

EKSAMEN I: BIE 240 Reguleringsteknikk

VARIGHET: 4 timer

TILLATTE HJELPEMIDLER: Bestemt enkel kalkulator

OPPGAVESETTET BESTÅR AV 2 OPPGAVER PÅ 5 SIDER

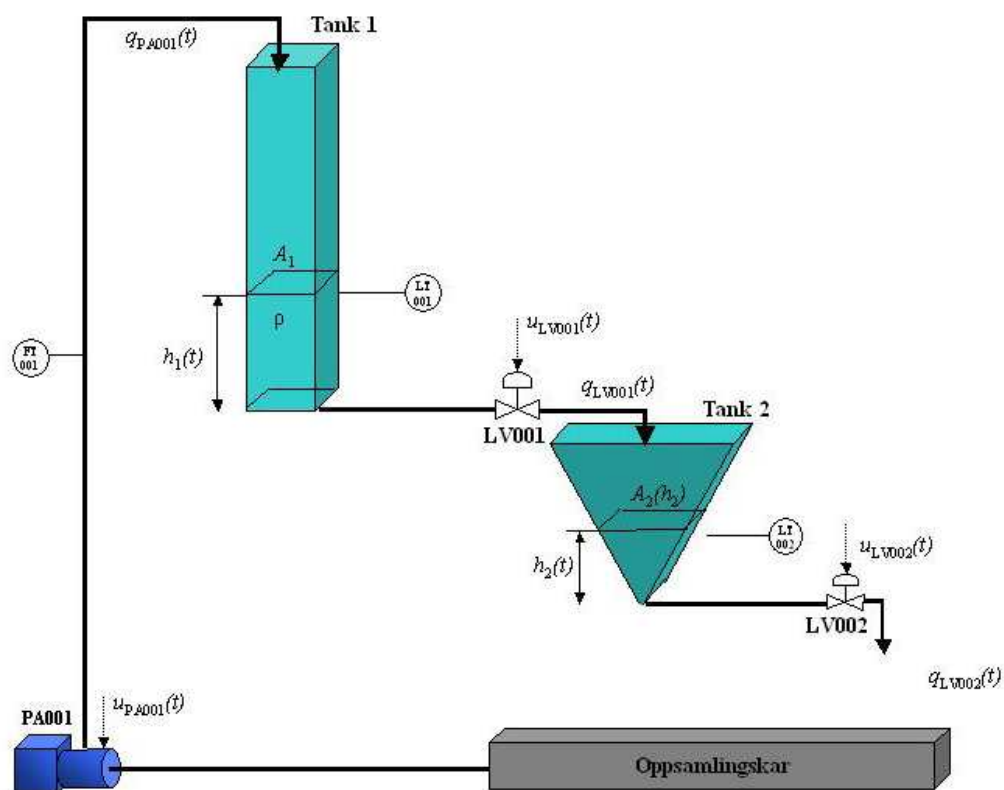
MERKNADER: Formelvedlegget er på 6.

Deloppgavene har lik vekt. Legg ved side 7 sammen med besvarelsen.

KONTAKTPERSON: Tormod Drengstig, E-423a, tlf. (518)32025/93885533.

1 Modellering av totank-anlegg

I denne oppgaven skal dere finne modellen til følgende (relativt kjente) prosess



Figur 1: Prinsippskisse av en totankprosess.

Volumstrømning gjennom ventilene (med linær ventilkarakteristikk) antar vi er gitt som

$$q(t) = K_v \cdot u(t) \cdot \sqrt{\Delta p(t)} \quad (1)$$

hvor

- K_v er ventilkonstanten $\left[\frac{\text{m}^3/\text{s}}{\sqrt{\text{Pa}}} \right]$
- $u(t)$ er ventilpådrag $[-]$
- $\Delta p(t)$ er trykkfallet over ventilen $[\text{Pa}]$
- $q(t)$ er volumstrøm $[\text{m}^3/\text{s}]$

For å forenkle litt, er benevningene på bl.a ventilkonstanter og trykkfall endret i forhold til det som dere kanskje husker fra lab. i faget.

