Løsningsforslag 13 des. 2006

1)

a) $s^2 + s + 2 = 0$

$$s = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 4 \cdot 2}}{2}$$

$$= \frac{-1 \pm \sqrt{-7}}{2} = -\frac{1}{2} \pm j\frac{\sqrt{7}}{2}$$

$$p_1, p_2 = -\frac{1}{2} \pm j\frac{\sqrt{7}}{2}$$

b) Siden polene ligger i V.H.P

$\Rightarrow$ asymptotisk stabilt

c) sammenligne $s^2 + s + 2$ med $\left(\frac{s}{\omega_0}\right)^2 + 2\frac{\xi}{\omega_0}s + 1$

$$\frac{1}{2}s^2 + \frac{1}{2}s + 1 = \frac{1}{\omega_0^2}s^2 + 2\frac{\xi}{\omega_0}s + 1$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{\omega_0^2} \Rightarrow \underline{\omega_0 = \sqrt{2} \approx 1.41}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{2\xi}{\omega_0} \Rightarrow \xi = \frac{1}{2} \cdot \omega_0 \cdot \frac{1}{2}$$

$$\underline{\xi = \frac{\sqrt{2}}{4} \approx 0.35}$$

d) Siden $\xi < 1 \Rightarrow$ underdempet

e) Setter $s = j\omega$

$$H_p(j\omega) = \frac{2.82}{(j\omega)^2 + j\omega + 2}$$

$$= \frac{2.82}{-\omega^2 + j\omega + 2}$$

$$= \frac{2.82}{2-\omega^2 + j\omega}$$

Da blir $|H_p(j\omega)|$:

$$|H_p(j\omega)| = \frac{2.82}{\sqrt{(2-\omega^2)^2 + \omega^2}}$$

og $\angle H_p(j\omega)$

$$\angle H_p(j\omega) = -\text{atan}\left(\frac{\omega}{2-\omega^2}\right)$$

③

f) Leser av ved plotene $w = 5.5$:

$$|H_p(jw)| = -20 \text{ dB}$$

$$\angle H_p(jw) \approx -160°$$

$$20 \log x = -20$$

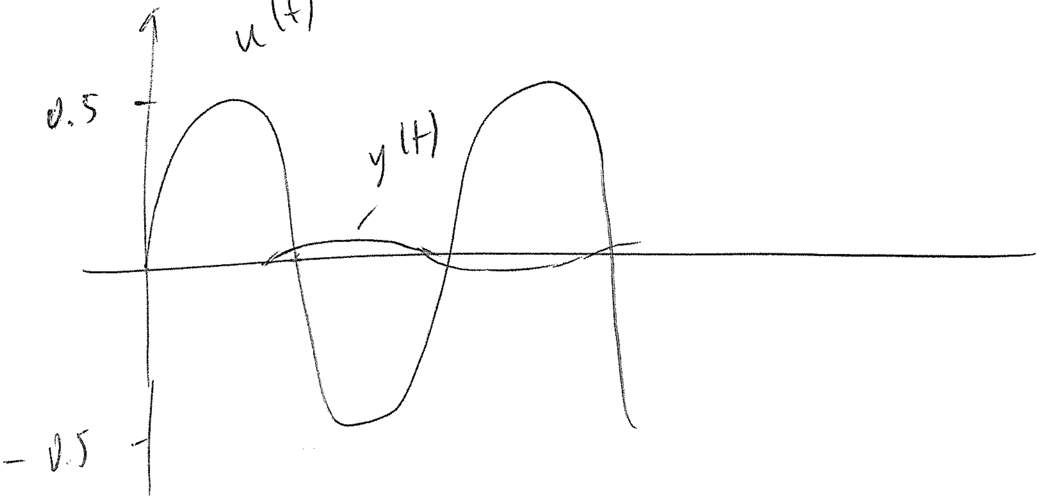
$$\Downarrow$$

$$\underline{x = 0.1}$$

Da blir $y(t) = 0.1 \cdot 0.5 \cdot \sin(5.5t - 160°)$

$= 0.05 \sin(5.5t - 160°)$

g)



h) Dividere på 2 og får

$$H_p(s) = \frac{1.41}{\frac{1}{2}s^2 + \frac{1}{2}s + 1}$$

Som gir $\underline{K = 1.41}$

i) Ser at stasjonær forsterkning er ca 3dB (helt til venstre i $|H_p(j\omega)|$).

