

DET TEKNISK - NATURVITENSKAPELIGE FAKULTET

EKSAMEN I: ELE320 Regulerings-teknikk

DATO: 9. mai 2019

VARIGHET: 4 timer

TILLATTE HJELPEMIDLER: Bestemt enkel kalkulator

OPPGAVESETTET BESTÅR AV 2 OPPGAVER PÅ 6 SIDER

MERKNADER: - Formelvedlegget er på side 7 og 8.
 - Deloppgavene har ulik vekt.
 - Figurene på side 9 og 10 skal leveres inn som en del av besvarelsen.

FORELESER: Tormod Drengstig

TELEFON: 415 89 009

1 Analyse av en termisk prosess $H_p(s)$ (50%)

En termisk prosess er beskrevet ved transferfunksjonen

$$H_p(s) = \frac{y(s)}{u(s)} = \frac{4}{5s^2 + 11s + 2} \quad (1)$$

hvor $y(t)$ er temperatur og $u(t)$ er effektpådrag i W.

- a) (4%) Bestem polene til systemet. Vis polene i et pol-nullpunkt-diagram og indiker hva hver pol betyr i forhold til rask/treg dynamikk.
- b) (2 %) Er systemet marginalt stabilt, ustabilt eller asymptotisk stabilt. Begrunn svaret.
- c) (3 %) Finn K , ω_0 og ζ . Gi gjerne en kommentar på disse verdiene, og benytt svaret i a) til å vise hvordan du alternativt kan skrive $H_p(s)$ som tydeligere viser systemets egenskaper.
OBS: Du skal ikke fjerne dynamikk i $H_p(s)$.

- d) (2 %) Er systemet underdempet, overdempet eller kritisk dempet system? Begrunn svaret.
- e) (5 %) Skisser asymptotiske forsterknings- og fasediagram (AFF-diagram) til $H_p(s)$. Indiker de viktigste verdiene som er relatert til transferfunksjonen.
- Tegn i samme skisse hvordan frekvensresponsen ville sett ut dersom du hadde benyttet bode-kommandoen i Matlab.
- f) (5 %) Finn et uttrykk for prosessens frekvensrespons, dvs. amplitudeforsterkning $|H_p(j\omega)|$ og faseforskyvning $\angle H_p(j\omega)$.
- g) (5 %) La pådraget være en **sinusfunksjon** med amplitude lik 0.1 og frekvens $w=w_0$. Benytt uttrykkene du fant i forrige deloppgave til å finne utgangssignalet $y(t)$. Gi gjerne en kommentar på resultatet gitt at du brukte frekvensen $w=w_0$.
- h) (4 %) Skisser $u(t)$ og $y(t)$ i samme diagram. Ta med så mange detaljer som mulig.
- i) (2 %) Finn et estimat for responstiden T_r .
- j) (2 %) Anta at $u(t)$ er et **enhetssprang**. Skisser sprangresponsen relativt detaljert. Ta med så mange detaljer som mulig.
- k) (6 %) Båndbredden til et system er ofte definert til den frekvensen hvor amplitudeforsterkningen er 3dB lavere enn den stasjonære forsterkningen til systemet. Beskriv med ord hva dette *egentlig* innebærer (bruk gjerne $H_p(s)$ i forklaringen). Forklaringen må være slik at en student som begynner på andre året på elektroingeniørstudiet vil forstå den. Bruk gjerne skisser til å forklare.
- l) (5 %) Ut fra kjennskap til w_0 fra deloppgave c), detaljene i AFF-diagrammet i deloppgave e), samt svaret i deloppgave g), hva vil du si er den egentlige båndbredden til prosessen ut fra definisjonen i deloppgave k)?
- m) (5 %) Dersom prosessen hadde hatt et nullpunkt i høyre halvplan, f.eks. som vist i ligning (2), hvordan vil dette påvirke stabiliteten? Begrunn svaret.

