Universitetet
i Stavanger

DET TEKNISK - NATURVITENSKAPELIGE FAKULTET

EKSAMEN I: ELE320 Reguleringsteknikk

DATO: 3. mai 2018

VARIGHET: 4 timer

TILLATTE HJELPEMIDLER: Bestemt enkel kalkulator

OPPGAVESETTET BESTÅR AV 2 OPPGAVER PÅ 6 SIDER

MERKNADER: - Formelvedlegget er på side 7 -10.
- Deloppgavene har ulik vekt.
- Figur side 11 skal leveres inn som en del av besvarelsen.

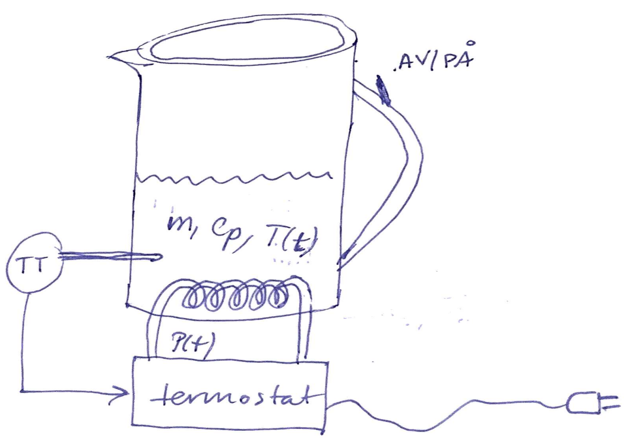
FORELESER: Tormod Drengstig

TELEFON: 93 88 55 33

---

1 Modellering av vannkoker (50%)

Du skal i denne oppgaven lage en modell av en vannkoker, se figur 1.



Figur 1: Skisse av vannkoker fylt med en viss mengde vann. Når termoelementet registrerer at vannet er blitt 100°C, slår den av strømmen via termostaten.

Du skal lage modell av vannkokeren basert på energibalansen. Vannkokeren er laget av plast som har dårlig varmeledningsevne. Det betyr at du kan anta at varmetapet fra vannkokeren under oppvarming er tilnærmet lik 0.

a) (5 %) Dersom du har brukt en vannkoker, har du muligens lagt merke til at når du kun koker vann til en kopp te (ca 2 dl), skjer oppvarming raskt, men vannet koker (på 100°C) faktisk ganske lenge før termostaten slår inn (typisk 10 sekund).

   Dersom du koker opp en større mengde (ca 2 liter), tar oppvarmingen selvfølgelig lenger tid, men det koker ikke like lenge (kanske bare 5-6 sekund).

   Spørsmålet er da: Hvorfor er tiden vannkokeren står å koker vannet avhengig av mengden vann i vannkokeren? Bruk kunnskap om prosess, måleinstrument og måten prosessen er regulert/styrt på, til å gi en mulig forklaring. Tegn gjerne tidsresponser for å underbygge forklaringen.

b) (5 %) Sett opp energibalansen til vannkokeren og finn differensialligningen som beskriver dynamikken til temperaturen i vannet $T(t)$. Anta at dynamikken i varmeelementet er neglisjerbart. Anta også at vannmengden ikke endres under oppvarming.

c) (4 %) Siden varmetapet er antatt å være null, hvilken type prosess er dette (integrator, første orden, andre orden, eller kombinasjon av noen av disse)? Begrunn svaret.

d) (5 %) Vis at transferfunksjonen fra pådrag $P(s)$ til vanntemperatur $T(s)$ er:

$$H_p(s) = \frac{T(s)}{P(s)} = \frac{1}{m \cdot c_p \cdot s} \tag{1}$$

e) (3 %) Bestem polen(e) til systemet.

