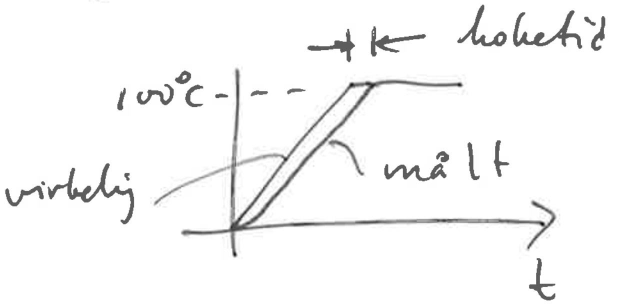
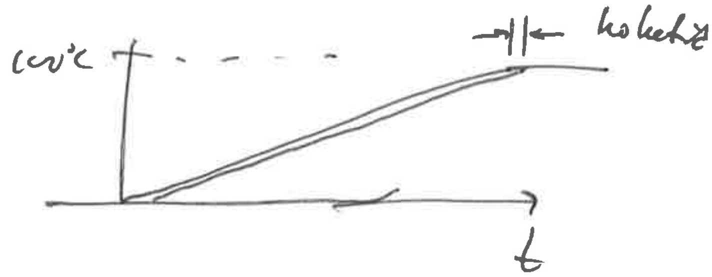
Løsningsforslag ELE320 Reg.tek

3. mai 2018

Opg 1

a) Under oppvarming vil det pga dynamikk i temperaturføleren være en forskjell mellom virkelig temperatur i vannet og målt temperatur. Denne forskjellen er størst når temperaturstigningen skjer raskt (lite vann). Derfor vil det koke lenger ved oppvarming av lite vann





b)

$$\frac{dE(t)}{dt} = Q_{inn}(t) = P(t) \qquad E(t) = m \cdot c_p \cdot T(t)$$

$$m \cdot c_p \cdot \frac{dT(t)}{dt} = P(t) \implies \frac{dT(t)}{dt} = \frac{1}{m \cdot c_p} \cdot P(t)$$

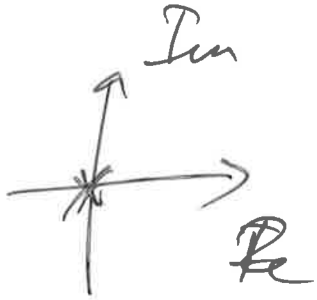
c) Dette er en integratorprosess.
Vannet akkumulere alt tilført energi, taper ingenting

d) $$\mathcal{L}\left\{ \dot{T}(t) = \frac{1}{mc_p} P(t) \right\}$$

$$s\,T(s) = \frac{1}{mc_p} \cdot P(s)$$

$$H_p(s) = \frac{T(s)}{P(s)} = \frac{\frac{1}{mc_p}}{s} = \underline{\underline{\frac{1}{m \cdot c_p \cdot s}}}$$