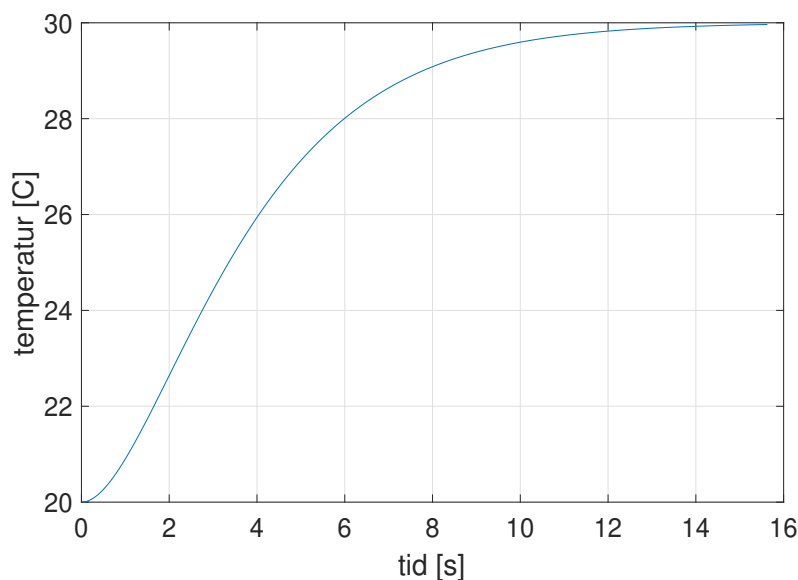
$$H_p(s) = \frac{y(s)}{u(s)} = \frac{4(-s + 1)}{5s^2 + 11s + 2} \quad (2)$$

Hvordan vil nullpunktet endret sprangresponsen? Vis gjerne med en prinsipiell skisse.

2 Regulering av prosessen $H_p(s)$ (50%)

- a) (6 %) Vi skal nå lage et reguleringssystem for systemet i ligning (1). Til dette trenger vi et måleinstrument (PT100-element) og en regulator. Du finner ikke databladet på måleinstrumentet, men ut fra visuell inspeksjon ser du føleren ligger innkapslet i en ekstra metallkappe. Du antar derfor at måleinstrumentet har andre ordens karakteristik.

For å finne ut mer om *dynamikken* til måleinstrumentet, holder du først måleinstrumentet i et glass med vann som holder 20°C. Du flytter det deretter over i et annet glass med vann som holder 30°C. Responsen er vist i figur 1, og flyttingen skjer ved $t=0$.



Figur 1: Responsen i målingen $y_m(t)$ ved å flytte måleinstrumentet fra vann med 20°C til vann med 30°C.

Ut fra denne reponsen, finn et estimat av $H_m(s) = \frac{y_m(s)}{y(s)}$.

- b) (4 %) Hvordan vil du vurdere egnetheten av dette måleinstrumentet sett opp mot kunnskap om dynamikken til prosessen $H_p(s)$ i ligning (1).
- c) (4 %) I deloppgave 1j) skisserte du sprangresponsen for systemet. Ved å logge målingene ut fra PT100 elementet ($y_m(t)$), hvordan vil den avleste sprangresponsen i $y_m(t)$ se ut?