Dette stemmer overens med

$$20\log(1.41) = 3dB$$

j) Båndbredden er definert som 3 dB lavere enn stasjonær forsterkning. Dette gir

$\underline{\omega_b = 2 \text{ rad/s}}$

~~k) Har at $\zeta = 0.35$~~

~~Dette gir $\delta = 0.3$~~

~~Da blir maksverdien 1 + 0.3 = 1.3~~

k) Responstid $T_r \approx \frac{1.5}{\omega_b} = \frac{1.5}{2} = 0.75$ sek

Stasjonærverdi. Vet at $u_s = 1$ og $k = 1.41$

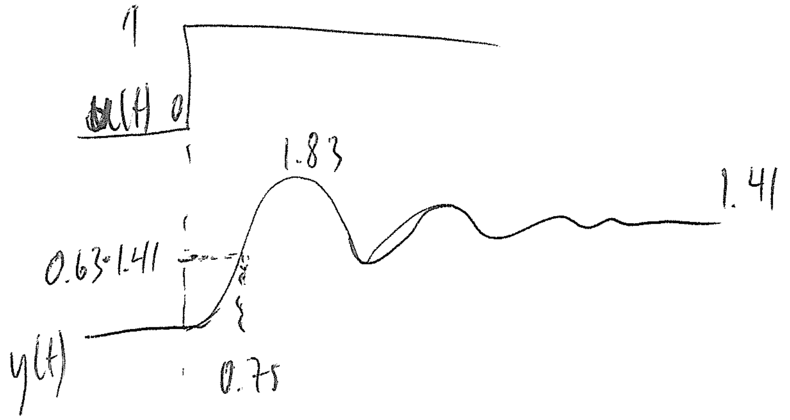
Dette gir $y_s = 1.41$

l) Benytter at $\xi = 0.35$

$\Rightarrow \delta = 0.3$

$$y_{max} = 1.41 + 1.41 \cdot 0.3 = 1.83$$

m)



2)

a) $H_m(s) = \frac{2}{2s+1}$ $\omega_b = \frac{1}{T} = \frac{1}{2}$

b) $u(t) = K_p \cdot e(t) + \frac{K_p}{T_i} \int e\,dt$

Laplace gir

$u(s) = K_p\, e(s) + \frac{K_p}{T_i}\frac{1}{s} e(s)$

$H_r(s) = \underline{\underline{\frac{u(s)}{e(s)}}} = K_p + \frac{K_p}{T_i s} \Rightarrow \underline{\underline{\frac{K_p T_i s + K_p}{T_i s}}}$

c) $H_0(s) = H_r \cdot H_p \cdot H_m$

$= \underline{\underline{\frac{(K_p T_i s + K_p)}{T_i s} \cdot \frac{2 \cdot 82}{(s^2+s+2)} \cdot \frac{2}{(2s+1)}}}$

d) $$N(s) = \frac{e(s)}{y_r(s)} = \frac{1}{1 + H_0(s)}$$

$$= \frac{1}{1 + \frac{K_p T_i s + K_p}{T_i s} \cdot \frac{2.82}{s^2+s+2} \cdot \frac{2}{2s+1}}$$

$$= \frac{T_i s\,(s^2+s+2)(2s+1)}{T_i s(s^2+s+2)(2s+1) + (K_p T_i s + K_p)\, 2.82 \cdot 2}$$

Løser for $e(s)$ og ~~...~~ anvender sluttverdi-teorem på $e(s)$ med $y_r(s) = \frac{1}{s}$

$$e(s) = N(s) \cdot y_r(s)$$

$$\lim_{t\to\infty} e(t) = \lim_{s\to 0} s \cdot e(s) = \lim_{s\to 0} s \cdot N(s) \cdot y_r(s)$$

