

EKSAMEN I: BIE 240 Reguleringsteknikk

VARIGHET: 4 timer

TILLATTE HJELPEMIDLER: Bestemt enkel kalkulator

OPPGAVESETTET BESTÅR AV 2 OPPGAVER PÅ 5 SIDER

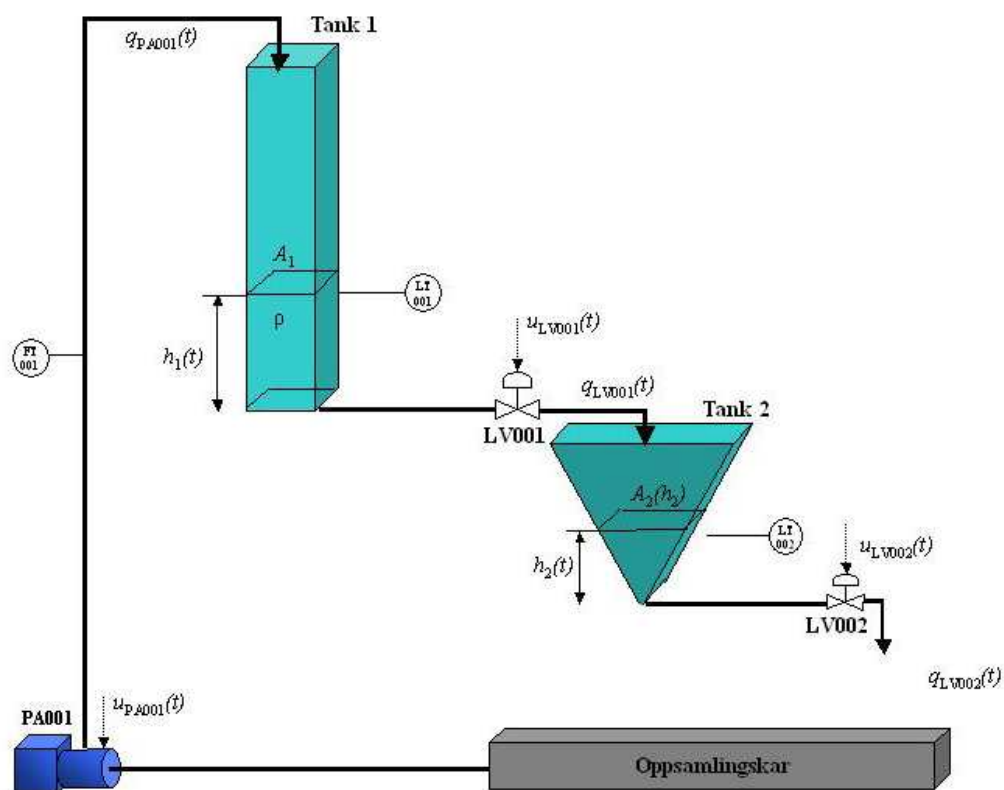
MERKNADER: Formelvedlegget er på 6.

Deloppgavene har lik vekt. Legg ved side 7 sammen med besvarelsen.

KONTAKTPERSON: Tormod Drengstig, E-423a, tlf. (518)32025/93885533.

1 Modellering av totank-anlegg

I denne oppgaven skal dere finne modellen til følgende (relativt kjente) prosess



Figur 1: Prinsippskisse av en totankprosess.

Volumstrømning gjennom ventilene (med linær ventilkarakteristikk) antar vi er gitt som

$$q(t) = K_v \cdot u(t) \cdot \sqrt{\Delta p(t)} \quad (1)$$

hvor

- K_v er ventilkonstanten $\left[\frac{\text{m}^3/\text{s}}{\sqrt{\text{Pa}}} \right]$
- $u(t)$ er ventilpådrag $[-]$
- $\Delta p(t)$ er trykkfallet over ventilen $[\text{Pa}]$
- $q(t)$ er volumstrøm $[\text{m}^3/\text{s}]$

For å forenkle litt, er benevningene på bl.a ventilkonstanter og trykkfall endret i forhold til det som dere kanskje husker fra lab. i faget.