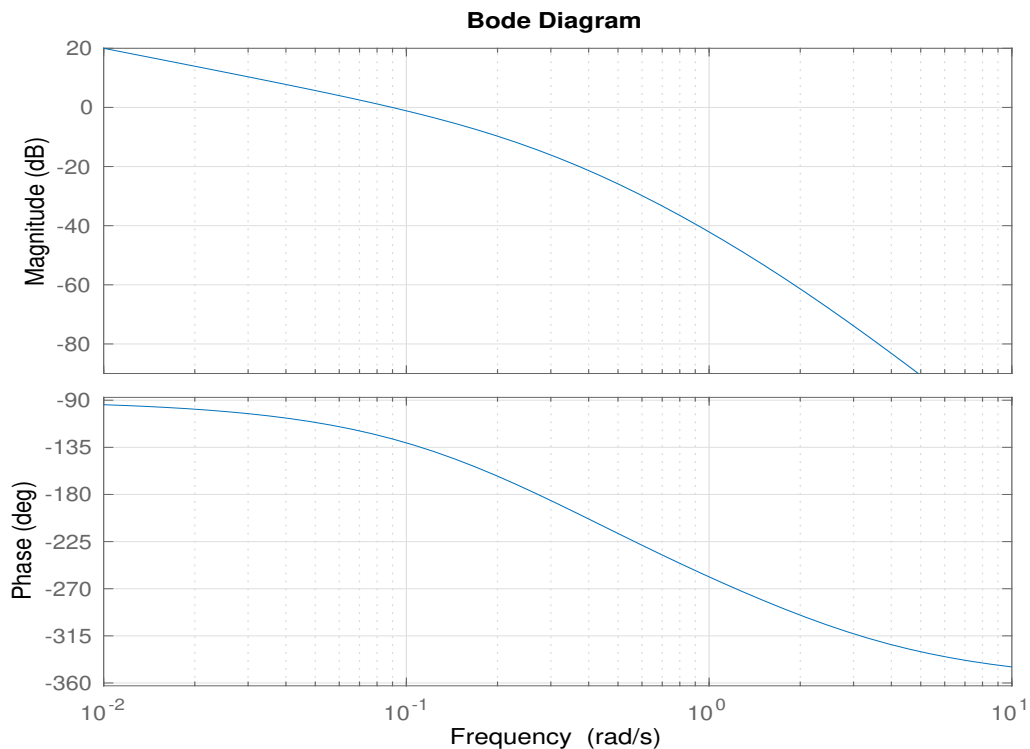
d) (5 %) En PI regulator er gitt ved transferfunksjonen:

$$H_r(s) = \frac{u(s)}{e(s)} = \frac{K_p(T_i s + 1)}{T_i s} \quad (3)$$

Hvordan ser pol-/nullpunkt-kartet ut for en PI-regulator?

Hva er stabilitetsegenskapene til en PI-regulator?

- e) (3 %) Bruk PI-regulatoren i ligning (3), måleinstrumentet fra deloppgave 2a) og $H_p(s)$ fra deloppgave 1c) til å finne sløyfetransferfunksjonen $H_0(s)$. Dersom du ikke har funnet $H_m(s)$ i deloppgave 2a), anta $H_m(s)=1$.
- f) (6 %) I figur 2 er Bodeplottet for $H_0(j\omega)$ med $K_p=0.1$ og $T_i=2$ vist. Benytt denne figuren til å finne forsterkningsmarginen ΔK og fasemarginen ψ til reguleringsystemet. Tegn inn på figuren gitt på side 9 og lever inn sammen med besvarelsen.

