

DATO: 19. desember 2002



HØGSKOLEN
I STAVANGER

Avdeling for teknisk -
naturvitenskapelige fag

EKSAMEN I: TE 179 Reguleringssteknikk 1

VARIGHET: 4 timer

TILLATTE HJELPEMIDLER: Godkjent kalkulator

OPPGAVESETTET BESTÅR AV 3 OPPGAVER PÅ 7 SIDER

MERKNADER: Formelvedlegget er fra side 8 t.o.m side 11.

Side 12 skal leveres inn som en del av oppgaven.

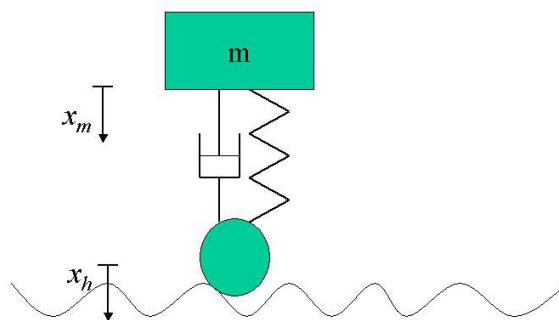
Oppgavene har lik vekt.

KONTAKTPERSON: Tormod Drengstig, E-423a, tlf. (518)32025/93885533.

Oppgave 1

Som nyansatt ingeniør hos den tyske bilprodusenten Audi i Tyskland blir din første oppgave å designe det nye hjulopphenget til neste generasjon Audi TT.

En prinsippskisse av problemstillingen er gitt i figuren nedenfor.



Figur 1: Prinsippskisse av hjulopphenget til den nye generasjon Audi TT

Før vi tar bilen på prøvetur for å sjekke hvordan demper og fjærer er, skal vi lage en matematisk modell av hjulopphenget.

a) Vi har følgende data

x_m	: massen m (selve bilen) sin vertikale posisjon [m]
\dot{x}_m	: massen m sin vertikale hastighet [m/s]
x_h	: hjulets vertikale posisjon [m]
\dot{x}_h	: hjulets vertikale hastighet [m/s]
F_K	: kraft fra fjæren på massen [N]
F_D	: kraft fra demperen på massen [N]
g	: tyngdens akselerasjon [m/s ²]
m	: massens vekt [kg]
D	: dempekonstant [N/(m/s)]
K_f	: fjærkonstant [N/m]

Fjærkraften er proporsjonal med sammentrykningen, $F_K = K_f \cdot x$ (husk at x her må erstattes med et uttrykk bestående av x_m og x_h). Dempekraften er proporsjonal med hastigheten, $F_D = D \cdot v = D \cdot \dot{x}$. I dette tilfellet vil det være hastighetsforskjellen mellom hjulet og massen i vertikalretningen som må modelleres, altså må \dot{x} erstattes med et uttrykk bestående av \dot{x}_m og \dot{x}_h .

Vi definerer positiv retning nedover, og regner fjæras likevektsposisjon som nullpunkt for posisjonene.

Anta at fjæren og demperen ikke har noe masse, og vis at kraftbalansen for massen, fjæren og demperen kan skrives som:

$$m \cdot \ddot{x}_m = K_f(x_h - x_m) + D(\dot{x}_h - \dot{x}_m) + mg \quad (1)$$

b) Tegn blokkdiagram av (1). La hastigheten til hjulet, \dot{x}_h , være pådraget (inngangen) til systemet, og bilens posisjon, x_m , være utgangen.

c) Benytt følgende notasjon

$$\begin{aligned} x_1 &= x_m \\ x_2 &= \dot{x}_m \\ x_3 &= x_h \\ u &= \dot{x}_h \end{aligned}$$

og sett opp differensialligningene på tilstandsromform, og finn matrisene A, B, C og D . Vi antar at tyngdekraften er forstyrrelsen og at vi kan måle bilens posisjon, x_1 , direkte.

$$\dot{\underline{x}} = A\underline{x} + Bu + Cv \quad (2)$$

$$y = D\underline{x} \quad (3)$$

Hvilken orden har modellen?

- d) Vis at transferfunksjonen fra hjulets hastighet u til massens posisjon y_1 er:

$$\frac{y(s)}{u(s)} = \frac{Ds + K_f}{ms^3 + Ds^2 + K_f s} \quad (4)$$

Hvilke delssystemer (dvs. enkle standard transferfunksjoner) kan du spalte dette system opp i?