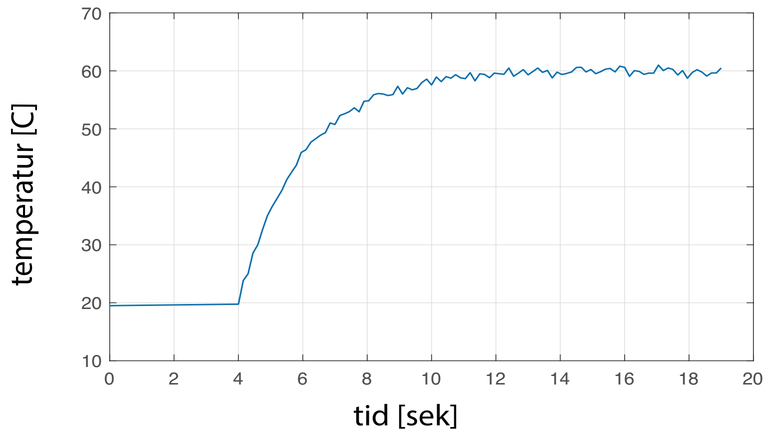
f) (3 %) Er systemet marginalt stabilt, ustabilt eller asymptotisk stabilt. Begrunn svaret.

g) (6 %) Anta at du vil bestemme tidskonstanten T_m til termoelementet for deretter å finne termoelementets transferfunksjon $H_m(s)$. Siden det ikke finnes datablad til termoelementet, må du finne T_m eksperimentelt. Anta at du kan kople et multimeter til vannkokeren for å avlese temperaturen fra termoelementet. For å finne T_m skal du fylle vannkokeren med varmt vann fra springen (fungerer dermed som et sprang) mens du leser av temperaturen.

   Forklar med ord hvorvidt selve *temperaturen* på varmtvannet du fyller opp med er av betydning for bestemmelse av tidskonstanten. Eller sagt på en annen måte: Vil du finne samme eller forskjellig tidskonstant dersom varmtvannet fra springen er 40°C eller 60°C? Begrunn svaret. Skisser gjerne eksempler på sprangresponser for å underbygge forklaringen.

h) (4 %) Figur 2 viser responsen tatt opp med multimeteret ved påfylling av 60°C varmt vann fra springen. Påfyllingen starter ved t=4 sekund. Vannkokeren var i utgangspunktet tom, og temperaturtransmitteren hadde derfor på forhånd stabilisert seg på romtemperatur $T(t) = 20$°C.

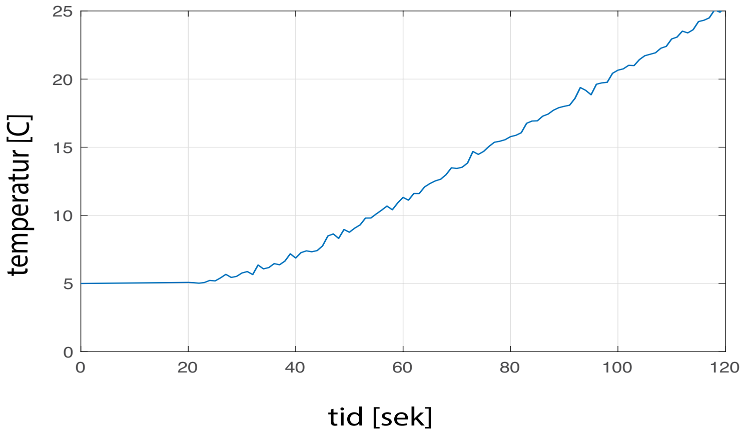
   Bestem tidskonstanten T_m, og sett opp et estimat av temperaturtransmitterens transferfunksjon $H_m(s)$.



Figur 2: Logging av signalet fra temperaturtransmitteren ved tilføring av 60°C varmt vann fra springen ved $t = 4$ sekund.

i) (8 %) La oss anta at du til stadighet opplever at sikringen slår ut når du bruker vannkokeren. Sikringen på kursen er på 10A, og det står en ovn på 1000W tilkoblet samme kurs.

   Du prøver derfor å finne ut hvor stor effekt vannkokeren har, men dette står ikke avmerket på vannkokeren. I et forsøk på å estimere effekten til vannkokeren, slår du først av ovnen på 1000W og fyller så opp vannkokeren med 2 liter kaldt vann fra springen (5°C). Du setter deretter vannkokeren på (som et sprang med høyde P), og registrerer følgende temperaturøkning (vannkokeren ble slått på ved $t = 20$ sekund), se figur 3.



Figur 3: Logging av signalet fra temperaturtransmitteren med 2 liter vann i vannkokeren, og vannkokeren ble slått på ved $t = 20$ sekund.