e) $m \cdot c_p \cdot s = 0$, $\Rightarrow s = 0$



pol i origo

$\Rightarrow$ integrator

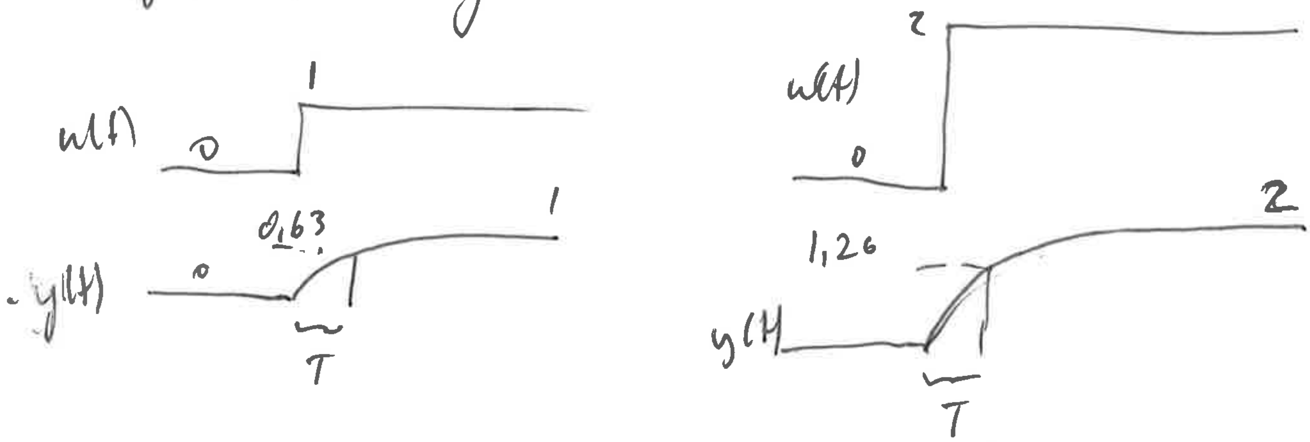
f) ved å gi en impuls får vi

$$\underline{T(s) = H_p(s) \cdot P(s)}$$

$$\lim_{t \to \infty} T(t) = \lim_{s \to 0} s \cdot \overbrace{\underbrace{\frac{1}{mc_p \cdot s}}_{H_p(s)} \cdot \underbrace{1}_{\mathcal{L}\{\delta(t)\}}}^{T(s)} = \frac{1}{mc_p}$$

Dette er mellom 0 og ∞ $\Rightarrow$ <u>marginalt stabilt</u>

g) Tidskonstanten vil være uavhengig av temperaturen på vannet.
Dette fordi tidskonstant er en system-egenskap, og ikke avhengig av styrken i $u(t)$



liten u(t) → gir samme T. ← stor u(t)

h) $\Delta y = 60 - 20 = 40°C$

63% av 40°C = 25,2°C

Avlest ved $T(t) = 20 + 25,2 = 45,2$, finner vi $t = 6$ sek ved. Spranget går ved $t = 4$ sek $\Longrightarrow$ Tidskonstant $\underline{T_m = 2 \text{ sek}}$

$$H_m(s) = \frac{1}{2s+1}$$

i) $$T(s) = \frac{1}{2 \cdot 4200 \cdot s} \cdot P(s)$$

$$= \frac{1.2 \cdot 10^{-4}}{s} P(s)$$

hvor $P(s) = \frac{P}{s}$

$$= \frac{1.2 \cdot 10^{-4} \cdot P}{s^2}$$

23!

Bruker lign (22) i vedlegg

$$T(t) = \underbrace{1.2 \cdot 10^{-4} \cdot P}_{\text{stigning}} \cdot t$$

Stigningen avlest fra $t = 60 \rightarrow t = 100$
er fra $12°C \rightarrow 21° \approx \underline{\underline{9°C}}$

$$\text{stigning} = \frac{9°C}{40\,\text{sek}} = 1.2 \cdot 10^{-4} \cdot P$$

$$P = 1890\ W \approx 1900\ W$$

j) $P = U \cdot I = 220 \cdot 10 = 2200\,W$

Ovn + vannkoker = 1000 + 1900 = 2900 W

Ja, den vil slå ut.

k) Responsen mellom $t = 20$ og $t = 40$ skyldes dynamikk i varmeelement og temp. transmitter.

Oppg 2

a) $u(t) = K_p\, e(t) + \frac{K_p}{T_i} \int e\,dt$

Laplace gir

$$u(s) = \left(K_p + \frac{K_p}{T_i \cdot s} \right) e(s)$$

$$\Rightarrow H_r(s) = \frac{u(s)}{e(s)} = \frac{K_p\,(T_i \cdot s + 1)}{T_i \cdot s}$$

b) $$H_p(s) = \frac{0{,}23}{s+0.1} \Rightarrow \frac{2{,}3}{10s+1}$$

$$T = 10, \quad K = 2{,}3$$

$$T_c = \frac{10}{4} = \underline{2{,}5 \text{ sek}}, \quad k_1 = 1.44$$

$$K_p = \frac{T}{KT_c} = \frac{10}{2{,}3 \cdot 2{,}5} = 1{,}73$$

$$T_i = \min(T, k_1 \cdot T_c) = \min(10, 1.44 \cdot 2{,}5)$$
$$= \underline{3.6 \text{ sek}}$$

c) $H_m(s) = 1$

$$M(s) = \frac{H_0(s)}{1+H_0(s)} = \frac{H_r \cdot H_p}{1 + H_r \cdot H_p} = \frac{\frac{2{,}3}{10s+1} \cdot \frac{1.73(3.6s+1)}{3.6s}}{1 + \frac{2{,}3}{10s+1} \cdot \frac{1.73(3{,}6s+1)}{3.6s}}$$

$$= \frac{2{,}3 \cdot 1{,}73(3{,}6s+1)}{(10s+1)3{,}6s + 2{,}3 \cdot 1{,}73(3{,}6s+1)}$$

$$= \frac{4(3{,}6s+1)}{36s^2 + 3{,}6s + 14{,}3s + 4}$$

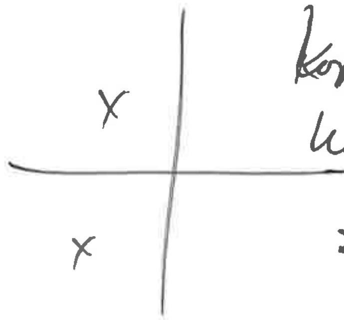
$$M(s) = \frac{3,6\,s+1}{9s^2 + 4.5\,s + 1}$$