- e) Det kan vises at transferfunksjonen fra hjulposisjonen x_3 til massens posisjon y er:

$$\frac{y(s)}{x_3(s)} = \frac{K_f}{ms^2 + Ds + K_f} \quad (5)$$

Dette er altså et andre-ordens system. Hva er dette systemets udempede resonansfrekvens, ω_0 , og hva er den relative dempingsfaktoren, ζ ?

Husk at transferfunksjonen $h(s)$ til et generelt 2-ordens system kan skrives som

$$h(s) = \frac{K}{(\frac{s}{\omega_0})^2 + 2\zeta\frac{s}{\omega_0} + 1} \quad (6)$$

- f) Vi skal finne frekvensresponsen til bilen ut fra eksperiment. Den kanskje beste måten å teste understellet på er å ta seg en tur på jorden til en bonde som akkurat har satt poteter. Ved å kjøre på tvers av alle potetrekkene, vil påvirkningen på bilen bli som en sinusformet påvirkning (som vist på tegningen). I lav hastighet bortover åkeren følger bilen underlaget som forventet. Som forventet betyr altså at det humper tilsvarende potetrekkenes form, og at sjåføren får ristet seg endel. Dette skjer helt opp til 40 km/t. I 45 km/t hopper bilen mye mer enn hva underlaget skulle tilsi, og sjåføren får ristet seg enda mer enn tidligere. Dette forsvinner ved 50 km/t hvor bilen igjen følger underlaget som ved 0 - 40 km/t. I 80 km/t blir ikke bilens posisjon nevneverdig påvirket av det ujevne underlaget.

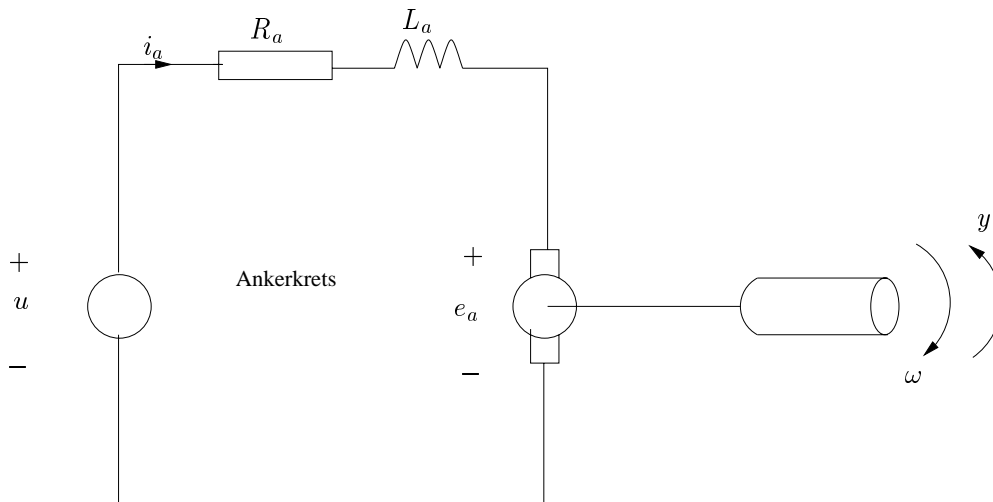
Ut fra denne informasjonen, tegn et omtrentlig Bodediagram av frekvensresponsen til bilen. Kall frekvensen som bilen blir påvirket av i f.eks 40 km/t for ω_{40} osv.

- g) Bilen veier 1440 kg og fjærkonstanten er $K_f = 10$ N/m. Vi ønsker å ha kritisk demping i systemet slik at masseposisjonen akkurat unngår oversving ved sprang i hjulposisjonen x_3 . Hvor stor demper må bilen da ha (hva må D være)? Tips: Husk at bilen har 4 hjul....;-)

Hvorfor er det vanskelig å få til kritisk demping i praksis?

Oppgave 2

Vi skal i denne oppgaven designe og analysere et reguleringsystem for en likestrømsmotor benyttet i en plotter. Likestrømsmotorer er mye brukt i servosystemer. Det er blant annet fordi de har veldefinerte og stort sett lineære egenskaper og fordi de i prinsippet er enkle å styre. En prinsippskisse av en *ankerstyrt likestrømsmotor* er vist i Figur 2.