Basert på følgende tallverdier,

- $m = 2$ kg
- $c_p = 4200$ J/(kg K)

samt modellen i ligning (1), Laplacetransformasjonene i vedlegg og responsen i figur 3, beregn et estimat av hvor stor effekten er i varmeelementet.

j) (3 %) Stemmer det at sikringen vil slå ut dersom ovn og vannkoker står på samtidig? Begrunn svaret.

k) (4 %) Kan du kommentere den litt trege responsen mellom $t = 20$ og $t = 40$ sekund. Hva mener du er årsaken til at den ser slik ut? Hvilke effekter er det som inntreffer?

2 Regulering av en prosess $H_p(s)$ (50%)

Du skal i denne delen av oppgaven finne regulatorparametre for en helt annen prosess. La oss anta at du har funnet prosessmodellen til å være

$$H_p(s) = \frac{0.23}{s + 0.1} \tag{2}$$

a) (2 %) Vis først at transferfunksjonen $H_r(s) = \frac{u(s)}{e(s)}$ til en PI regulator kan skrives

$$H_r(s) = \frac{K_p(T_i s + 1)}{T_i s} \tag{3}$$

b) (4 %) Velg deretter Skogestads metode til å finne regulatorparametre for en PI-regulator. Anta at du ønsker raskest mulig kompenseringsegenskaper, dvs. k_1=1.44, og at reguleringssystemets responstid T_c skal være 25% av tidskonstanten til prosessen.

c) (5 %) Sett verdiene for K_p og T_i inn i $H_r(s)$, anta at $H_m(s)$=1, og vis deretter at følgeforholdet $M(s)$ kan skrives

$$M(s) \approx \frac{3.6s + 1}{9s^2 + 4.5s + 1} \tag{4}$$

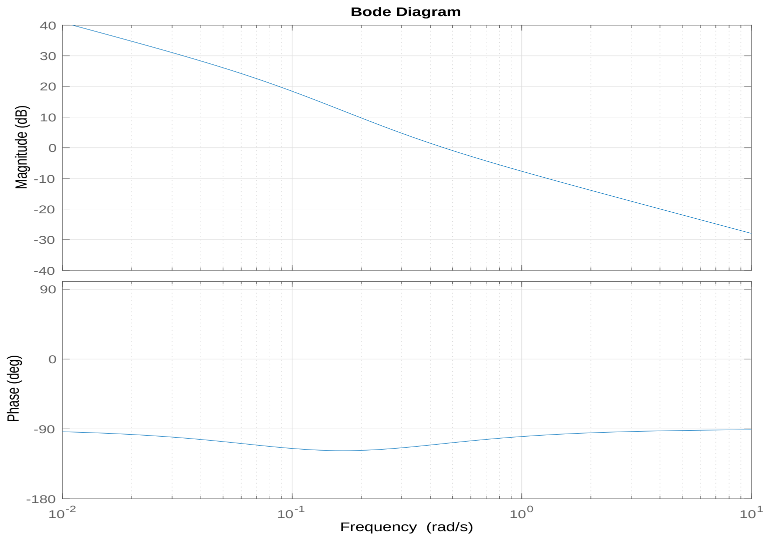
d) (5 %) Dersom du bare betrakter polene til $M(s)$, hva forventer du at oversvinget δ og responstiden T_r skal være? Bruk formler/figur gitt i vedlegg.

Er estimert responstid T_r ut fra polenes plassering i nærheten av spesifisert responstid T_c?

e) (3 %) Forklar hvorfor responstiden T_r i virkeligheten kommer til å være kortere og oversvinget større enn hva polenes plassering tilsier (slik du opplevde i totank 4 lab'en).

f) (4 %) Benytt formlene i vedlegg til å finne det stasjonære reguleringsavviket ved et enhetssprang i referansen $y_r(t)$.

g) (5 %) I figur 4 er Bodeplottet for $H_0(j\omega)$ (med PI-regulatorparametrene du har funnet) vist. Benytt denne figuren til å finne forsterkningsmarginen ΔK og fasemarginen ϕ til reguleringssystemet. Tegn inn på figuren gitt på side 11 og lever inn sammen med besvarelsen.