Videre antar vi at sammenhengen mellom volumstrømmen gjennom pumpen og pumpepådraget er lineært som

$$q_{\text{PA001}}(t) = 0.01 \cdot u_{\text{PA001}}(t) \quad (2)$$

hvor

- $u_{\text{PA001}}(t)$ er pumpepådraget $[-]$
- $q_{\text{PA001}}(t)$ er volumstrøm $[\text{m}^3/\text{s}]$

Tank 2 har en konisk form (uten flat bunn), noe som gjør at tverrsnittsarealet varierer med væskehøyden.

Med utgangspunkt i figur 1, er det under gitt en oppsummering av notasjoner for tank 1 og tank 2.

<u>Navn</u>	<u>Beskrivelse</u>	<u>Verdi og enhet</u>
$h_1(t)$	Vannivået i tank 1 målt med LT001	m
A_1	Arealet til tank 1	0.02 m ²
ρ	Tettheten til vann	1000 kg/m ³
$q_{\text{PA001}}(t)$	Volumstrømmen fra pumpe PA001	m ³ /s
$u_{\text{PA001}}(t)$	Pådrag til pumpe PA001	-
$q_{\text{LV001}}(t)$	Volumstrømmen gjennom LV001	m ³ /s
$u_{\text{LV001}}(t)$	Pådrag til ventil LV001	-
$K_{v,\text{LV001}}$	Ventilkonstant for ventil LV001	0.0002 $\frac{\text{m}^3}{\text{s} \cdot \sqrt{\text{Pa}}}$
g	Tyngdens akselerasjon	10 m/s ²
$h_2(t)$	Vannivået i tank 2 målt med LT002	m
$A_2(h_2(t))$	Arealet til tank 2 (funksjon av $h_2(t)$)	m ²
$q_{\text{LV002}}(t)$	Volumstrømmen gjennom LV002	m ³ /s
$u_{\text{LV002}}(t)$	Pådrag til ventil LV002	-
$K_{v,\text{LV002}}$	Ventilkonstant for ventil LV002	0.0003 $\frac{\text{m}^3}{\text{s} \cdot \sqrt{\text{Pa}}}$

- a) Sett opp massebalansen for tank 1, gjør nødvendige antagelser og vis at differensiallikningen som beskriver høyden $h_1(t)$ i tank 1 kan beskrives ved:

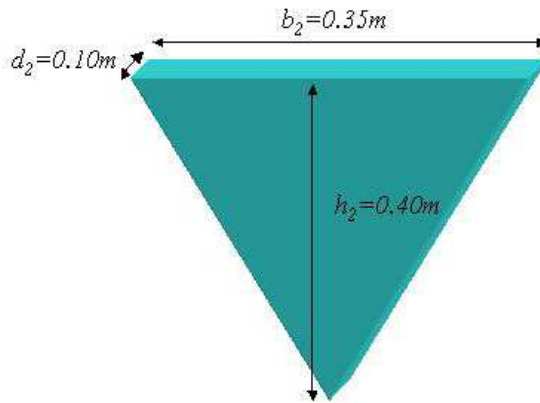
$$\frac{dh_1(t)}{dt} = \frac{1}{A_1} \left(0.01 \cdot u_{PA001}(t) - K_{v,LV001} \cdot u_{LV001}(t) \cdot \sqrt{\rho \cdot g \cdot h_1(t)} \right) \quad (3)$$

- b) Sett opp massebalansen for tank 2, gjør nødvendige antagelser og vis at differensiallikningen som beskriver høyden $h_2(t)$ i tank 2 kan beskrives ved:

$$\begin{aligned} \frac{dh_2(t)}{dt} = \frac{1}{A_2(h_2(t))} \cdot & \left(K_{v,LV001} \cdot u_{LV001}(t) \cdot \sqrt{\rho \cdot g \cdot h_1(t)} \right. \\ & \left. - K_{v,LV002} \cdot u_{LV002}(t) \cdot \sqrt{\rho \cdot g \cdot h_2(t)} \right) \end{aligned} \quad (4)$$

- c) Hva slags modell er dette (orden, linearitet)?