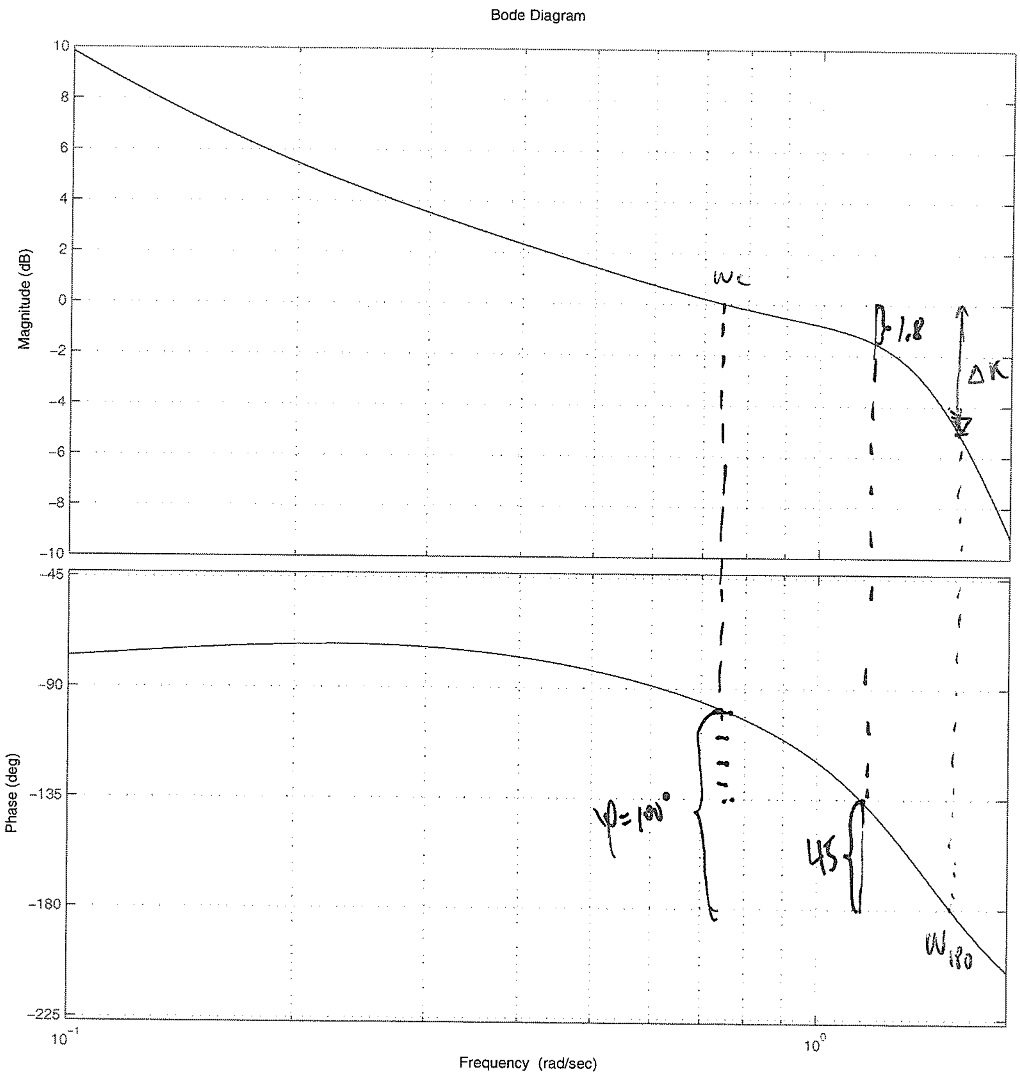
$$= \lim_{s\to 0} \cancel{s} \cdot N(s) \cdot \frac{1}{\cancel{s}} = \lim_{s\to 0} N(s)$$

$$\lim_{t\to\infty} e(t) = \frac{0}{0 + 5.64 \cdot K_p} = \underline{\underline{0}}$$

e)

(8)

Fag: BIE240, Reguleringsteknikk
Dato: 13. desember 2006
Kandidatnr:
Sidenr:



Figur 6: Bodeplot av sløyfetransferfunksjonen $H_0(j\omega)$ i oppgave 2e).

$\Delta K = 5$ dB

$\varphi = 100°$

f) Leser av figur 4 med $\delta = 0.25$

at $\varphi \approx 45°$

For å få en fasemargin på $\varphi = 45°$ i Bodeplottet, må $|H_0(j\omega)|$ løftes 1.8 dB

Det betyr at $x = \text{alog}\left(\frac{1.8}{20}\right) = 1.23$

g) Ny K_p blir $0.5 \cdot 1.23 = 0.615$

h) $N(s)$ sier noe om amplitudeforsterkning fra $y_r(s)$ til $e(s)$.