Figur 2: Ankerstyrt likestrømsmotor

- a) Anta at prosessen kan beskrives med følgende transferfunksjon

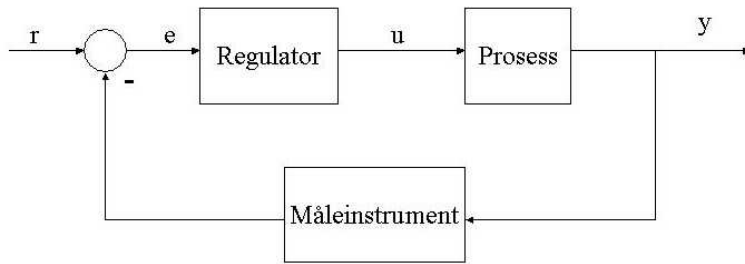
$$h(s) = \frac{y(s)}{u(s)} = \frac{K}{(Ts + 1)s} \quad (7)$$

hvor u er ankerspenningen og y er motorens vinkelposisjon.

Finn et uttrykk for prosessens frekvensrespons, dvs. amplitudeforsterkning $|h(j\omega)|$ og faseforskyvning $\angle h(j\omega)$.

- b) Bestem polene til systemet og benytt dette til å bestemme stabilitetsegenskapene til systemet (marginalt stabilt, ustabilt, asymptotisk stabilt).
- c) Benytt at $K = T = 1$, og skisser asymptotiske amplitude-fase-frekvens karakteristikk (asymptotisk Bode-diagram) for $h(s)$.
- d) Vi ønsker å regulere motoren til denne plotteren slik at den kan tegne ut de figurer vi ønsker. Setpunktene kommer for eksempel fra en PC hvor du har installert AutoCad eller lignende tegneprogram.

Følgende blokkdiagram gjelder:



Figur 3: Reguleringsystem for plotter.

Anta at måleinstrumentet måler posisjonen til plotteren og har transferfunksjon $h_m(s) = 1$.

For systemet gjelder følgende spesifikasjoner:

- 1) Sprangresponsen skal være så rask som mulig
- 2) Systemet skal ikke ha oversving
- 3) Det skal ikke være reguleringsavvik ved sprang i referansen.

Av disse 3 kravene er de to første relatert til regulatorparametervalg, mens det tredje er relatert til type regulator. Vi må derfor velge regulator før vi kan forholde oss til parameterne.

Hvorfor er det naturlig at systemet ikke skal ha oversving?

Vis at en ren P-regulator tilfredstiller krav 3), og forklar hvorfor det er slik.

Tips: $N(s) = \frac{e(s)}{r(s)}$.

- e) Finn $M(s) = \frac{y(s)}{r(s)}$.

Finn et uttrykk for ω_0 og ζ for det regulerde systemet.

Husk at transferfunksjonen $h(s)$ til et generelt 2-ordens system kan skrives som