Ut fra følgende figur



Figur 2: Detaljer om tank 2.

vis at uttrykket for arealet $A_2(h_2(t))$ kan finnes som:

$$A(h_2(t)) = 0.0875 \cdot h_2(t) \quad (5)$$

- d) Vis hvordan du ville implementert modellen i Simulink, dvs. lag et matematisk blokkdiagram for hver av differensiallikningene (3) og (4), samt (5).
- e) Vi ønsker å operere høyden i tank 1 rundt $h_{1,A} = 0.6\text{m}$ og høyden i tank 2 rundt $h_{2,A} = 0.25\text{m}$ ved en pumpepådrag (forstyrrelse) på $u_{PA001,A} = 0.7$. Bestem størrelsene på de stasjonære ventilpådragene $u_{LV001,A}$ og $u_{LV002,A}$.
- f) Lineariser differensiallikningen for høyden i tank 1, dvs ligning (3), omkring arbeidspunktet.

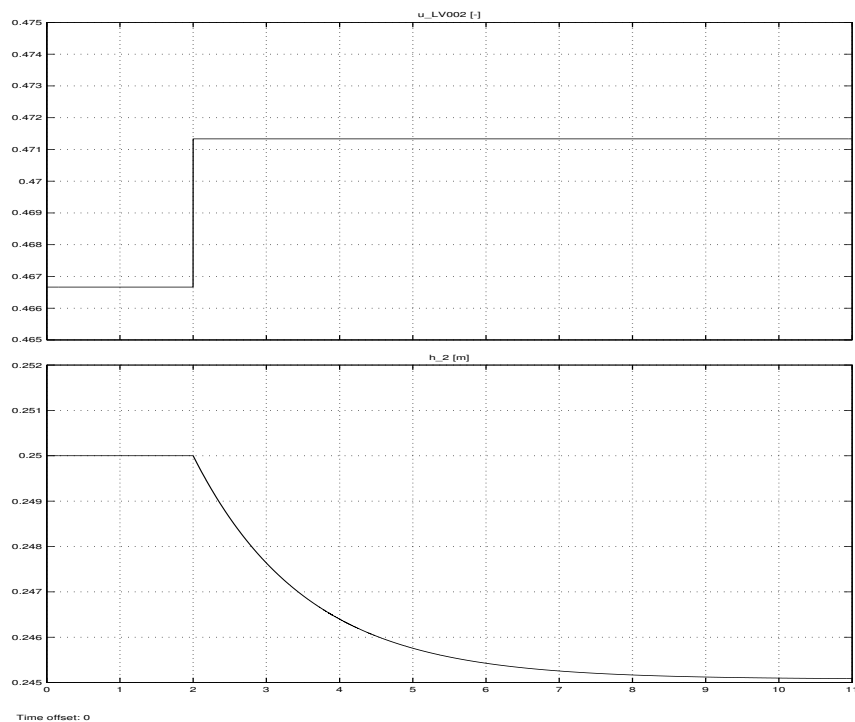
g) Sett inn verdier i den lineariserte modellen og vis at transferfunksjonen

$$H_{p,1}(s) = \frac{y(s)}{u(s)} = \frac{\Delta h_1(s)}{\Delta u_{LV001}(s)} = \frac{-2.656}{3.43s + 1} \quad (6)$$

h) For å finne

$$H_{p,2}(s) = \frac{\Delta h_2(s)}{\Delta u_{LV002}(s)} \quad (7)$$

skal dere ikke linearisere som i forrige oppgave, men dere skal identifisere transferfunksjonen ut fra følgende sprangrespons omkring arbeidspunktet



Figur 3: Respons i $h_2(t)$ ved sprang i $u_{LV002}(t)$.

Sprangets høyde er 1% av arbeidspunktet dere har funnet. Ut fra figur 3, bestem $H_{p,2}(s)$.

