + \alpha)\big)(\beta s + \alpha) - \alpha^2} \tag{3}$$

d) Anta i det videre arbeid at $\alpha << cw$ og at α^2 er neglisjerbart, slik at (3) kan skrives som

$$h_p(s) = \frac{T(s)}{P(s)} = \frac{\alpha}{(mcs + cw)(\beta s + \alpha)} \tag{4}$$

Betrakt systemet som to første ordens system i serie, og finn et uttrykk for responstiden til system (altså at responstiden er summen av hvert delsystems responstid). Sett deretter inn følgende verdier og finn responstidens størrelse.

m	: 200 [kg]
c	: 4200 [J/(kg C)]
w	: 1 [kg/s]
m_h	: 0.5 [kg]
c_h	: 100 [J/(kg C)]
h_h	: 250 [J/(s m^{2}C)]
A_h	: 0.02 [m^2]

Skisser sprangresponsen til systemet (indiker responstid og stasjonær forsterkning). Anta at P er et enhetssprang.

e) Tegn varmtvannsberederens asymptotiske Bode-diagram.

Indiker båndbredden w_b i dette diagrammet.

f) Finn et uttrykk for prosessens frekvensrespons, dvs. amplitudeforsterkning $|h_p(j\omega)|$ og faseforskyvning $\angle h_p(j\omega)$.

g) Bestem polene til systemet og benytt dette til å bestemme stabilitetsegenskapene til systemet (marginalt stabilt, ustabilt, asymptotisk stabilt).

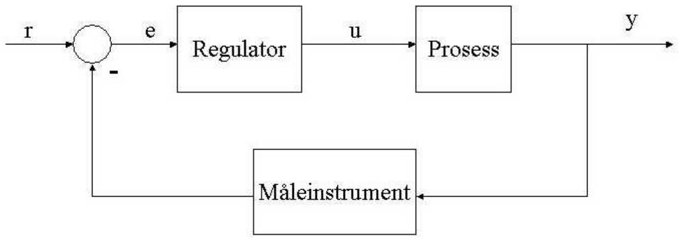
Oppgave 2

a) Vi skal nå designe et reguleringssystem for varmtvannsberederen. Forklar ut fra selve prosessen, modellen eller Bodediagrammet hvorfor det er naturlig å anta at varmtvannsberederen kan tilnærmes til en første ordens prosess.

b) Anta derfor at modellen av varmtvannsberederen er gitt som:

$$h_p(s) = \frac{T(s)}{P(s)} = \frac{\frac{1}{cw}}{\frac{m}{w}s + 1} \tag{5}$$

Følgende blokkdiagram gjelder:



Figur 2: Reguleringssystem for varmtvannsbereder.

Anta at måleinstrumentet har transferfunksjon $h_m(s) = 1$.

Vi ønsker å regulere temperaturen i berederen etter følgende spesifikasjoner:

1) Sprangresponsen skal være så rask som mulig
2) Systemet kan ha inntil 10% oversving
3) Det skal ikke være reguleringssavvik ved sprang i referansen.

Av disse 3 kravene er de to første relatert til regulatorparametervalg, mens det tredje er relatert til type regulator. Vi må derfor velge regulator før vi kan forholde oss til parameterne.

Vis at en ren P-regulator **ikke** tilfredstiller krav 3), og forklar hvorfor det er slik. Tips: $N(s) = \frac{e(s)}{r(s)}$.

c) Vi velger derfor å benytte en PI regulator. Vis først at transferfunksjonen til en PI regulator er

$$h_r(s) = \frac{K_p T_i s + Kp}{T_i s} \tag{6}$$

og vis deretter at krav 3 nå blir tilfredsstilt.

d) Hva kan du si om størrelsen på den relative dempingsfaktoren ζ for reguleringssystemet ut fra krav 2? Her er vi nødvendigvis ikke på jakt etter eksakt verdi, men mer i hvilket intervall verdien ligger.

Skisser ut fra dette i et pol/nullpunktdiagram hvor polene til reguleringssystemet typisk vil ligge?