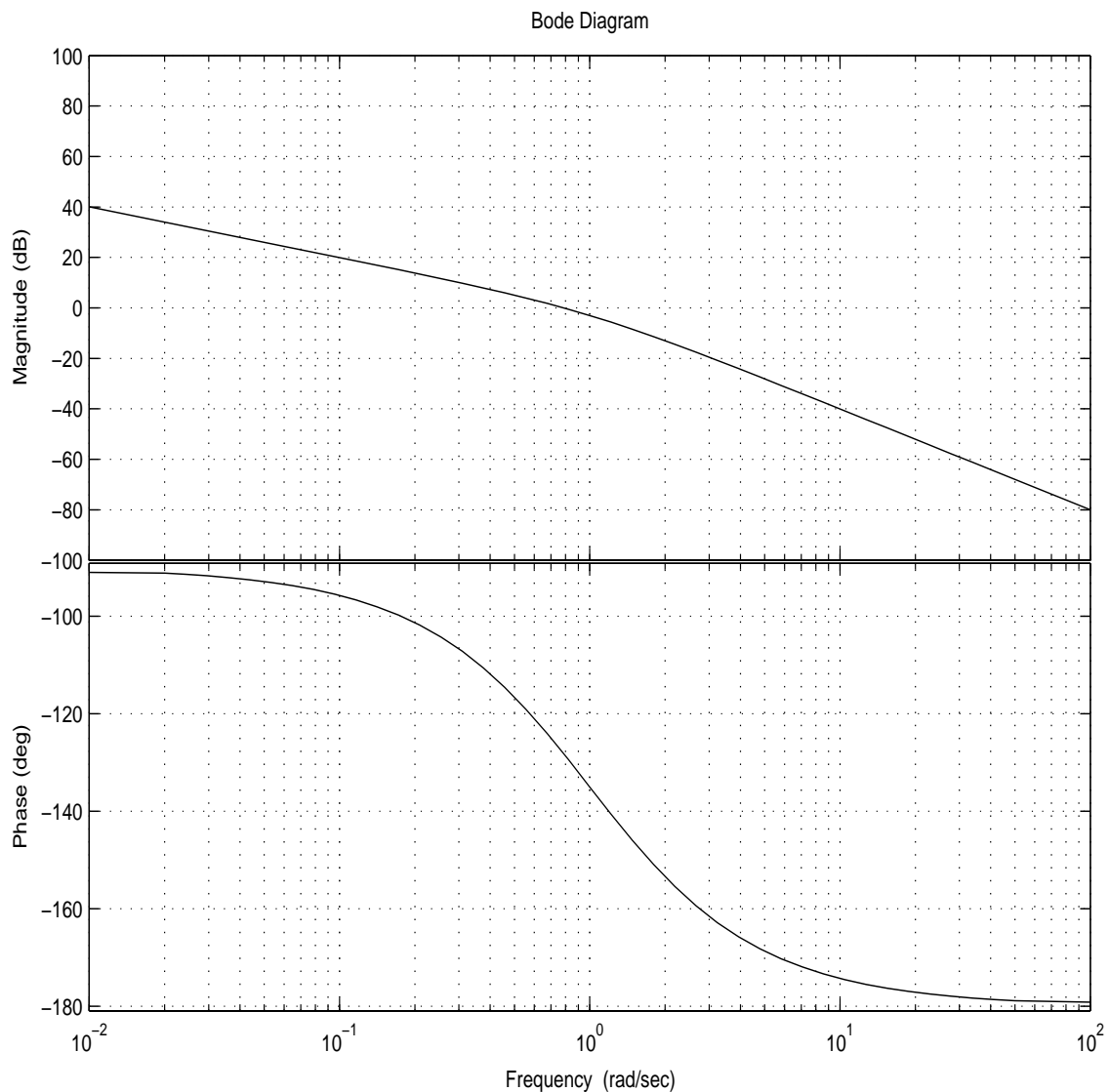
$$h(s) = \frac{K}{(\frac{s}{\omega_0})^2 + 2s\frac{\zeta}{\omega_0} + 1} \quad (8)$$

- f) Benytt kravene gitt i spesifikasjonene til å bestemme hvor stor K_p må være.

Hvor stor er responstiden til systemet? Hvor eksakt ligger polene til reguleringsystemet?

- g) I figur 5 er Bodeplottet for $h_0(j\omega)$ med $K_p = 1$ vist. Bestem hvor mye denne K_p må forsterkes for at vi skal få en fasemargin på 40° . Hva er forsterkningsmarginen til systemet?

Hvilken konsekvens får dette for systemets evne til å oppfylle de 3 kravene gitt ovenfor.



Figur 4: Bodeplot av sløyfetransferfunksjonen $h_0(j\omega)$. Det finnes en kopi av figuren på side 12.

- h) Hva blir det stasjonære avviket ved en rampeendring i referansen når vi benytter P-regulatoren til å regulere posisjonen til plotteren? Tips: $N(s) = \frac{e(s)}{r(s)}$

Hva kan gjøres for å redusere/eliminere dette avviket?

Oppgave 3

- a) La oss anta at leiligheten du bor i er dårlig isolert og derfor kald om vinteren. Du kjøper en termostatstyrt oljeovn på 1500W til å varme opp stua, og du stiller temostaten inn på 25C. Etter et par dager er det ikke blitt mer enn 20C i stua. Det er god sirkulasjon i stua. Jeg foreslår at du skal stille termostaten opp mot 30C. Vil dette hjelpe? Hvorfor/hvorfor ikke?
- b) Forklar med ord hva du forstår med et systems frekvensrespons, impulsrespons og sprangrespons.
Hvorfor er det av og til viktig å benytte seg av begrenset derivatvirkning i forbindelse med PID regulatorer?
- c) Gi minst 5 forskjellige eksempler på sammenhengen mellom et systems pol- og nullpunkt plassering og dets sprangrespons (vis pol- og nullpunkt plasseringen i s-planet, og den tilsvarende sprangresponsen).