Videre antar vi at sammenhengen mellom volumstrømmen gjennom pumpen og pumpepådraget er lineært som

$$q_{\text{PA001}}(t) = 0.01 \cdot u_{\text{PA001}}(t) \quad (2)$$

hvor

- $u_{\text{PA001}}(t)$ er pumpepådraget $[-]$
- $q_{\text{PA001}}(t)$ er volumstrøm $[\text{m}^3/\text{s}]$

Tank 2 har en konisk form (uten flat bunn), noe som gjør at tverrsnittsarealet varierer med væskehøyden.

Med utgangspunkt i figur 1, er det under gitt en oppsummering av notasjoner for tank 1 og tank 2.

<u>Navn</u>	<u>Beskrivelse</u>	<u>Verdi og enhet</u>
$h_1(t)$	Vannivået i tank 1 målt med LT001	m
A_1	Arealet til tank 1	0.02 m ²
ρ	Tettheten til vann	1000 kg/m ³
$q_{\text{PA001}}(t)$	Volumstrømmen fra pumpe PA001	m ³ /s
$u_{\text{PA001}}(t)$	Pådrag til pumpe PA001	-
$q_{\text{LV001}}(t)$	Volumstrømmen gjennom LV001	m ³ /s
$u_{\text{LV001}}(t)$	Pådrag til ventil LV001	-
$K_{v,\text{LV001}}$	Ventilkonstant for ventil LV001	0.0002 $\frac{\text{m}^3}{\text{s} \cdot \sqrt{\text{Pa}}}$
g	Tyngdens akselerasjon	10 m/s ²
$h_2(t)$	Vannivået i tank 2 målt med LT002	m
$A_2(h_2(t))$	Arealet til tank 2 (funksjon av $h_2(t)$)	m ²
$q_{\text{LV002}}(t)$	Volumstrømmen gjennom LV002	m ³ /s
$u_{\text{LV002}}(t)$	Pådrag til ventil LV002	-
$K_{v,\text{LV002}}$	Ventilkonstant for ventil LV002	0.0003 $\frac{\text{m}^3}{\text{s} \cdot \sqrt{\text{Pa}}}$

- a) Sett opp massebalansen for tank 1, gjør nødvendige antagelser og vis at differensiallikningen som beskriver høyden $h_1(t)$ i tank 1 kan beskrives ved:

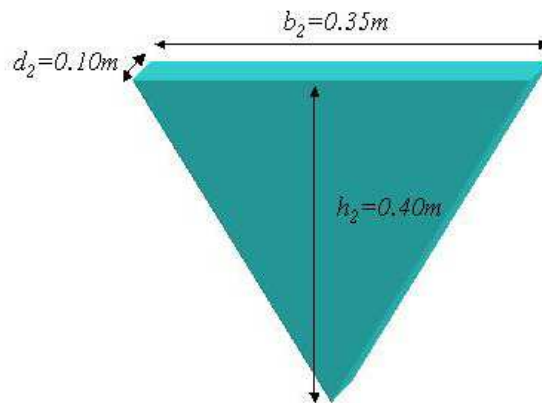
$$\frac{dh_1(t)}{dt} = \frac{1}{A_1} \left(0.01 \cdot u_{PA001}(t) - K_{v,LV001} \cdot u_{LV001}(t) \cdot \sqrt{\rho \cdot g \cdot h_1(t)} \right) \quad (3)$$

- b) Sett opp massebalansen for tank 2, gjør nødvendige antagelser og vis at differensiallikningen som beskriver høyden $h_2(t)$ i tank 2 kan beskrives ved:

$$\begin{aligned} \frac{dh_2(t)}{dt} = \frac{1}{A_2(h_2(t))} \cdot & \left(K_{v,LV001} \cdot u_{LV001}(t) \cdot \sqrt{\rho \cdot g \cdot h_1(t)} \right. \\ & \left. - K_{v,LV002} \cdot u_{LV002}(t) \cdot \sqrt{\rho \cdot g \cdot h_2(t)} \right) \end{aligned} \quad (4)$$

- c) Hva slags modell er dette (orden, linearitet)?

