DET TEKNISK - NATURVITENSKAPELIGE FAKULTET

EKSAMEN I: ELE320 Reguleringsteknikk

DATO: 23. november 2017

VARIGHET: 4 timer

TILLATTE HJELPEMIDLER: Bestemt enkel kalkulator

OPPGAVESETTET BESTÅR AV 2 OPPGAVER PÅ 6 SIDER

MERKNADER:
- Formelvedlegget er på side 7 og 8.
- Deloppgavene har ulik vekt.
- Figur side 9 skal leveres inn som en del av besvarelsen.

FORELESER: Tormod Drengstig

TELEFON: 906 11 033

---

1 Analyse av en prosess $H_p(s)$ (50%)

En prosess er beskrevet ved transferfunksjonen

$$H_p(s) = \frac{y(s)}{u(s)} = \frac{6}{2s^2 + 2s + 3} \tag{1}$$

a) (2%) Bestem polene til systemet.

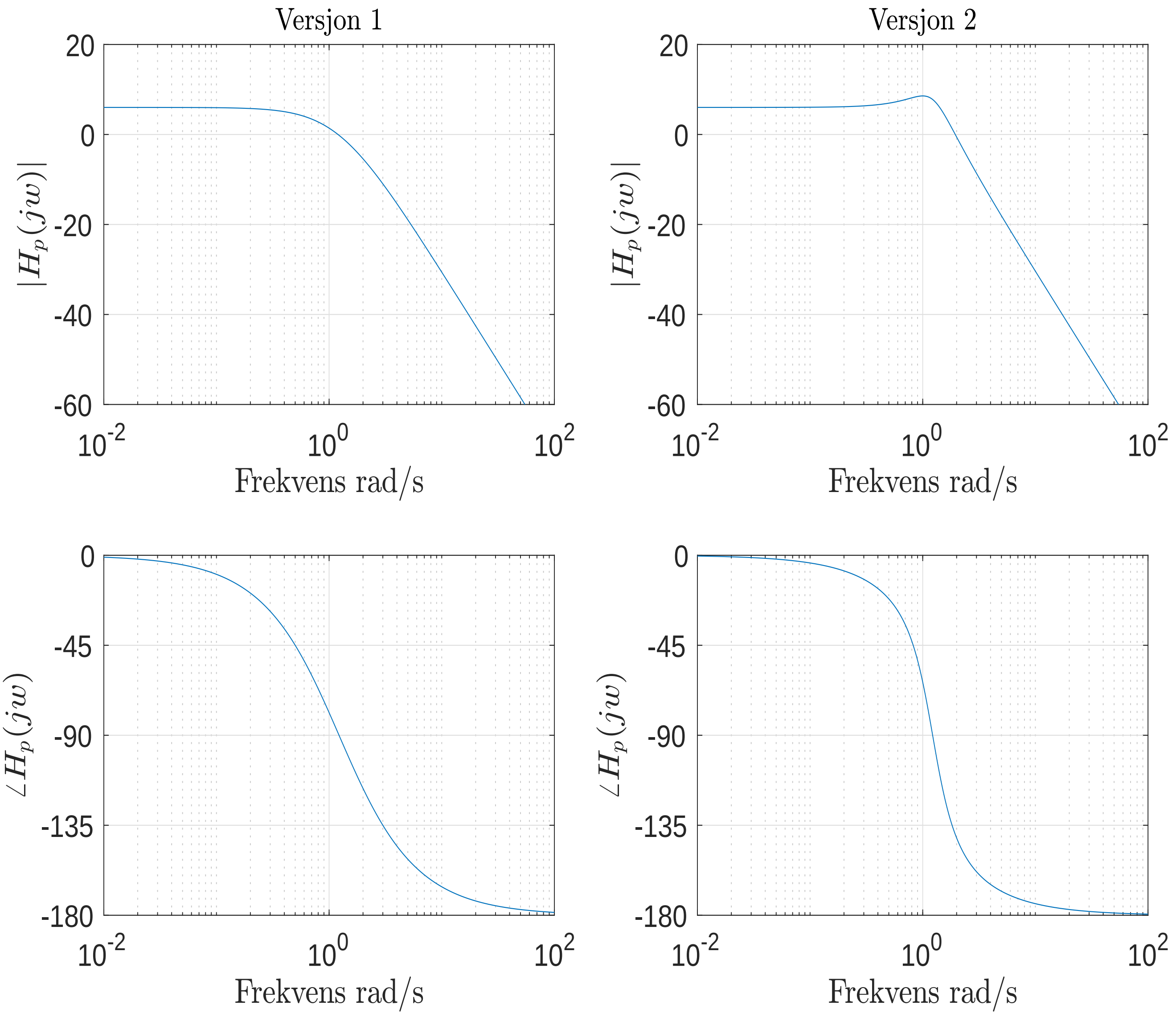
b) (2 %) Er systemet marginalt stabilt, ustabilt eller asymptotisk stabilt. Begrunn svaret.