Hvis $y_r(t) = \sin(0.11 \cdot t)$ er dempingen i $e(t)$ -10 dB. Dette tilsvarer

$$x = \text{alog}\left(\frac{-10}{20}\right) = 0.31$$

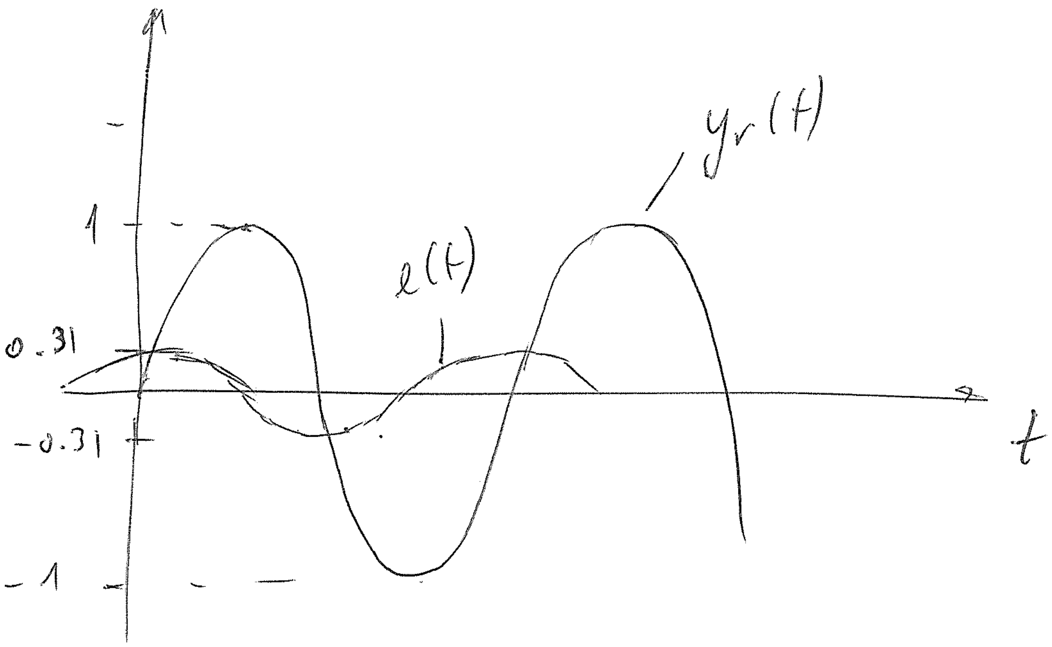
I tillegg er fasen ca $60°$ foran.

$e(t)$ blir da:

$$e(t) = \sin(0.11 \cdot t + 60°)$$

h) forts.

(10)



i)

Benytter $M(s)$ som har amplitudeforsterkning -1.15 dB.

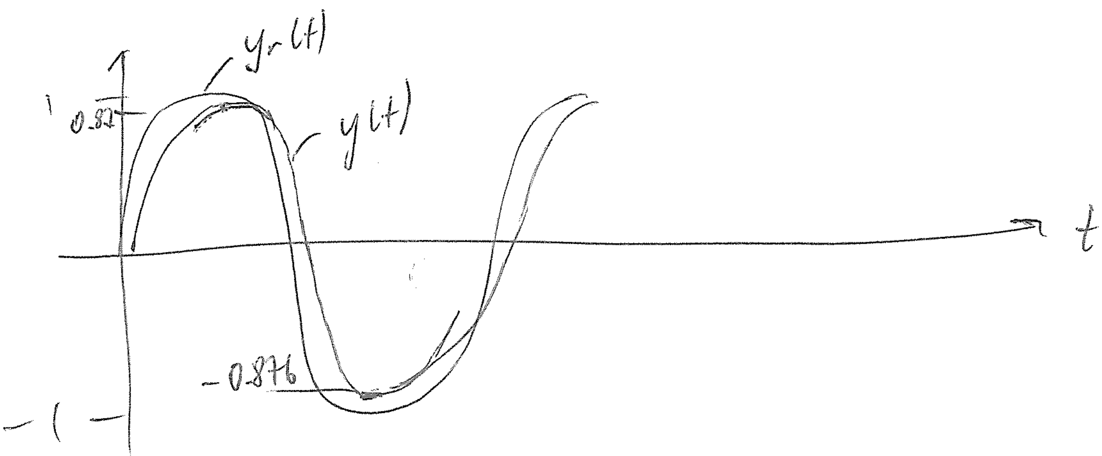
Dette innebærer

$$x = \text{alog}\left(-\frac{1.15}{20}\right) = 0.876 .$$

Fasen avleses til $-20°$

Når $y_r(t) = \sin(0.11t)$ blir

$$y(t) = 0.876 \sin(0.11t - 20°)$$



j) Benytter den andre tolkningen av $N(s)$ som er at $|N(j\omega)|$ sier noe om forholdet mellom $\dfrac{e_{med\ reg}(s)}{e_{uten\ reg}(s)} = -10\,dB$

Det betyr altså at størrelsen på reg. avvik $e(t)$ med regulator er $-10\,dB$ mindre enn reg. avviket $e(t)$ uten regulator.

$-10\,dB$ tilsvarer 0.31

Vi kan ikke si noe om selve amplitudene, bare forholdet. $e(t)$ uten regulator er altså $\frac{1}{0.31}$ 3.22 ganger større