Figur 4: Bodeplot av sløyfetransferfunksjonen $H_0(j\omega)$. Det finnes en kopi av figuren på side 11.

h) (6 %) Tegn opp asymptotiske forsterknings- og fasekurver (AFF) for $M(s)$. Tegn resulterende asymptoter for $M(s)$ inn i figuren gitt på side 11 som du leverer inn sammen med besvarelsen.

i) (5 %) Finn et uttrykk for amplitudeforsterkningen $|M(j\omega)|$ og fase $\angle M(j\omega)$.

j) (5 %) Anta at referansen er gitt som følgende sinusuttrykk

$$y_r(t) = 0.7\sin(0.1t) \tag{5}$$

Bruk uttrykkene for $|M(j\omega)|$ og $\angle M(j\omega)$ til å finne et uttrykk for utgangen $y(t)$.

k) (6 %) I figur 4 er ikke $|N(j\omega)|$ og $\angle N(j\omega)$ inntegnet. Dersom de hadde vært inntegnet, ville du kunne avlese at $|N(j\omega)| = -20$dB og $\angle N(j\omega) = 80°$ ved frekvensen $w = 0.02$ rad/sek.

Forklar med ord/eksempler hva dette betyr for reguleringssystemet? Få frem den todelte tolkningen av $N(s)$.

Formelsamling

- Løsning på annengradsligningen $a \cdot x^2 + b \cdot x + c = 0$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \tag{6}$$

- Et generelt 2-ordens system kan skrives som

$$H(s) = \frac{K}{(\frac{s}{\omega_0})^2 + 2\frac{\zeta}{\omega_0}s + 1} \tag{7}$$

- Et komplekst tall z kan skrives på kartesisk form slik:

$$z = \text{Re}(z) + j\text{Im}(z) \tag{8}$$

eller på polar/eksponentiell form slik:

$$z = |z|e^{j\angle z} \tag{9}$$

- Sammenheng mellom kartesisk og polar/eksponentiell form er:

$$|z| = \sqrt{\text{Re}(z)^2 + \text{Im}(z)^2} \tag{10}$$

$$\angle z = \arctan\frac{\text{Im(z)}}{\text{Re(z)}} \tag{11}$$

- Sluttverditeorem

$$\lim_{t\to\infty} f(t) = \lim_{s\to 0} s \cdot f(s) \tag{12}$$

- Sammenheng mellom $M(s)$, $N(s)$ og $H_0(s)$

$$M(s) = \frac{H_0(s)}{1 + H_0(s)} = \frac{y(s)}{y_r(s)} \tag{13}$$

$$N(s) = \frac{1}{1 + H_0(s)} = \frac{e(s)}{y_r(s)} \tag{14}$$

- Oversvingsfaktoren for 2 ordens system:

$$\delta = \frac{y_{max} - y_s}{y_s} \tag{15}$$

- Responstid T_r for underdempet 2 ordens system:

$$T_r = \frac{1.5}{\omega_0} \tag{16}$$

Egenskaper ved Laplacetransformasjonen

Tidsforsinkelse:

$$F(s)e^{-\tau s} \Longleftrightarrow f(t-\tau) \tag{17}$$

Derivasjon:

$$s^n F(s) - s^{n-1} f(0) - s^{n-2} \dot{f}(0) - \ldots - \overset{(n-1)}{f}(0) \Longleftrightarrow \overset{(n)}{f}(t) \tag{18}$$

Med initialbetingelser lik null fås

$$s^n F(s) \Longleftrightarrow \overset{(n)}{f}(t) \tag{19}$$

Integrasjon:

$$\frac{1}{s} F(s) \Longleftrightarrow \int_0^t f(t)dt \tag{20}$$

Lineærkombinasjon:

$$k_1 F_1(s) + k_2 F_2(s) \Longleftrightarrow k_1 f_1(t) + k_2 f_2(t) \tag{21}$$

Transformasjonspar:

$$F(s) = k \Longleftrightarrow f(t) = k\delta(t) \qquad \text{(impuls med styrke } k\text{)} \tag{22}$$

