DATO: 1. mars 2005

EKSAMEN I: TE 179 Reguleringsteknikk 1

VARIGHET: 4 timer

TILLATTE HJELPEMIDLER: Godkjent kalkulator

OPPGAVESETTET BESTÅR AV 2 OPPGAVER PÅ 4 SIDER

MERKNADER: Formelvedlegget er fra side 5 t.o.m side 7.
Side 7 skal leveres inn som en del av oppgaven.
Deloppgavene har lik vekt.

KONTAKTPERSON: Tormod Drengstig, E-423a, tlf. (518)32025/93885533.

Oppgave 1

En prosess er beskrevet ved transferfunksjonen

$$\frac{y(s)}{u(s)} = h(s) = \frac{(s-4)}{s^2 + 3s + 3} \tag{1}$$

a) Finn et uttrykk for prosessens frekvensrespons, dvs. amplitudeforsterkning $|h(j\omega)|$ og faseforskyvning $\angle h(j\omega)$.

b) Bestem polene til systemet og benytt dette til å bestemme stabilitetsegenskapene til systemet (marginalt stabilt, ustabilt, asymptotisk stabilt). Bestem også ω_0 og ζ. Er dette et underdempet, overdempet eller kritisk dempet system? Husk at nevneren i transferfunksjonen $h(s)$ generelt kan skrives som

$$h(s) = \frac{K}{(\frac{s}{\omega_0})^2 + 2s\frac{\zeta}{\omega_0} + 1} \tag{2}$$

c) Skisser asymptotiske amplitude-fase-frekvens karakteristikker (asymptotisk Bode-diagram) for $h(s)$.

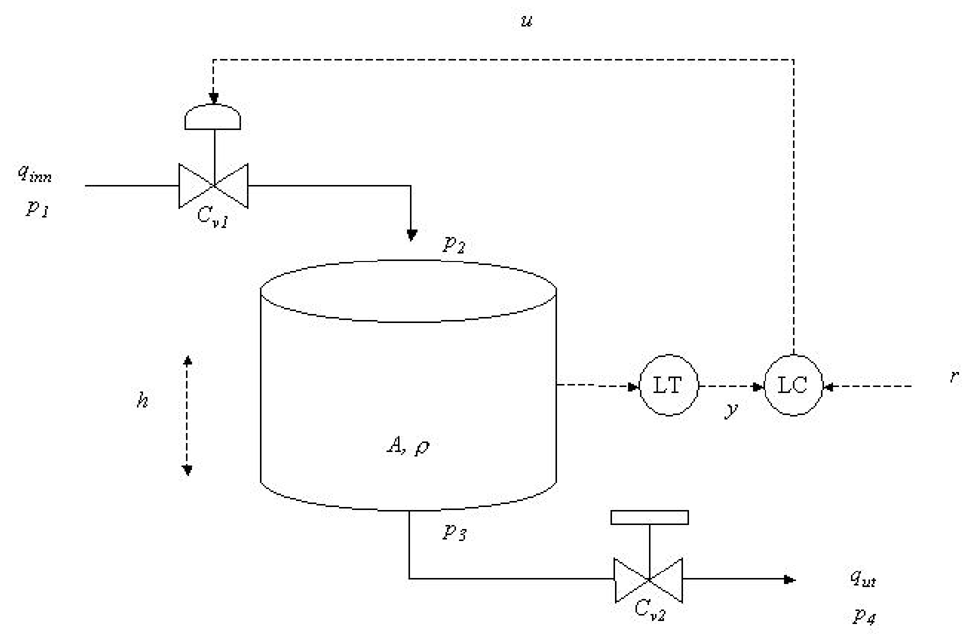
d) La pådraget være en **sinus** $u(t) = sin(2t)$ for $t > 0$. Finn amplituden til det stasjonære utgangssignalet.

e) Forklar hva du forstår med anti-windup i en regulator. Når er det behov for en slik funksjon, og hva kan man oppnå?

f) Hva menes med begrenset derivatvirkning i en regulator?

Oppgave 2

Figur 1 viser et nivåreguleringssystem for en åpen tank hvor $y = h$.



Figur 1: Skjematisk figur av tankprosess med regulator og måleelement

Transferfunksjonen til måleinstrumentet (LT) er

$$h_m(s) = \frac{1}{10s + 1} \tag{3}$$

Den generelle ligningen for volumstømmen av væske gjennom en reguleringsventil kan skrives som:

$$q = C_v \sqrt{\Delta p} \cdot u \tag{4}$$

hvor Δp er trykkfallet over ventilen, og u er pådraget. Ventil 2 vil alltid være fullt åpen, det vil si at $u = 1$.