d) $9s^2 + 4.5s + 1 = 0$

$$s = \frac{-4.5 \pm \sqrt{4.5^2 - 4\cdot 9}}{2\cdot 9}$$

$$= \frac{-4.5 \pm j\sqrt{15.75}}{18}$$

$$= -0.25 \pm j\,0.22$$



Komplekse konjugert $\Rightarrow$ oversving

skriver nevner som

$$\frac{s^2}{w_0^2} + \frac{2\zeta}{w_0}s + 1$$

$$\frac{1}{w_0^2} = 9 \qquad \frac{2\zeta}{w_0} = 4.5$$

$$\Downarrow$$

$$w_0 = \frac{1}{\sqrt{9}} = \frac{1}{3} \qquad \zeta = \frac{4.5\cdot\frac{1}{3}}{2} = 0,75 \Rightarrow \overbrace{\delta = 3\text{–}4\%}^{\text{lite oversving}}$$

$$T_r \approx \frac{1,5}{w_0} \approx 4.5 \text{ sek} \Rightarrow \text{endel større enn } T_c = 2,5$$

e) Nullpunktet i $M(s)$ vil gjøre responsen raskere $\Rightarrow$ mer lik T_c.

f) $y(s) = M(s) \cdot y_r(s)$, $y_r(s) = \frac{1}{s}$

$$\lim_{t \to 0} y(t) = \lim_{s \to 0} s \cdot y(s) = \lim_{s \to 0} \cancel{s} \cdot M(s) \cdot \frac{1}{\cancel{s}}$$