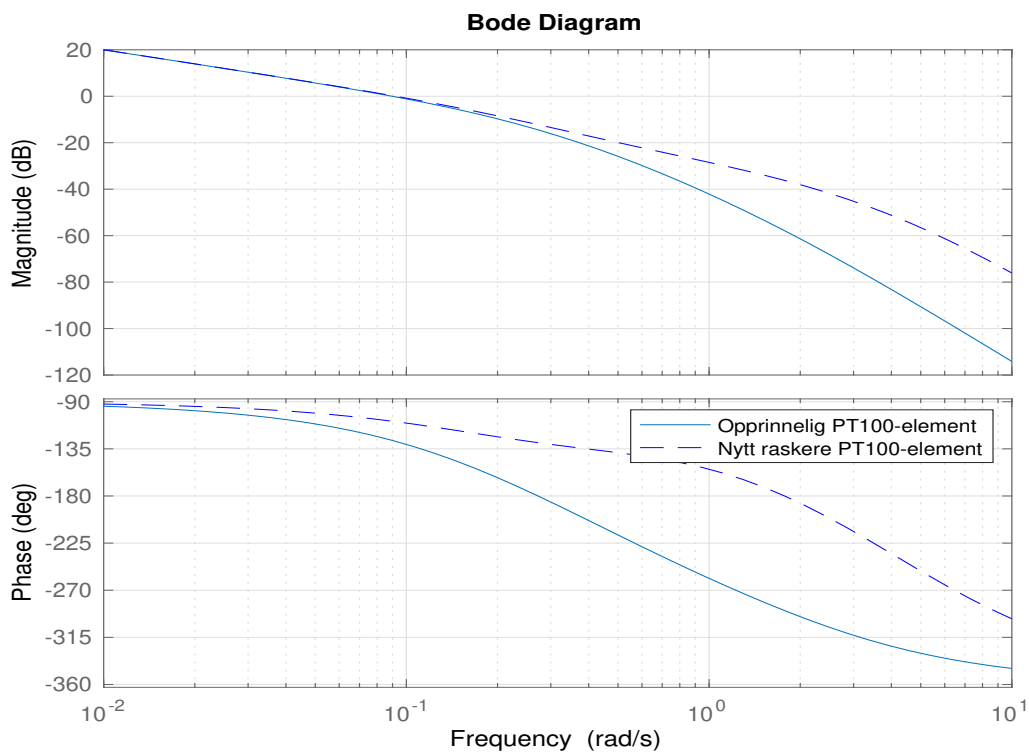


Figur 2: Bodeplot av sløyfetransferfunksjonen $H_0(j\omega)$ med $K_p = 0.1$ og $T_i = 2$. Det finnes en kopi av figuren på side 9.

- g) (5 %) En kollega av deg finner i skuffene sine et PT100 element med tynnere innkapsling. Det vil si at det har endel raskere dynamikk enn det som er vist i figur 1 (forsterkningen er den samme).

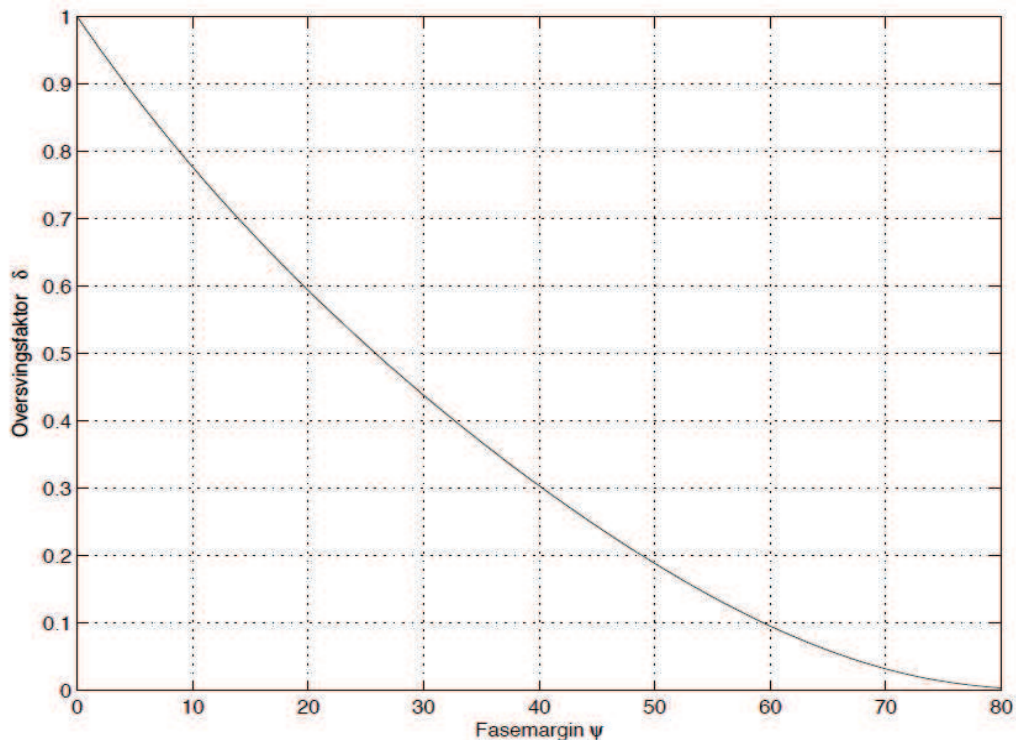
Ved å benytte dette nye måleinstrumentet blir Bodeplottet av $H_0(j\omega)$ som vist med stiplet kurve i figur 3 (regulatorparametrene er uendret).

Hvordan har det nye måleinstrumentet påvirket forsterkningsmarginen ΔK og fasemarginen ψ ?