En oppsummering av notasjoner som brukes her er gitt under:

q_{inn}	: volumestrøm inn [m^3/s]
q_{ut}	: volumestrøm ut [m^3/s]
LT	: Level Transmitter (måletransmitter)
LC	: Level Controller (regulator)
r	: referansehøyde [m]
h	: høyde i tank [m]
u	: pådrag til ventil [-]
ρ	: tetthet av væsken [kg/m^3]
p_1	: trykk oppstrøms ventil 1 [Pa]
p_2	: trykk nedstrøms ventil 1 som er atmosfæretrykket [Pa]
p_3	: trykk i bunn av tank [Pa]
p_4	: trykk nedstrøms ventil 2 som er atmosfæretrykket [Pa]
C_{v1}	: ventilkapasitet til ventil 1 [m$^3/(\mathrm{s}\sqrt{\mathrm{Pa}})$]
C_{v2}	: ventilkapasitet til ventil 2 [m$^3/(\mathrm{s}\sqrt{\mathrm{Pa}})$]
A	: Areal i bunn av tank [m^2]

a) Skriv ned hvilke antagelser som må gjøres og vis at differensiallikningen som beskriver høyden i tanken er gitt ved (1 atmosfære $\approx$ 100000 Pa):

$$A\frac{dh}{dt} = C_{v1}\sqrt{p_1 - 100000}\cdot u - C_{v2}\sqrt{\rho g h} \tag{5}$$

b) Tegn et matematisk blokkdiagram av (5). La p_1 være en forstyrrelse. Inkluder deretter regulatorblokken samt tilbakekopling med måle-element (tegn dette som $h_m(s)$) slik at vi får et komplett blokkskjema av reguleringssystemet. La utgangen fra blokkskjemaet være $y = h$.

c) Lineariser modellen i (5) omkring arbeidspunktet $h_A = 4$m, $u_A = 0.4$ (tilsvarer 40% åpning) og $p_{1,A} = 140000$ og sett inn følgende verdier:

- $\rho = 1000\mathrm{kg/m^3}$
- $A = 5\mathrm{m}^2$
- $g = 10\mathrm{m/s^2}$
- $C_{v1} = 40\ \mathrm{m^3/(s\sqrt{Pa})}$
- $C_{v2} = 60\ \mathrm{m^3/(s\sqrt{Pa})}$

Sett deretter $\Delta h = \Delta y$ og $\Delta p_1 = \Delta v$ og vis at transferfunksjonen $h_p(s)$ fra Δu til Δy er

$$h_p(s) = \frac{\Delta y}{\Delta u} = \frac{8000}{s + 1500} \tag{6}$$

d) Finn transferfunksjonene $h_0(s)$, $M(s)$ og $N(s)$.