c) (3 %) Finn ω_0 og ζ.

d) (2 %) Er systemet underdempet, overdempet eller kritisk dempet system? Begrunn svaret.

e) (5 %) Skisser asympototiske forsterknings- og fasediagram prosessen i ligning (1). Indiker de viktigste verdiene som er relatert til transferfunksjonen.

f) (3 %) I figur 1 er det vist 2 forskjellige Bodeplot. Hvilken av disse (versjon 1 til venstre eller versjon 2 til høyre) hører til prosessen i ligning (1)? Begrunn svaret.



Figur 1: Forskjellige Bodeplott.

g) (6 %) La pådraget være en **sinusfunksjon** $u(t) = 0.65 \cdot \sin(0.8t)$. Benytt figuren du mener er riktig i figur 1 til å finne et uttrykk for utgangssignalet $y(t)$? Dersom du ikke vet hvilken figur som er riktig, bare velg én og vis prinsippet.

h) (5 %) Finn et uttrykk for prosessens frekvensrespons, dvs. amplitudeforsterkning $|H_p(j\omega)|$ og faseforskyvning $\angle H_p(j\omega)$.

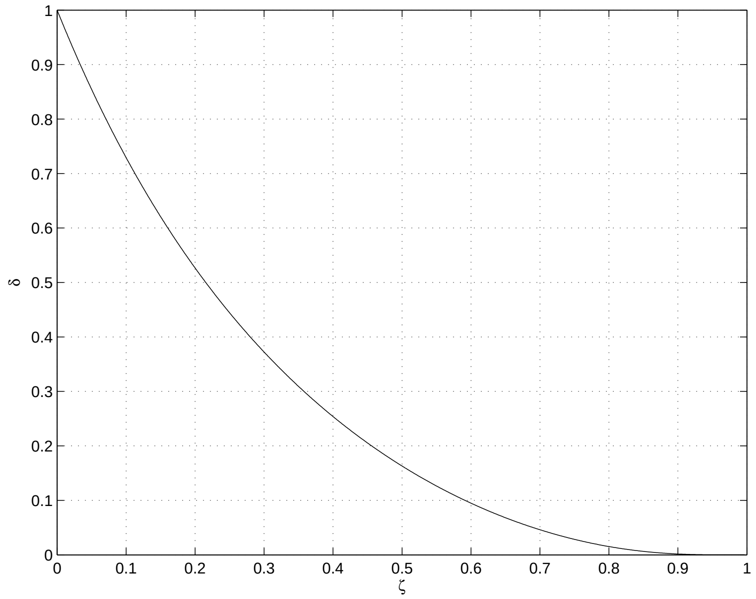
i) (5 %) La pådraget fortsatt være en **sinusfunksjon** $u(t) = 0.65 \cdot \sin(0.8t)$ (som i oppgave g)). Benytt nå uttrykkene du fant i oppgave h) til å finne utgangssignalet $y(t)$ (bør bli noenlunde det samme som svaret ditt i oppgave g)).

j) (4 %) Skisser $u(t)$ og $y(t)$ i samme diagram. Ta med så mange detaljer som mulig.

k) (2 %) Hva er båndbredden w_b til prosessen (sånn omtrentlig)?

l) (3 %) Hva menes med båndbredden til et system? Forklar med ord hva du kan forstå ut fra denne verdien.

m) (3 %) Anta i de videre deloppgavene at $u(t)$ nå er et **enhetssprang**. Hvis du mener responsen i $y(t)$ har oversving, benytt figur 2 og formler i vedlegg til å finne maksimalverdi $y_{\max}$ på responsen i $y(t)$.



Figur 2: Sammenheng mellom relativ dempingsfaktor ζ og oversvingsfaktoren δ.

n) (2 %) Finn deretter et estimat for responstiden T_r.

o) (3 %) Benytt informasjonen i de 2 forrige deloppgavene over til å skissere sprangresponsen relativt detaljert. Ta med så mange detaljer som mulig.