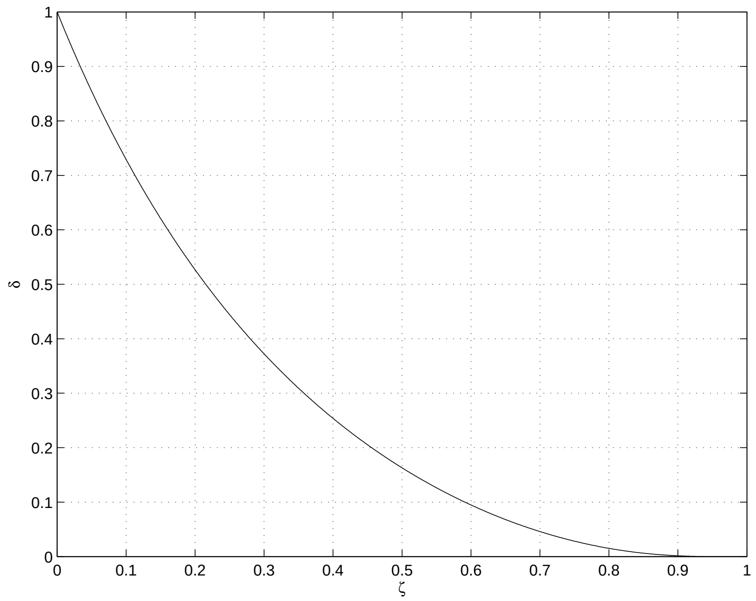
$$F(s) = \frac{k}{s} \Longleftrightarrow f(t) = k \qquad \text{(sprang med høyde } k\text{)} \tag{23}$$

$$F(s) = \frac{k}{s^2} \Longleftrightarrow f(t) = k \cdot t \qquad \text{(rampe med stigning } k\text{)} \tag{24}$$

- Skogestads metode for prosesser uten dødtid. For 2-ordens systemet er T_1 den største tidskonstanten og T_2 den minste. Standardvalget er $k_1 = 4$, men $k_1 = 1.44$ gir hurtigere forstyrrelseskompensering.

$H_p(s)$	K_p	T_i	T_d
$\frac{K}{s}$	$\frac{1}{KT_C}$	$k_1 T_C$	0
$\frac{K}{Ts+1}$	$\frac{T}{KT_C}$	$\min[T, k_1 T_C]$	0
$\frac{K}{(Ts+1)s}$	$\frac{1}{KT_C}$	$k_1 T_C$	T
$\frac{K}{(T_1 s+1)(T_2 s+1)}$	$\frac{T_1}{KT_C}$	$\min[T_1, k_1 T_C]$	T_2

- Sammenheng mellom relativ dempingsfaktor ζ og oversvingsfaktoren δ.



Figur 5: Sammenheng mellom relativ dempingsfaktor ζ og oversvingsfaktoren δ.

- Modellering

Variabel	benevning	beskrivelse	sammenheng
h	m	høyde	
A	m^2	areal	
V	m^3	volum	
ρ	kg/m^3	tetthet	
m	kg	masse	$m = V \cdot \rho \overset{A \text{ konstant}}{=} A \cdot h \cdot \rho$
q	m^3/s	volumstrøm	
w	kg/s	massestrøm	$w = \rho \cdot q$
c_p	J/kg/K	spesifikk varmekapasitet	
T	K	temperatur	
T_0	K	referansetemperatur	
E	J	energi	$E = c_p \cdot m \cdot (T - T_0)$
h	J/s/m^2/K	spesifikt varmeovergangstall	
Q	J/s	energistrøm	
		1) varmetransport	$Q = w \cdot c_p \cdot (T - T_0)$
		2) varmeovergang	$Q = h \cdot A \cdot (T_{\text{varm}} - T_{\text{kald}})$
x	m	posisjon	
v	m/s	fart	$v = \frac{dx}{dt}$
a	m/s^2	akselerasjon	$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}$
I	kg m/s	impuls (massefart)	$I = m \cdot v$
D	kg/s	dempekonstant	
K_f	kg/s^2	fjærkonstant	
F	kg m/s^2 (N)	kraft	
		1) dempekraft	$F = D \cdot v$
		2) fjærkraft	$F = K_f \cdot x$

Massebalanse

$$\frac{d\big(m(t)\big)}{dt} = \sum w_i(t) - \sum w_u(t) \quad [\text{kg/s}] \tag{25}$$