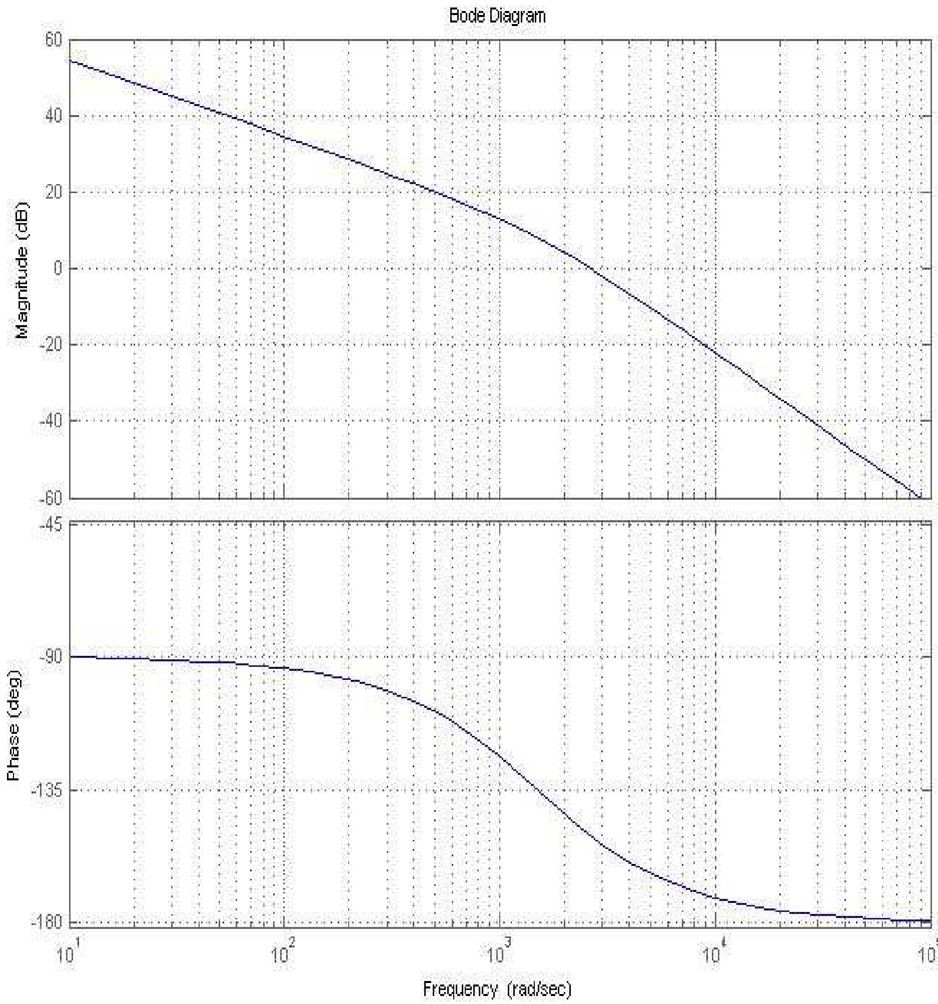
e) La regulatoren være en PI-regulatoren. Vis at transferfunksjonen for denne er:

$$h_r(s) = \frac{K_p(1 + T_i s)}{T_i s} \tag{7}$$

f) I figur 2 er Bodeplottet for $h_0(j\omega)$ med $K_p = 10000$ og $T_i = 50$ vist. Bestem hva K_p forsterkes/reduseres til for at vi skal få en fasemargin på 45°. Siden fasen aldri krysser 180° vil vi for dette systemet ha uendelig forsterkningsmargin.

For hvilke frekvensområder er regulering effektiv (god ytelse) etter at ny K_p er satt inn?

Det finnes en kopi av figuren på side 7 som du kan skissere på og levere inn med besvarelsen.



Figur 2: Bodeplot av sløyfetransferfunksjonen $h_0(j\omega)$. Det er en kopi av figuren på side 7.

g) Forklar med ord hva $M(s)$ og $N(s)$ sier noe om.

Grovskisser $M(s)$ og $N(s)$ i **amplitudedelen** av Bodeplottet på side 7. Ut fra denne grovskissen, skisser $y(t)$ når $r(t) = 3 \cdot sin(100t)$ (du trenger ikke ta med fasen, bare amplituden).

Formelsamling

Linearisering:

$$\Delta\dot{x} = \frac{\partial f}{\partial x}\bigg|_A \Delta x + \frac{\partial f}{\partial u}\bigg|_A \Delta u \tag{8}$$

Et komplekst tall z kan skrives på kartesisk form slik:

$$z = \mathrm{Re}(z) + j\mathrm{Im}(z) \tag{9}$$

eller på polar form slik:

$$z = |z|e^{j\angle z} \tag{10}$$

Sammenheng mellom kartesisk og polar form:

$$|z| = \sqrt{\mathrm{Re}(z)^2 + \mathrm{Im}(z)^2} \tag{11}$$

$$\angle z = \arctan\frac{\mathrm{Im(z)}}{\mathrm{Re(z)}} \tag{12}$$

Egenskaper ved Laplacetransformasjonen

Tidsforsinkelse:

$$f(s)e^{-\tau s} \Longleftrightarrow f(t-\tau) \tag{13}$$

Derivasjon:

$$s^n f(s) - s^{n-1} f(0) - s^{n-2}\dot{f}(0) - ... - \overset{(n-1)}{f}(0) \Longleftrightarrow \overset{(n)}{f}(t) \tag{14}$$