Formelsamling

Linearisering:

$$\Delta \dot{x} = \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{x^p, u^p} \Delta x + \left. \frac{\partial f}{\partial u} \right|_{x^p, u^p} \Delta u \quad (9)$$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$\frac{\partial f}{\partial u} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial u} \\ \frac{\partial f_2}{\partial u} \end{bmatrix} \quad (11)$$

Et komplekst tall z kan skrives på kartesisk form slik:

$$z = \operatorname{Re}(z) + j\operatorname{Im}(z) \quad (12)$$

eller på polar form slik:

$$z = |z|e^{j\angle z} \quad (13)$$

Sammenheng mellom kartesisk og polar form:

$$|z| = \sqrt{\operatorname{Re}(z)^2 + \operatorname{Im}(z)^2} \quad (14)$$

$$\angle z = \arctan \frac{\operatorname{Im}(z)}{\operatorname{Re}(z)} \quad (15)$$

Egenskaper ved Laplacetransformasjonen

Tidsforsinkelse:

$$f(s)e^{-\tau s} \Longleftrightarrow f(t - \tau) \quad (16)$$

Derivasjon:

$$s^n f(s) - s^{n-1}f(0) - s^{n-2}\dot{f}(0) - \dots - \overset{(n-1)}{f}(0) \Longleftrightarrow \overset{(n)}{f}(t) \quad (17)$$

Med initialbetingelser lik null fås

$$s^n f(s) \Longleftrightarrow \overset{(n)}{f}(t) \quad (18)$$

Begynnelsesverditeorem:

$$\lim_{t \rightarrow 0} f(t) = \lim_{s \rightarrow \infty} s \cdot f(s) \quad (19)$$

Sluttverditeorem:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot f(s) \quad (20)$$

Transformasjonspar

$$1 \iff \delta(t) \quad (21)$$

$$\frac{1}{s} \iff 1 \quad (22)$$

$$\frac{1}{s^2} \iff t \quad (23)$$

$$\frac{n!}{s^{n+1}} \iff t^n \quad (24)$$

$$\frac{1}{Ts + 1} \iff \frac{e^{-\frac{t}{T}}}{T} \quad (25)$$

$$\frac{1}{(Ts + 1)^n} \iff \frac{1}{T^n (n-1)!} t^{n-1} e^{-\frac{t}{T}} \quad (26)$$

$$\frac{1}{(Ts + 1)s} \iff 1 - e^{-\frac{t}{T}} \quad (27)$$

$$\frac{1}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)} \iff \frac{1}{T_1 - T_2} (e^{-\frac{t}{T_1}} - e^{-\frac{t}{T_2}}) \quad (28)$$

Transformasjonspar forts.

$$\frac{1}{(Ts + 1)^2 s} \Leftrightarrow 1 - \left(1 + \frac{t}{T}\right)e^{-\frac{t}{T}} \quad (29)$$

$$\frac{1}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)s} \Leftrightarrow 1 + \frac{1}{T_2 - T_1}(T_1 e^{-\frac{t}{T_1}} - T_2 e^{-\frac{t}{T_2}}) \quad (30)$$

$$\frac{T_1 s + 1}{(T_2 s + 1)s} \Leftrightarrow 1 + \left(\frac{T_1}{T_2} - 1\right)e^{-\frac{t}{T_2}} \quad (31)$$

$$\frac{s + \alpha}{(s + a)(s + b)(s + c)} \Leftrightarrow \frac{(\alpha - a)e^{-at}}{(b - a)(c - a)} + \frac{(\alpha - b)e^{-bt}}{(c - b)(a - b)} + \frac{(\alpha - c)e^{-ct}}{(a - c)(b - c)} \quad (32)$$