2 Regulering

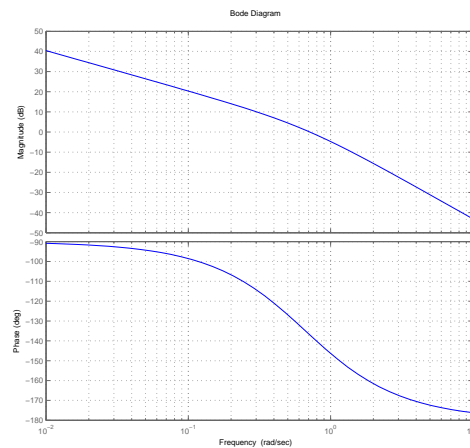
Målet vårt er å regulere nivået $h_1(t)$ i tank 1 vha ventiltådraget $u_{LV001}(t)$ og nivået $h_2(t)$ i tank 2 vha ventiltådraget $u_{LV002}(t)$. Pumpepådretet $u_{PA001}(t)$ betraktes som en forstyrrelse.

- a) Før vi bestemmer regulatorparametre, skal dere analysere reguleringsystemene. Anta at begge nivåmålerne har en båndbredde på 2 rad/sekund og en forsterkning på 1. Finn først $H_m(s)$ for nivåmålerne.

Dere skal benytte PI-regulatorer på begge nivåene. Vis at transferfunksjonen til en PI-regulator er

$$H_r(s) = \frac{K_p(T_i s + 1)}{T_i s} \quad (8)$$

- b) For tank 1 skal du bestemme regulatorparametre ut fra polplasseringsmetoden, alternativt pol-kanselleringsmetoden. Formler for disse er gitt i vedlegg. Velg selv hvordan du vil spesifisere reguleringsystemets oppførsel, og bestem deretter K_p og T_i . Husk at du bør velge en fornuftig spesifisering, sett i forhold til selve prosessen, på reguleringsystemets oppførsel.
- c) For tank 2, finn først et uttrykk for sløyfettransferfunksjonen $H_0(s)$ for reguleringsystemet. I figuren under er frekvensresponsen til $H_0(j\omega)$ tegnet opp med $K_p = -2$ og $T_i = 2$ (samme figur er på siste side)



Figur 4: Bodeplot av $H_0(j\omega)$ for tank 2.

Hva er forsterkningsmarginen ΔK og fasemarginen ϕ til systemet? Avmerk på figuren på siste side og lever med besvarelsen.

- d) Vi ønsker en fasemargin på $\phi = 30$ grader. Hva blir ny regulatorforsterkning K_p for å oppnå denne spesifikasjonen?

Formelsamling

- Polplassering for 1 ordens system (PI-regulator):

$$K_p = \frac{2\zeta w_0 T - 1}{K} \quad (9)$$

$$T_i = \frac{2\zeta w_0 T - 1}{w_0^2 T} \quad (10)$$

- Pol-nullpunktkansellering 1 ordens system (PI-regulator):

$$K_p = \frac{T}{T_M \cdot K} \quad (11)$$

$$T_i = T \quad (12)$$

- Løsning på annengradslikningen $a \cdot x^2 + b \cdot x + c = 0$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad (13)$$

- Et generelt 2-ordens system kan skrives som

$$H(s) = \frac{K}{(\frac{s}{\omega_0})^2 + 2\frac{\zeta}{\omega_0}s + 1} \quad (14)$$

- Et komplekst tall z kan skrives på kartesisk form slik:

$$z = \text{Re}(z) + j\text{Im}(z) \quad (15)$$

eller på polar form slik:

$$z = |z|e^{j\angle z} \quad (16)$$

- Sammenheng mellom kartesisk og polar form er:

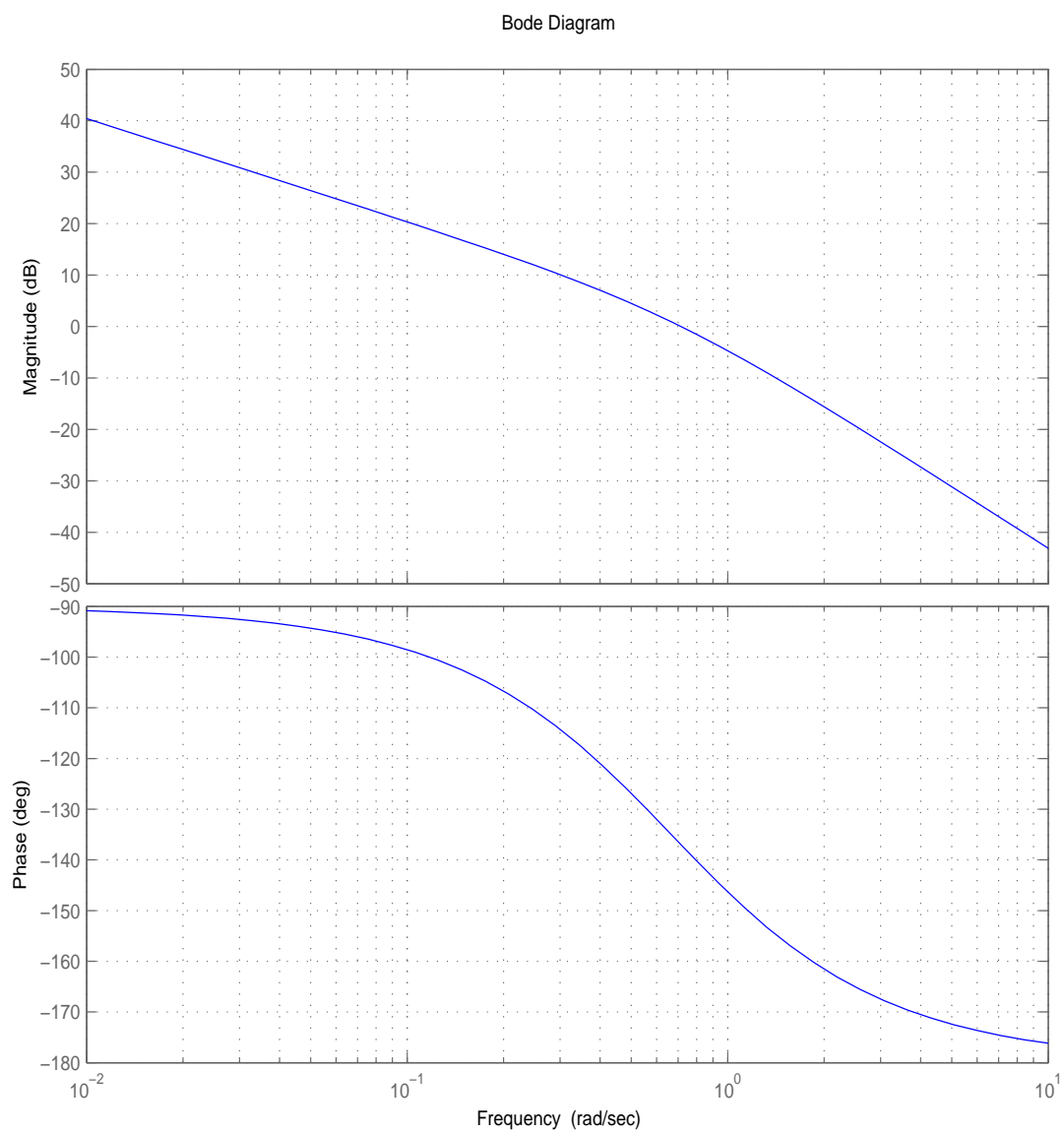
$$|z| = \sqrt{\text{Re}(z)^2 + \text{Im}(z)^2} \quad (17)$$

$$\angle z = \arctan \frac{\text{Im}(z)}{\text{Re}(z)} \quad (18)$$

- Sluttverditeorem

$$\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot f(s) \quad (19)$$

Fag: BIE240, Reguleringsteknikk
Dato: 17. februar 2011
Kandidatnr:
Sidenr:



Figur 5: Bodeplot av sløyfetransferfunksjonen $H_0(j\omega)$ til tank 2.