Med initialbetingelser lik null fås

$$s^n f(s) \Longleftrightarrow \overset{(n)}{f}(t) \tag{15}$$

Begynnelsesverditeorem:

$$\lim_{t\to 0} f(t) = \lim_{s\to\infty} s \cdot f(s) \tag{16}$$

Sluttverditeorem:

$$\lim_{t\to\infty} f(t) = \lim_{s\to 0} s \cdot f(s) \tag{17}$$

Transformasjonspar

$$1 \iff \delta(t) \tag{18}$$

$$\frac{1}{s} \iff 1 \tag{19}$$

$$\frac{1}{s^2} \iff t \tag{20}$$

$$\frac{n!}{s^{n+1}} \iff t^n \tag{21}$$

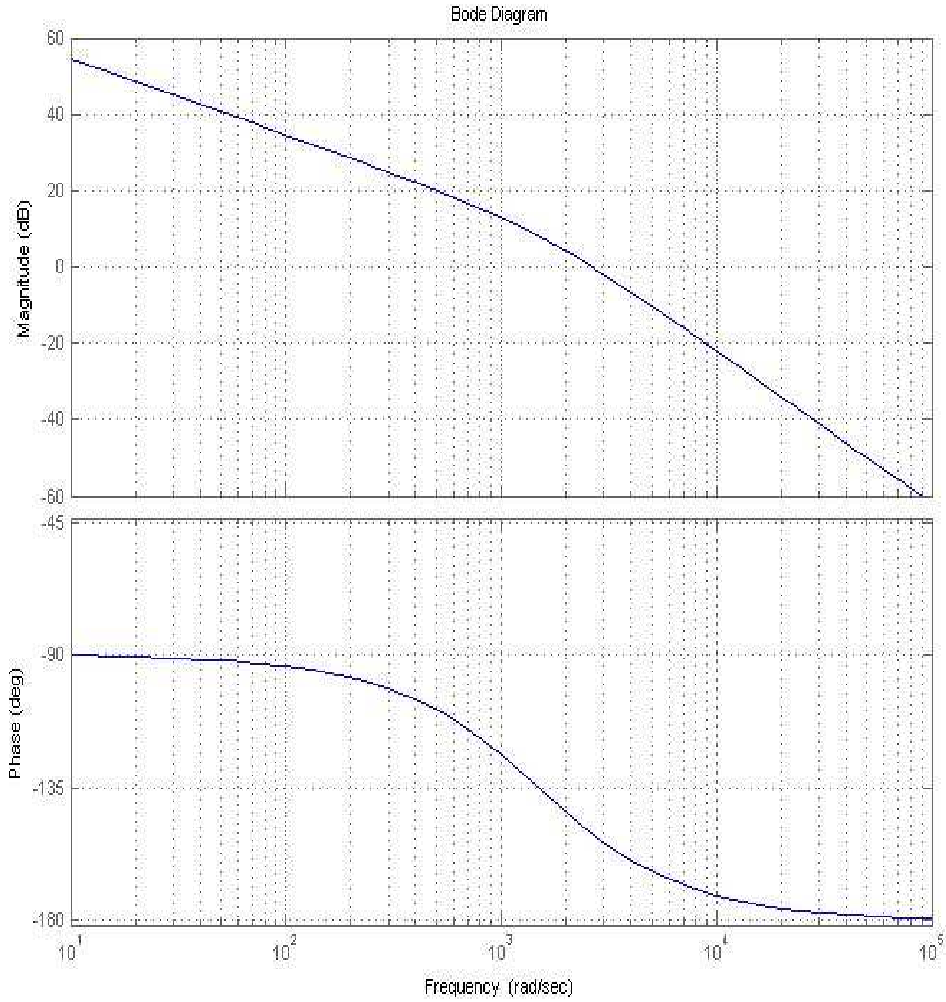
$$\frac{1}{Ts+1} \iff \frac{e^{-\frac{t}{T}}}{T} \tag{22}$$

$$\frac{1}{(Ts+1)^n} \iff \frac{1}{T^n(n-1)!}t^{n-1}e^{-\frac{t}{T}} \tag{23}$$

$$\frac{1}{(Ts+1)s} \iff 1 - e^{-\frac{t}{T}} \tag{24}$$

$$\frac{1}{(T_1s+1)(T_2s+1)} \iff \frac{1}{T_1 - T_2}(e^{-\frac{t}{T_1}} - e^{-\frac{t}{T_2}}) \tag{25}$$

Fag: TE179, Reguleringsteknikk 1
Dato: 1. mars 2005
Kandidatnr:
Sidenr:



Figur 3: Bodeplot av sløyfetransferfunksjonen $h_0(j\omega)$ i oppgave 2f).