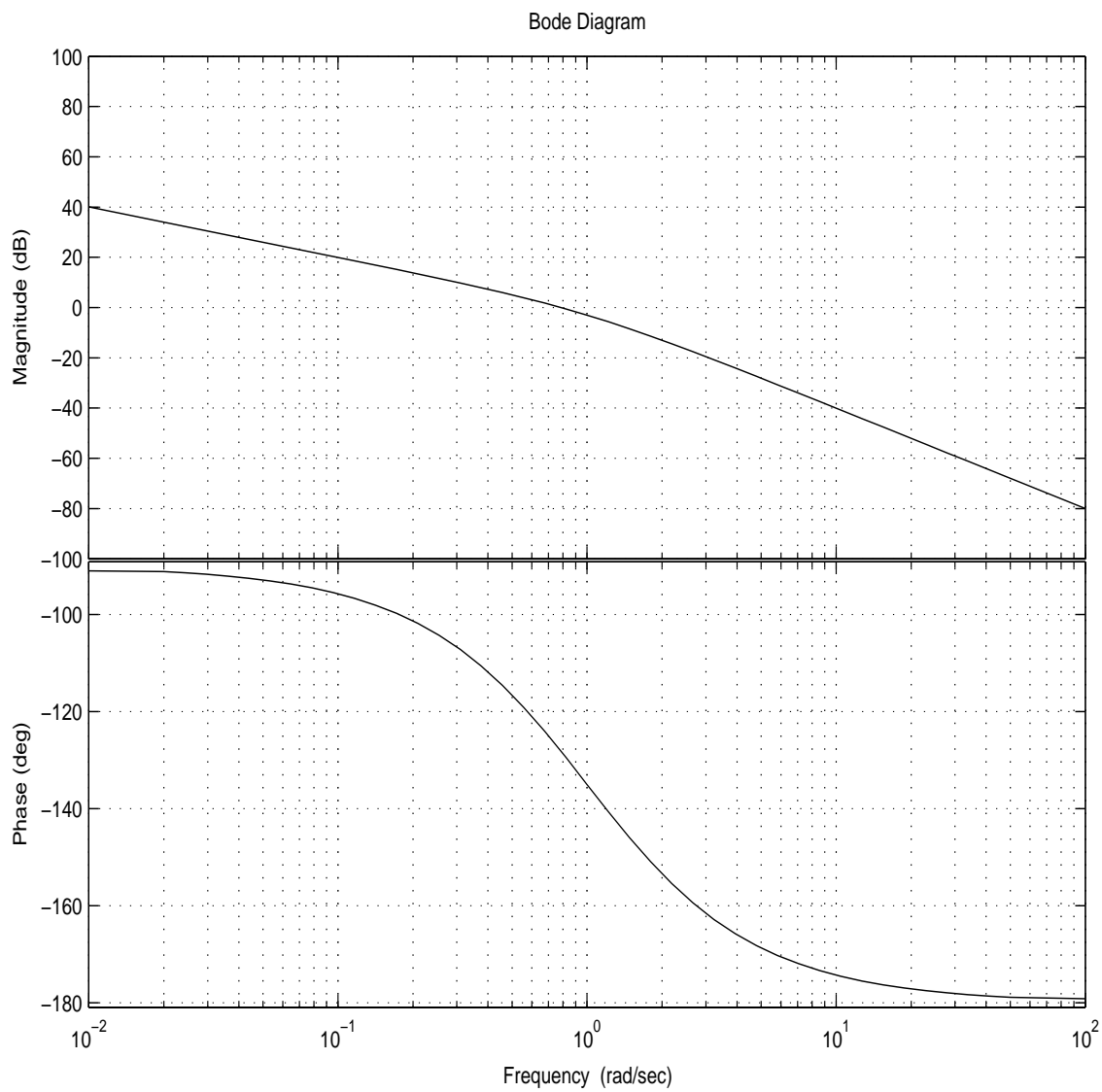
$$\frac{1}{\left(\frac{s}{\omega_0}\right)^2 + 2\zeta\frac{s}{\omega_0} + 1} \Leftrightarrow \frac{\omega_0}{\sqrt{1 - \zeta^2}} e^{-\zeta\omega_0 t} \sin(\sqrt{1 - \zeta^2}\omega_0 t), \quad 0 \leq \zeta < 1 \quad (33)$$

$$\frac{1}{\left(\frac{s}{\omega_0}\right)^2 + 2\zeta\frac{s}{\omega_0} + 1}s \Leftrightarrow 1 - \frac{\omega_0}{\sqrt{1 - \zeta^2}} e^{-\zeta\omega_0 t} \cos(\sqrt{1 - \zeta^2}\omega_0 t - \varphi), \quad \varphi = \arcsin \zeta, \quad 0 \leq \zeta < 1 \quad (34)$$

$$\frac{\omega}{s^2 + \omega^2} \Leftrightarrow \sin \omega t \quad (35)$$

$$\frac{s}{s^2 + \omega^2} \Leftrightarrow \cos \omega t \quad (36)$$

Fag: TE179, Reguleringsteknikk 1
Dato: 19. desember 2002
Kandidatnr:
Sidenr:



Figur 5: Bodeplot av sløyfetransferfunksjonen $h_0(j\omega)$ i oppgave 2g).