$$= \lim_{s \to 0} M(s)$$

$$= M(0)$$

$$= \frac{1}{0 + 0 + 1} = 1$$

Reg. avvik $\underline{\underline{e = y_r - y = 1 - 1 = 0}}$

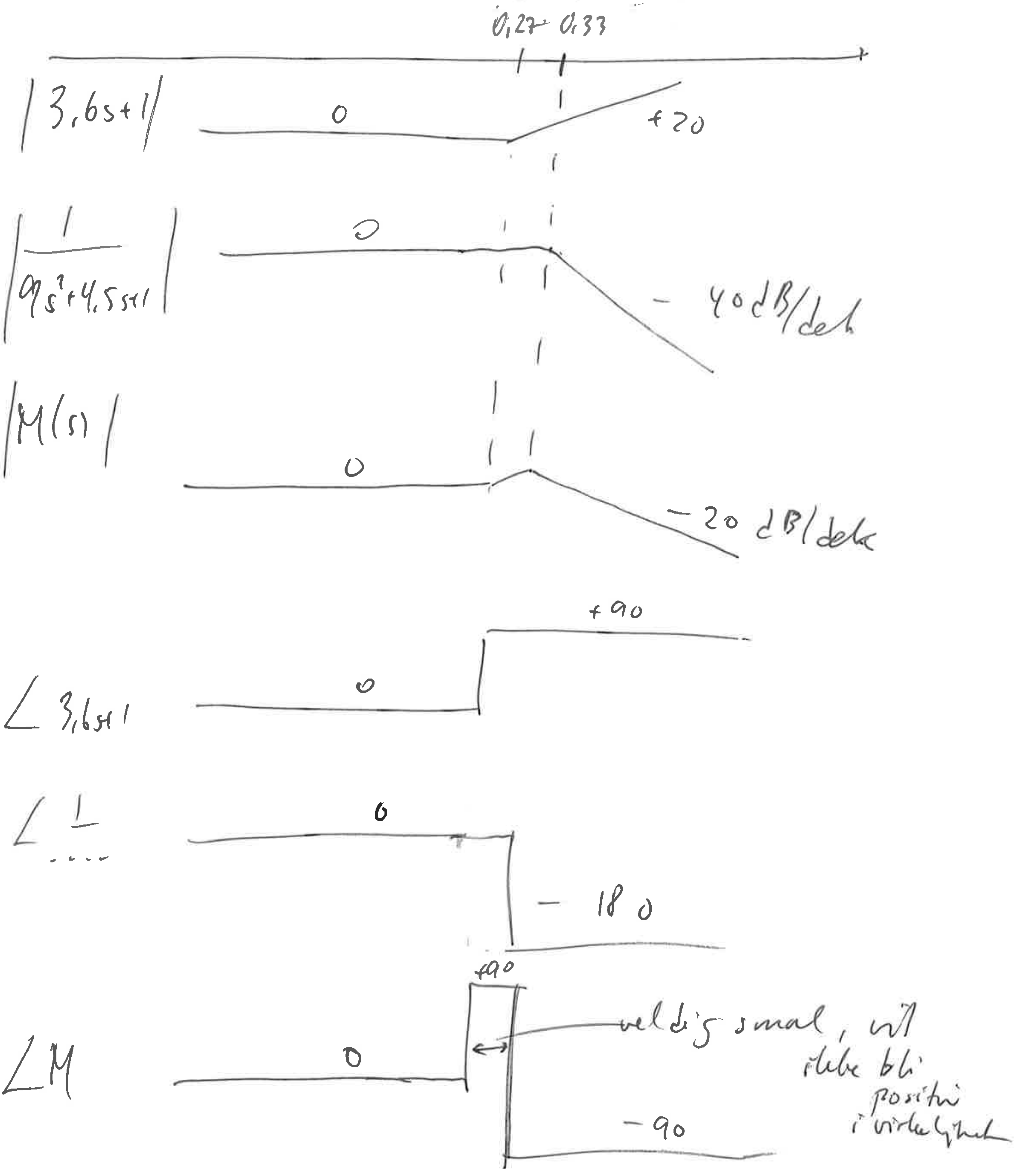
g) $\Delta K = \infty$

$\varphi = 180 - 110 \approx 70°$

⑨

h) $M(s) = \dfrac{3,6s+1}{9s^2+4,5s+1}$

$w_0 = 0.33$ $\qquad \frac{1}{T} = \frac{1}{3,6}$ $\qquad w_0$



i) $$M(j\omega) = \frac{3.6j\omega+1}{9(j\omega)^2 + 4.5j\omega + 1}$$

$$= \frac{1 + j\,3.6\omega}{(1-9\omega^2) + j\,4.5\omega}$$

$$|M(j\omega)| = \frac{\sqrt{1+3.6^2\omega^2}}{\sqrt{(1-9\omega^2)^2 + 4.5^2\omega^2}}$$

$$\angle M(j\omega) = \operatorname{atan}(3.6\omega) - \operatorname{atan}\left(\frac{4.5\omega}{1-9\omega^2}\right)$$

j) $y_r(t) = 0.7\sin(0.1\,t)$ $\quad \omega = 0.1$

$$|M(j0.1)| = \frac{\sqrt{1+3.6^2\cdot 0.1^2}}{\sqrt{(1-9\cdot 0.1^2)^2 + 4.5^2\cdot 0.1^2}} = \frac{1.06}{1.015}$$

$$= 1.046$$

$$\angle M(j0.1) = \operatorname{atan}(0.36) - \operatorname{atan}\left(\frac{0.45}{1-0.09}\right) = \underline{-6.5^\circ}$$

j) $y(t) = 0.7 \cdot 1.046 \cdot \sin(0.1t - 6.5)$

$= 0.73 \cdot \sin(0.1t - 6.5^\circ)$

k) $\left.\begin{array}{l} |N(j\omega)| = -20\,dB \\ \angle N(j\omega) = 80^\circ \end{array}\right\}$ ved $\omega = 0.02$

tolkning 1: (i forbindelse med følgeegenskaper)

$N(s) = \dfrac{e(s)}{y_r(s)} \Rightarrow e(s) = N(s) \cdot y_r(s)$

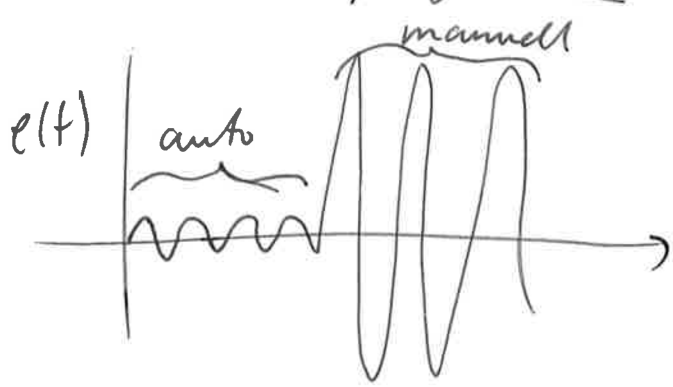
↑ sinus her

$|N(j\omega)| = -20\,dB \Rightarrow 0.1$

amplituden i reg.avviket e(t) kommer til å være 0.1 av amplituden til yr(t), og 80° foran i fase.

tolkning 2: (i forbindelse med kompenseringsegenskaper)

$N(s) = \dfrac{e_{\text{med reg}}(s)}{e_{\text{uten reg}}(s)}$



med sinus i v(t)