2 Regulering av prosessen $H_p(s)$ (50%)

a) (3 %) Vi skal nå designe et reguleringssystem for systemet. Til dette trenger vi et måleinstrument og regulator. Anta at måleinstrumentet har forsterkning K_m=2, båndbredde w_b=0.5 rad/sekund, og at amplitudekarakteristikken $|H_m(j\omega)|$ faller med 20dB/dek ved høye frekvenser.

   Finn $H_m(s)$.

b) (3 %) Finn transferfunksjonen $H_r(s)=\frac{u(s)}{e(s)}$ til en PI regulator ut fra tidsuttrykket gitt som (formler er gitt i vedlegg)

$$u(t) = K_p e(t) + \frac{K_p}{T_i}\int_0^t e(\tau)d\tau \tag{2}$$

c) (3 %) Hvordan ser pol-/nullpunktkartet ut for en PI-regulator?

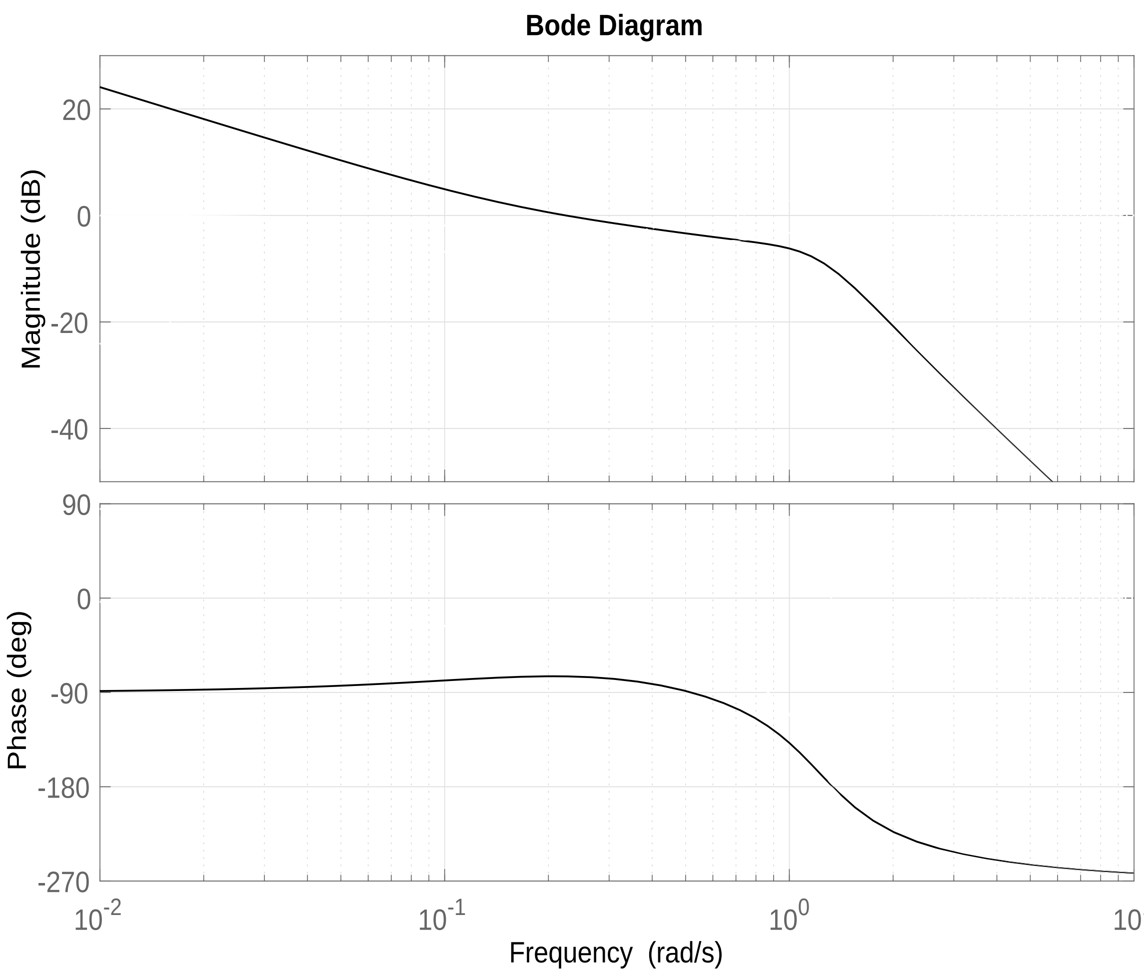
d) (3 %) Finn deretter sløyfetransferfunksjonen $H_0(s)$. Dersom du ikke har funnet $H_m(s)$ og $H_r(s)$ deloppgavene a) og b), anta $H_m(s)$=K_m og regulatoren som en P-regulator $H_r(s)$=K_p.