Formelsamling

Et generelt 2-ordens system kan skrives som

$$h(s) = \frac{K}{(\frac{s}{\omega_0})^2 + 2s\frac{\zeta}{\omega_0} + 1} \tag{7}$$

<u>Linearisering:</u>

Gitt en ulinear sammenheng som

$$\dot{x} = f(x, u) \tag{8}$$

Den lineariserte modellen finnes som

$$\Delta\dot{x} = \left.\frac{\partial f}{\partial x}\right|_A \Delta x + \left.\frac{\partial f}{\partial u}\right|_A \Delta u \tag{9}$$

Et komplekst tall z kan skrives på kartesisk form slik:

$$z = \mathrm{Re}(z) + j\mathrm{Im}(z) \tag{10}$$

eller på polar form slik:

$$z = |z|e^{j\angle z} \tag{11}$$

<u>Sammenheng mellom kartesisk og polar form:</u>

$$|z| = \sqrt{\mathrm{Re}(z)^2 + \mathrm{Im}(z)^2} \tag{12}$$

$$\angle z = \arctan\frac{\mathrm{Im(z)}}{\mathrm{Re(z)}} \tag{13}$$

Egenskaper ved Laplacetransformasjonen

Tidsforsinkelse:

$$f(s)e^{-\tau s} \Longleftrightarrow f(t-\tau) \tag{14}$$

Derivasjon:

$$s^n f(s) - s^{n-1} f(0) - s^{n-2} \dot{f}(0) - \ldots - \overset{(n-1)}{f}(0) \Longleftrightarrow \overset{(n)}{f}(t) \tag{15}$$

Med initialbetingelser lik null fås

$$s^n f(s) \Longleftrightarrow \overset{(n)}{f}(t) \tag{16}$$

Begynnelsesverditeorem:

$$\lim_{t \to 0} f(t) = \lim_{s \to \infty} s \cdot f(s) \tag{17}$$

Sluttverditeorem:

$$\lim_{t \to \infty} f(t) = \lim_{s \to 0} s \cdot f(s) \tag{18}$$

Transformasjonspar

$$1 \iff \delta(t) \tag{19}$$

$$\frac{1}{s} \iff 1 \tag{20}$$

$$\frac{1}{s^2} \iff t \tag{21}$$

$$\frac{n!}{s^{n+1}} \iff t^n \tag{22}$$

$$\frac{1}{Ts+1} \iff \frac{e^{-\frac{t}{T}}}{T} \tag{23}$$

$$\frac{1}{(Ts+1)^n} \iff \frac{1}{T^n(n-1)!}t^{n-1}e^{-\frac{t}{T}} \tag{24}$$

$$\frac{1}{(Ts+1)s} \iff 1 - e^{-\frac{t}{T}} \tag{25}$$

$$\frac{1}{(T_1s+1)(T_2s+1)} \iff \frac{1}{T_1 - T_2}(e^{-\frac{t}{T_1}} - e^{-\frac{t}{T_2}}) \tag{26}$$

Transformasjonspar forts.

$$\frac{1}{(Ts+1)^2 s} \quad \Leftrightarrow \quad 1-(1+\frac{t}{T})e^{-\frac{t}{T}} \tag{27}$$

$$\frac{1}{(T_1 s+1)(T_2 s+1)s} \quad \Longleftrightarrow \quad 1+\frac{1}{T_2-T_1}(T_1 e^{-\frac{t}{T_1}}-T_2 e^{-\frac{t}{T_2}}) \tag{28}$$

$$\frac{T_1 s+1}{(T_2 s+1)s} \quad \Longleftrightarrow \quad 1+(\frac{T_1}{T_2}-1)e^{-\frac{t}{T_2}} \tag{29}$$

$$\frac{s+\alpha}{(s+a)(s+b)(s+c)} \quad \Longleftrightarrow \quad \frac{(\alpha-a)e^{-at}}{(b-a)(c-a)}+\frac{(\alpha-b)e^{-bt}}{(c-b)(a-b)}+\frac{(\alpha-c)e^{-ct}}{(a-c)(b-c)} \tag{30}$$

$$\frac{1}{(\frac{s}{\omega_0})^2+2\zeta\frac{s}{\omega_0}+1} \quad \Longleftrightarrow \quad \frac{\omega_0}{\sqrt{1-\zeta^2}}e^{-\zeta\omega_0 t}\sin(\sqrt{1-\zeta^2}\omega_0 t)\ , \quad 0 \le \zeta < 1 \tag{31}$$

$$\frac{1}{((\frac{s}{\omega_0})^2+2\zeta\frac{s}{\omega_0}+1)s} \quad \Longleftrightarrow \quad 1-\frac{\omega_0}{\sqrt{1-\zeta^2}}e^{-\zeta\omega_0 t}\cos(\sqrt{1-\zeta^2}\omega_0 t-\varphi)\ , \quad \begin{array}{l}\varphi = \arcsin\zeta \\ 0 \le \zeta < 1\end{array} \tag{32}$$

$$\frac{\omega}{s^2+\omega^2} \quad \Longleftrightarrow \quad \sin\omega t \tag{33}$$

$$\frac{s}{s^2+\omega^2} \quad \Leftrightarrow \quad \cos\omega t \tag{34}$$