Figur 3: Bodeplot av $H_0(j\omega)$ med opprinnelig tregt måleinstrument (heltrukken linje, tilsvarende figur 2) og nytt raskt måleinstrument (stiplet linje). Det finnes en kopi av figuren på side 10.

- h) (6 %) Ut fra kunnskap om hvordan et raskere måleinstrument vil påvirke $H_0(j\omega)$, gi en prinsipiell forklaring på det som observeres i figur 3. Bruk også figur 4 til å forklare hva dette betyr for dynamikken til reguleringsystemet når du bytter fra tregt til raskt måleinstrument (samtidig som du beholder regulatorparametrene).



Figur 4: Sammenheng mellom fasemargin ψ og oversvingsfaktor δ i $y(t)$ for reguleringsystemet.

- i) (5 %) Anta et enhetssprang i referansen $y_r(t)$. Skisser hvordan responsen i utgangen $y(t)$ ser ut
- for systemet med tregt måleinstrument,
 - og for systemet med raskt måleinstrument.
- j) (6 %) Med utgangspunkt i $H_0(j\omega)$ for det nye måleinstrumentet (stiplet linje) så ønsker vi å regulere utgangen etter følgende spesifikasjoner:
- 1) Forsterkningsmarginen skal være størst mulig
 - 2) Fasemarginen skal være mindre enn 45 grader

Benytt det stippled Bodeplottet av $H_0(j\omega)$ i figur 3 til å avgjøre hvor mye K_p må forsterkes/forminskes for å tilfredstille disse kravene.

Tegn inn på figuren gitt på side 10 og lever inn sammen med besvarelsen.

Opprinnelige regulatorparametre benyttet i figur 3 er $K_p=0.1$ og $T_i=2$. Hva blir verdien på den nye K_p ?

Formelsamling

- Løsning på annengradslikningen $a \cdot x^2 + b \cdot x + c = 0$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad (4)$$

- Et generelt 2-ordens system kan skrives som

$$H(s) = \frac{K}{\left(\frac{s}{\omega_0}\right)^2 + 2\frac{\zeta}{\omega_0}s + 1} \quad (5)$$

- Et komplekst tall z kan skrives på kartesisk form slik:

$$z = \operatorname{Re}(z) + j\operatorname{Im}(z) \quad (6)$$

eller på polar/eksponentiell form slik:

$$z = |z|e^{j\angle z} \quad (7)$$

- Sammenheng mellom kartesisk og polar/eksponentiell form er:

$$|z| = \sqrt{\operatorname{Re}(z)^2 + \operatorname{Im}(z)^2} \quad (8)$$

$$\angle z = \arctan \frac{\operatorname{Im}(z)}{\operatorname{Re}(z)} \quad (9)$$

- Sluttverditeorem

$$\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot f(s) \quad (10)$$

- Sammenheng mellom $M(s)$, $N(s)$ og $H_0(s)$

$$M(s) = \frac{H_0(s)}{1 + H_0(s)} = \frac{y(s)}{y_r(s)} \quad (11)$$

$$N(s) = \frac{1}{1 + H_0(s)} = \frac{e(s)}{y_r(s)} \quad (12)$$

- Oversvingsfaktoren for 2 ordens system:

$$\delta = \frac{y_{\max} - y_s}{y_s} \quad (13)$$

Egenskaper ved Laplacetransformasjonen

Tidsforsinkelse:

$$F(s)e^{-\tau s} \Longleftrightarrow f(t - \tau) \quad (14)$$

Derivasjon:

$$s^n F(s) - s^{n-1}f(0) - s^{n-2}\dot{f}(0) - \dots - \overset{(n-1)}{f}(0) \Longleftrightarrow \overset{(n)}{f}(t) \quad (15)$$

Med initialbetingelser lik null fås

$$s^n F(s) \Longleftrightarrow \overset{(n)}{f}(t) \quad (16)$$

Integrasjon:

$$\frac{1}{s}F(s) \Longleftrightarrow \int_0^t f(t)dt \quad (17)$$

Lineærkombinasjon:

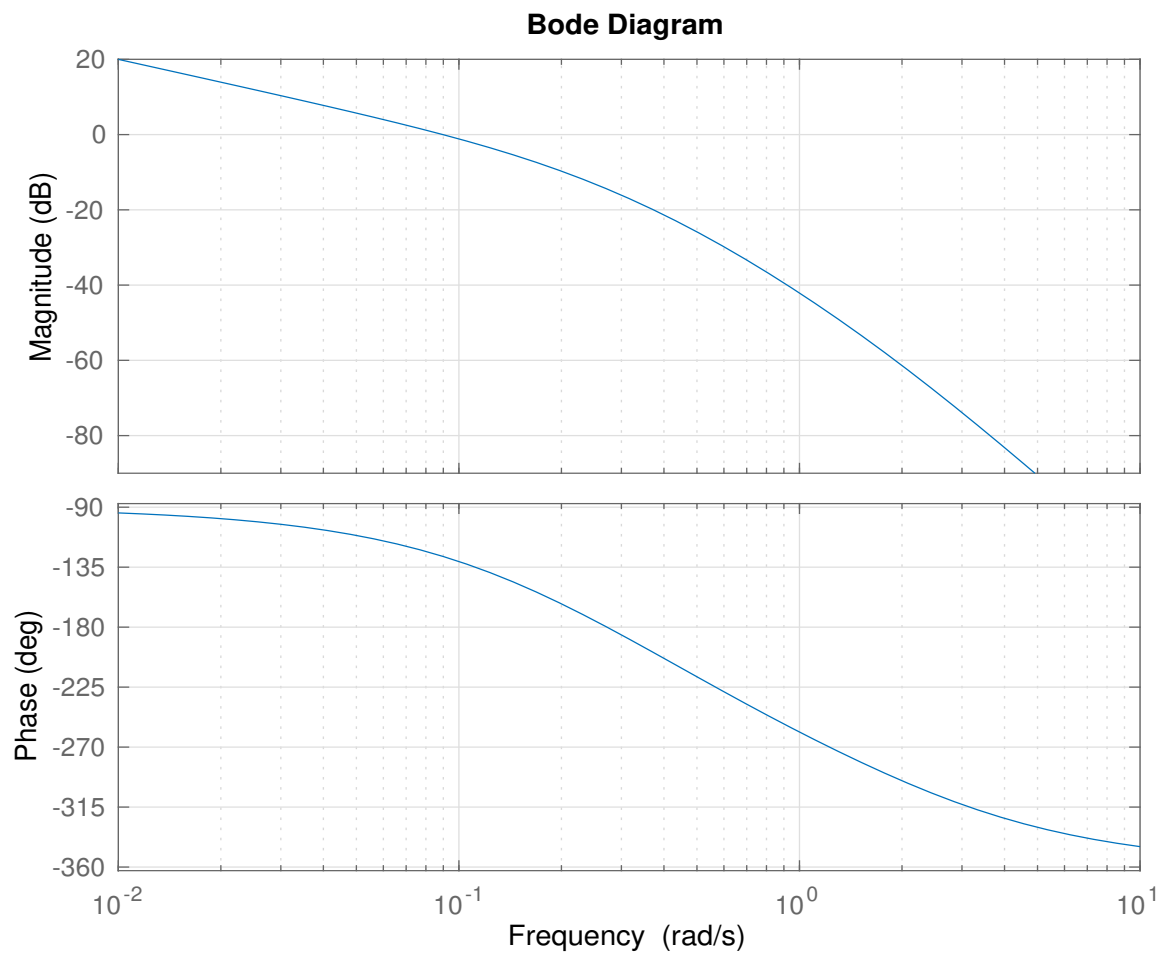
$$k_1 F_1(s) + k_2 F_2(s) \Longleftrightarrow k_1 f_1(t) + k_2 f_2(t) \quad (18)$$

Transformasjonspar:

$$F(s) = k \Longleftrightarrow f(t) = k\delta(t) \quad (\text{impuls med styrke } k) \quad (19)$$