e) (6 %) Benytt formlene i vedlegg til å finne det stasjonære reguleringsavviket ved et enhetssprang i referansen $y_r(t)$. Bruk den samme regulatoren som du anvendte i deloppgave d).

f) (5 %) I figur 3 er Bodeplottet for $H_0(j\omega)$ (med PI-regulator) vist.

   Ut fra visuell betraktning av Bodeplottet, forklar med ord hvordan du kan se hvilke standard transferfunksjoner $H_0(j\omega)$ består av (typer og orden).

g) (5 %) Benytt figur 3 til å finne forsterkningsmarginen ΔK og fasemarginen ϕ til reguleringssystemet. Tegn inn på figuren gitt på side 9 og lever inn sammen med besvarelsen.



Figur 3: Bodeplot av sløyfetransferfunksjonen $H_0(j\omega)$ med $K_p = 0.3$ og $T_i = 5$. Det finnes en kopi av figuren på side 9.

h) (8 %) Anta at vi ønsker å regulere utgangen etter følgende spesifikasjoner:

1) Forsterkningsmarginen skal være størst mulig
2) Fasemarginen skal være mindre enn 45 grader

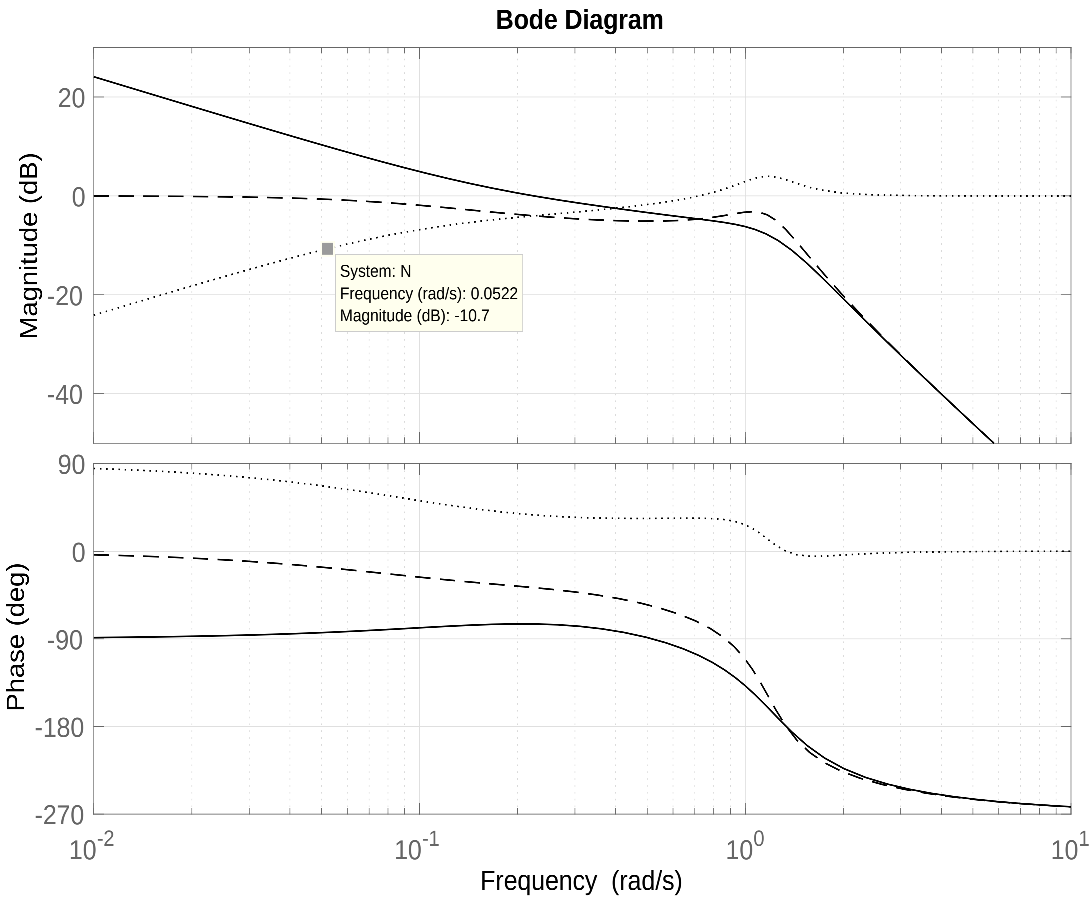
Benytt Bodeplottet av $H_0(j\omega)$ i figur 3 til å avgjøre hvor mye K_p må forsterkes/forminskes for å tilfredstille disse kravene.