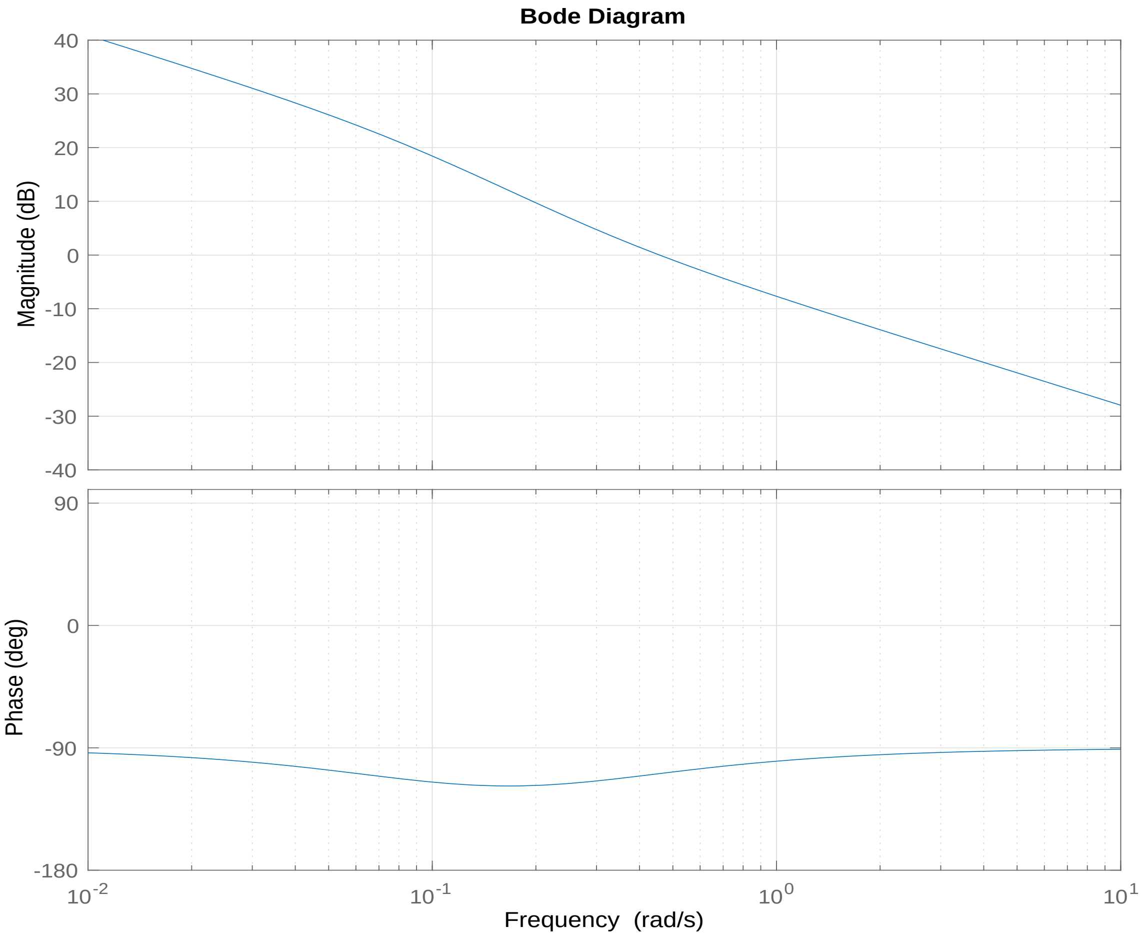
Energibalanse

$$\frac{d\big(E(t)\big)}{dt} = \sum Q_i(t) - \sum Q_u(t) \quad [\text{J/s}] \tag{26}$$

Impulsbalanse ($F_i(t)$ er krefter i positiv retning, $F_u(t)$ krefter i negativ retning)

$$\frac{d\big(I(t)\big)}{dt} = \sum F_i(t) - \sum F_u(t) \quad [\text{kg m/s}^2] \tag{27}$$

Fag: ELE320, Reguleringsteknikk
Dato: 3. mai 2018
Kandidatnr:
Sidenr:



Figur 6: Bodeplot av sløyfetransferfunksjonen $H_0(j\omega)$ i oppgave 2g).