Ut fra følgende figur



Figur 2: Detaljer om tank 2.

vis at uttrykket for arealet $A_2(h_2(t))$ kan finnes som:

$$A(h_2(t)) = 0.0875 \cdot h_2(t) \quad (5)$$

- d) Vis hvordan du ville implementert modellen i Simulink, dvs. lag et matematisk blokkdiagram for hver av differensiallikningene (3) og (4), samt (5).
- e) Før vi går videre med linearisering, burde vi forviss oss om at modellen er noenlunde riktig. Dette kan gjøres på to måter, nemlig offline og online verifisering.

Anta at prosessen er instrumentert opp og at du har mulighet til både å gjøre datainnsamling og å styre prosessen fra PC med Matlab og Simulink slik som på totank-laben i faget.

Beskriv kort disse to måtene å gjøre modellverifisering på.

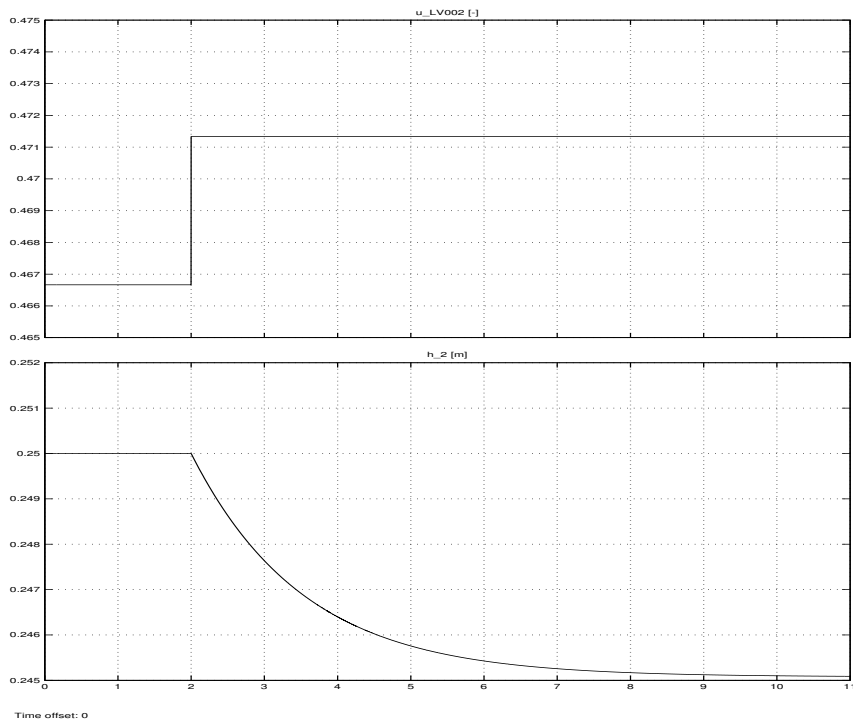
- f) Vi ønsker å operere høyden i tank 1 rundt $h_{1,A} = 0.6\text{m}$ og høyden i tank 2 rundt $h_{2,A} = 0.25\text{m}$ ved en pumpepådrag (forstyrrelse) på $u_{PA001,A} = 0.7$. Bestem størrelsene på de stasjonære ventilpådragene $u_{LV001,A}$ og $u_{LV002,A}$.
- g) Lineariser differensialligningen for høyden i tank 1, dvs ligning (3), omkring arbeidspunktet.
- h) Sett inn verdier i den lineariserte modellen og vis at transferfunksjonen

$$H_{p,1}(s) = \frac{y(s)}{u(s)} = \frac{\Delta h_1(s)}{\Delta u_{LV001}(s)} = \frac{-2.656}{3.43s + 1} \quad (6)$$

- i) For å finne

$$H_{p,2}(s) = \frac{\Delta h_2(s)}{\Delta u_{LV002}(s)} \quad (7)$$

skal dere ikke linearisere som i forrige oppgave, men dere skal identifisere transferfunksjonen ut fra følgende sprangrespons omkring arbeidspunktet



Figur 3: Respons i $h_2(t)$ ved sprang i $u_{LV002}(t)$.