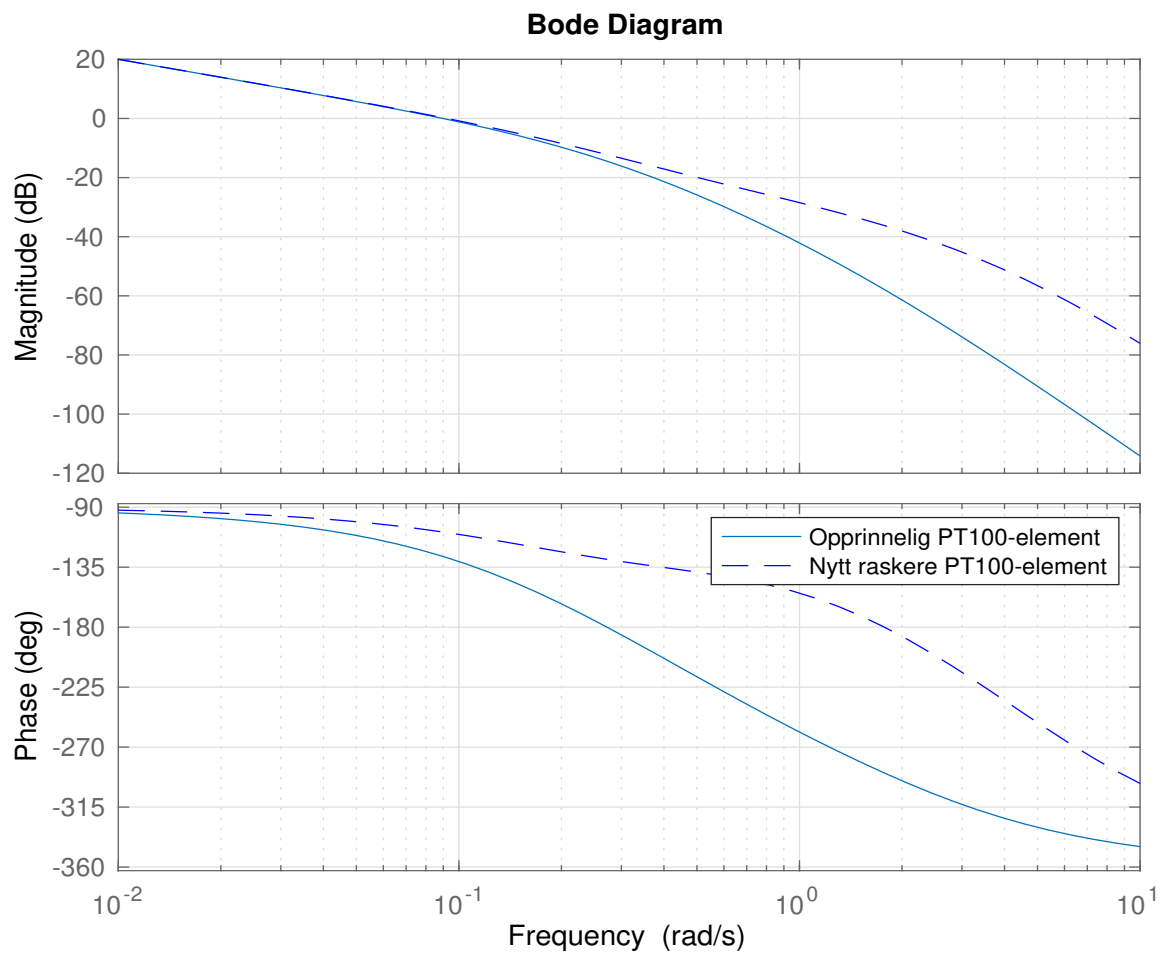
$$F(s) = \frac{k}{s} \Longleftrightarrow f(t) = k \quad (\text{sprang med høyde } k) \quad (20)$$

Fag: ELE320, Reguleringsteknikk
Dato: 9. mai 2019
Kandidatnr:
Sidenr:



Figur 5: Bodeplot av sløyfetransferfunksjonen $H_0(j\omega)$ i oppgave 2f).

Fag: ELE320, Reguleringsteknikk
Dato: 9. mai 2019
Kandidatnr:
Sidenr:



Figur 6: Bodeplot av $H_0(j\omega)$ fra oppgave 2g) med opprinnelig tregt måleinstrument (heltrukken linje, tilsvarer figur 2) og nytt raskt måleinstrument (stiplet linje).