Opprinnelige regulatorparametre benyttet i figur 3 er K_p=0.3 og T_i=5.

Skisser om ønskelig i samme figur som du leverer inn (figur 5, side 9).

Hva blir verdien på den nye K_p?

i) (2 %) I figur 4 er Bodeplottet av $H_0(s)$, $M(s)$ og $N(s)$ vist. Hvordan kan du fra denne figuren si noe om hva det stasjonære reguleringssavviket vil bli?



Figur 4: Bodeplot av $H_0(s)$, $M(s)$ og $N(s)$.

j) (6 %) Som du ser er $|N(j\omega)| = -10.7$ dB ved frekvensen w=0.0522 rad/sek. Vis med utgangspunkt i dette hvordan reguleringsavviket $e(t)$ typisk ser ut når referansen $y_r(t)$ varierer med frekvensen w=0.0522 rad/sekund med en amplitude på 1 (ta hensyn til fasen også). Forstyrrelsen er konstant. Vis samtidig i en annen figur hvordan $y_r(t)$ og $y(t)$ ser ut.

k) (6 %) Vis med samme utgangspunkt som i oppgave j) hvordan reguleringsavviket $e(t)$ ser ut når referansen er konstant og forstyrrelsen $v(t)$ varierer med frekvensen w=0.0522 rad/sek med en amplitude på 1 og regulatoren skifter fra auto til manuell midt i simuleringen. Dette er altså den andre tolkningen av $N(s)$.

Formelsamling

- Løsning på annengradsligningen $a \cdot x^2 + b \cdot x + c = 0$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \tag{3}$$

- Et generelt 2-ordens system kan skrives som

$$H(s) = \frac{K}{(\frac{s}{\omega_0})^2 + 2\frac{\zeta}{\omega_0}s + 1} \tag{4}$$

- Et komplekst tall z kan skrives på kartesisk form slik:

$$z = \mathrm{Re}(z) + j\mathrm{Im}(z) \tag{5}$$

eller på polar/eksponentiell form slik:

$$z = |z|e^{j\angle z} \tag{6}$$

- Sammenheng mellom kartesisk og polar/eksponentiell form er:

$$|z| = \sqrt{\mathrm{Re}(z)^2 + \mathrm{Im}(z)^2} \tag{7}$$

$$\angle z = \arctan\frac{\mathrm{Im(z)}}{\mathrm{Re(z)}} \tag{8}$$

- Sluttverditeorem

$$\lim_{t\to\infty} f(t) = \lim_{s\to 0} s \cdot f(s) \tag{9}$$

- Sammenheng mellom $M(s)$, $N(s)$ og $H_0(s)$

$$M(s) = \frac{H_0(s)}{1 + H_0(s)} = \frac{y(s)}{y_r(s)} \tag{10}$$

$$N(s) = \frac{1}{1 + H_0(s)} = \frac{e(s)}{y_r(s)} \tag{11}$$

- Oversvingsfaktoren for 2 ordens system:

$$\delta = \frac{y_{max} - y_s}{y_s} \tag{12}$$

Egenskaper ved Laplacetransformasjonen

Tidsforsinkelse:

$$F(s)e^{-\tau s} \Longleftrightarrow f(t-\tau) \tag{13}$$

Derivasjon:

$$s^nF(s) - s^{n-1}f(0) - s^{n-2}\dot{f}(0) - ... - \overset{(n-1)}{f}(0) \Longleftrightarrow \overset{(n)}{f}(t) \tag{14}$$

Med initialbetingelser lik null fås

$$s^nF(s) \Longleftrightarrow \overset{(n)}{f}(t) \tag{15}$$

Integrasjon:

$$\frac{1}{s}F(s) \Longleftrightarrow \int_0^t f(t)dt \tag{16}$$

Lineærkombinasjon:

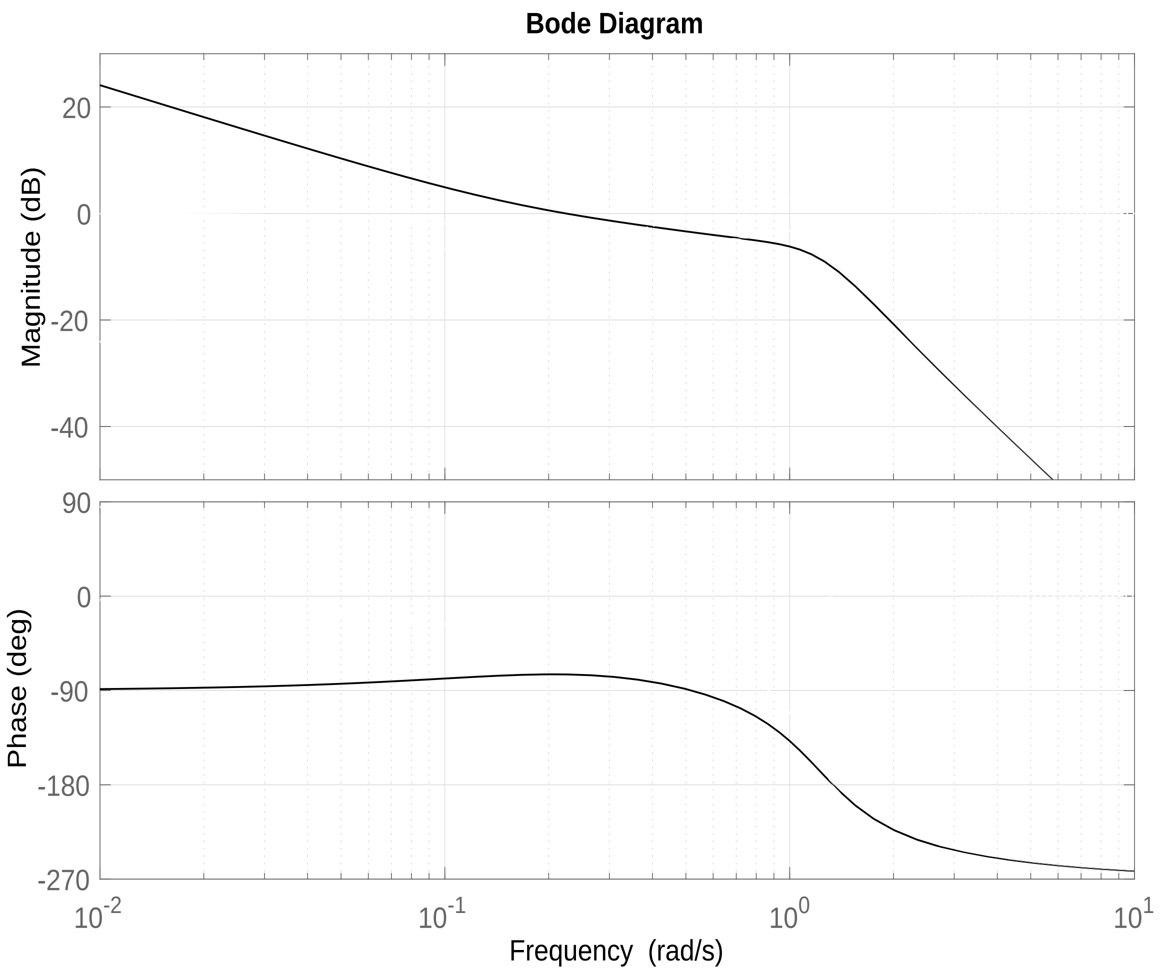
$$k_1F_1(s) + k_2F_2(s) \Longleftrightarrow k_1f_1(t) + k_2f_2(t) \tag{17}$$

Transformasjonspar:

$$F(s) = k \Longleftrightarrow f(t) = k\delta(t) \qquad \text{(impuls med styrke } k) \tag{18}$$

$$F(s) = \frac{k}{s} \Longleftrightarrow f(t) = k \qquad \text{(sprang med høyde } k) \tag{19}$$

Fag: ELE320, Reguleringsteknikk
Dato: 23. november 2017
Kandidatnr:
Sidenr:



Figur 5: Bodeplot av sløyfetransferfunksjonen $H_0(j\omega)$ i oppgave 2g).