Sprangets høyde er 1% av arbeidspunktet dere har funnet. Ut fra figur 3, bestem $H_{p,2}(s)$.

2 Regulering

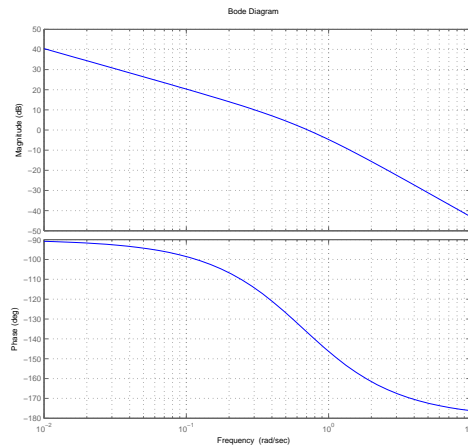
Målet vårt er å regulere nivået $h_1(t)$ i tank 1 vha ventilpådraget $u_{LV001}(t)$ og nivået $h_2(t)$ i tank 2 vha ventilpådraget $u_{LV002}(t)$. Pumpepådraget $u_{PA001}(t)$ betraktes som en forstyrrelse.

- a) Før vi bestemmer regulatorparametre, skal dere analysere reguleringsystemene. Anta at begge nivåmålerne har en båndbredde på 2 rad/sekund og en forsterkning på 1. Finn først $H_m(s)$ for nivåmålerne.

Dere skal benytte PI-regulatorer på begge nivåene. Vis at transferfunksjonen til en PI-regulator er

$$H_r(s) = \frac{K_p(T_i s + 1)}{T_i s} \quad (8)$$

- b) For tank 1 skal du bestemme regulatorparametre ut fra polplasseringsmetoden, alternativt pol-kanselleringsmetoden. Formler for disse er gitt i vedlegg. Velg selv hvordan du vil spesifisere reguleringsystemets oppførsel, og bestem deretter K_p og T_i . Husk at du bør velge en fornuftig spesifisering, sett i forhold til selve prosessen, på reguleringsystemets oppførsel.
- c) For tank 2, finn først et uttrykk for sløyfetransferfunksjonen $H_0(s)$ for reguleringsystemet. I figuren under er frekvensresponsen til $H_0(j\omega)$ tegnet opp med $K_p = -2$ og $T_i = 2$ (samme figur er på siste side)



Figur 4: Bodeplot av $H_0(j\omega)$ for tank 2.

Hva er forsterkningsmarginen ΔK og fasemarginen ϕ til systemet? Avmerk på figuren på siste side og lever med besvarelsen.

- d) Vi ønsker en fasemargin på $\phi = 30$ grader. Hva blir ny regulatorforsterkning K_p for å oppnå denne spesifikasjonen?

Formelsamling

- Polplassering for 1 ordens system (PI-regulator):

$$K_p = \frac{2\zeta w_0 T - 1}{K} \quad (9)$$

$$T_i = \frac{2\zeta w_0 T - 1}{w_0^2 T} \quad (10)$$

- Pol-nullpunktkansellering 1 ordens system (PI-regulator):

$$K_p = \frac{T}{T_M \cdot K} \quad (11)$$

$$T_i = T \quad (12)$$

- Løsning på annengradslikningen $a \cdot x^2 + b \cdot x + c = 0$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad (13)$$

- Et generelt 2-ordens system kan skrives som

$$H(s) = \frac{K}{(\frac{s}{\omega_0})^2 + 2\frac{\zeta}{\omega_0}s + 1} \quad (14)$$

- Et komplekst tall z kan skrives på kartesisk form slik:

$$z = \text{Re}(z) + j\text{Im}(z) \quad (15)$$

eller på polar form slik:

$$z = |z|e^{j\angle z} \quad (16)$$

- Sammenheng mellom kartesisk og polar form er:

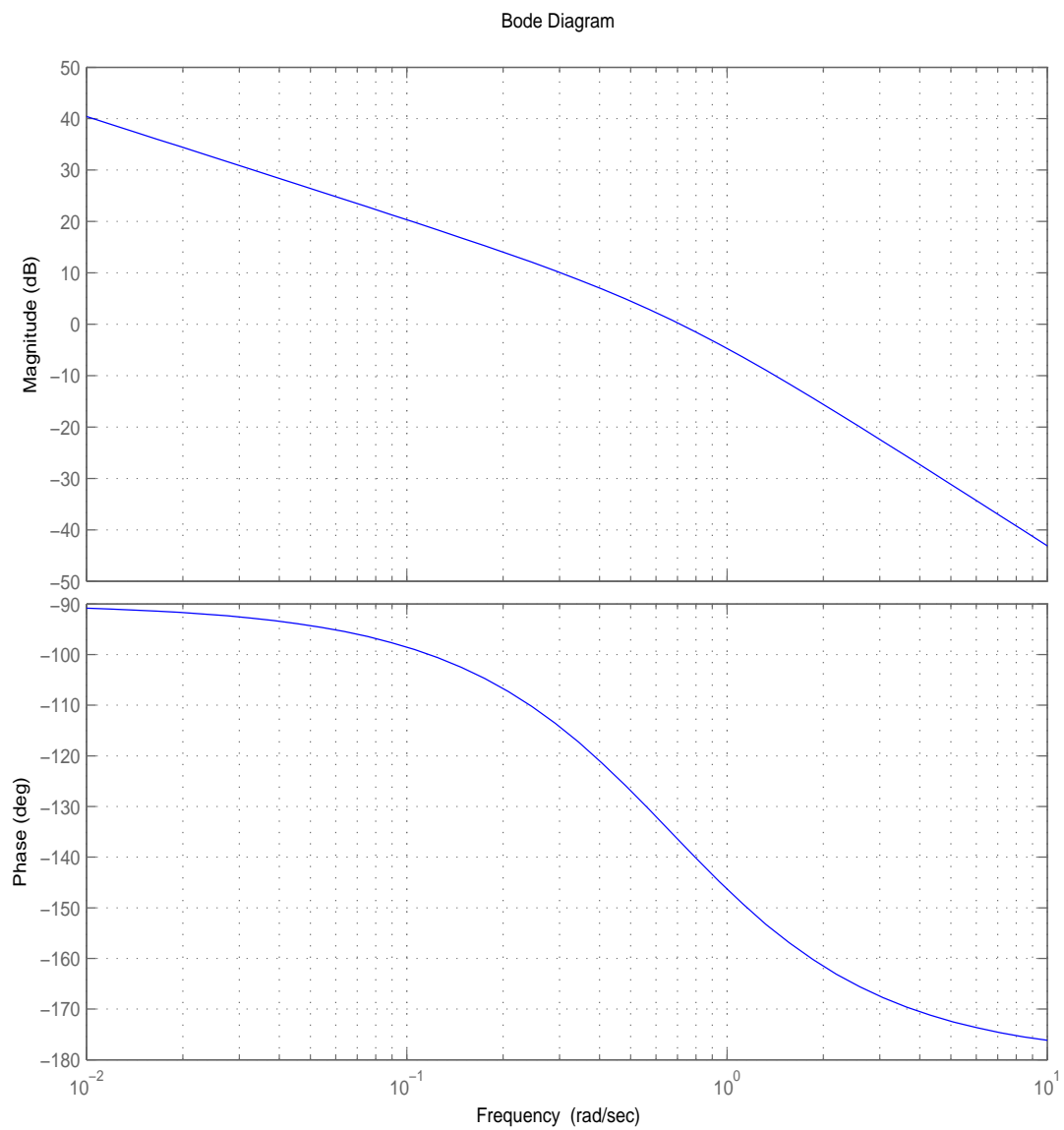
$$|z| = \sqrt{\text{Re}(z)^2 + \text{Im}(z)^2} \quad (17)$$

$$\angle z = \arctan \frac{\text{Im}(z)}{\text{Re}(z)} \quad (18)$$

- Sluttverditeorem

$$\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot f(s) \quad (19)$$

Fag: BIE240, Reguleringsteknikk
Dato: 12. desember 2007
Kandidatnr:
Sidenr:



Figur 5: Bodeplot av sløyfetransferfunksjonen $H_0(j\omega)$ til tank 2.