DATO: 17. februar 2004

EKSAMEN I: TE 179 Reguleringsteknikk 1

VARIGHET: 4 timer

TILLATTE HJELPEMIDLER: Kalkulator

OPPGAVESETTET BESTÅR AV 3 OPPGAVER PÅ 5 SIDER

MERKNADER: Formelvedlegget er fra side 6 t.o.m side 8.
Side 9 skal leveres inn som en del av oppgaven.
Deloppgavene har lik vekt.

KONTAKTPERSON: Tormod Drengstig, E-423a, tlf. (518)32025/93885533.

Oppgave 1

En prosess er beskrevet ved transferfunksjonen

$$\frac{y(s)}{u(s)} = h(s) = \frac{2(s+2)}{s^2+5s+3} \tag{1}$$

a) Finn et uttrykk for prosessens frekvensrespons, dvs. amplitudeforsterkning $|h(j\omega)|$ og faseforskyvning $\angle h(j\omega)$.

b) Bestem polene til systemet og benytt dette til å bestemme stabilitetsegenskapene til systemet (marginalt stabilt, ustabilt, asymptotisk stabilt). Bestem også ω_0 og ζ. Er dette et underdempet, overdempet eller kritisk dempet system? Husk at nevneren i transferfunksjonen $h(s)$ generelt kan skrives som

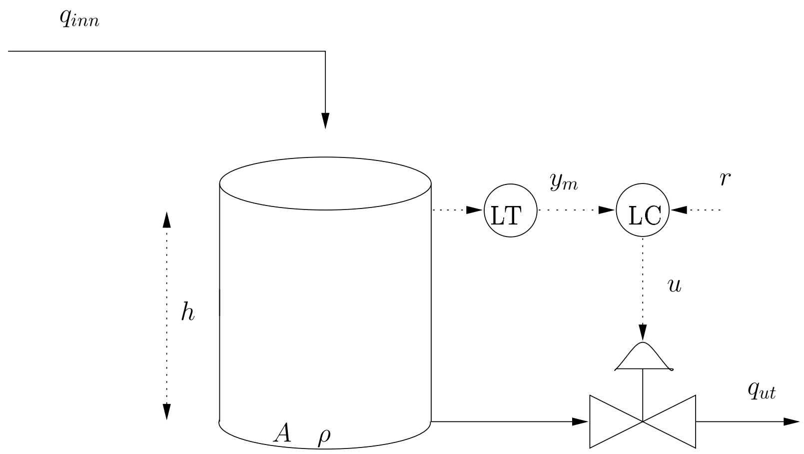
$$h(s) = \frac{K}{(\frac{s}{\omega_0})^2 + 2s\frac{\zeta}{\omega_0} + 1} \tag{2}$$

c) Skisser asymptotiske amplitude-fase-frekvens karakteristikker (asymptotisk Bode-diagram) for $h(s)$.

d) La pådraget være en **sinusfunksjon** $u(t) = 0.5\sin(t)$. Hvordan blir uttrykket for utgangssignalet? Grovskisser $u(t)$ og $y(t)$ i samme diagram.

Oppgave 2

Figur 1 viser et nivåreguleringssystem for en åpen tank hvor $y = h$.



Figur 1: Skjematisk figur av tankprosess med regulator og måleelement

For enkelhets skyld antar vi at målesignalet y_m har enheten meter, selv om det i virkeligheten vil være et strøm- eller spenningssignal.

Transferfunksjonen til måleinstrumentet (LT) er

$$h_m(s) = \frac{1}{5s+1} \tag{3}$$

Regulatoren er foreløpig en ren P-regulator

$$u = K_p(r - y) = K_p e \tag{4}$$

Volumstømmen av væske ut av tanken gjennom ventilen kan modelleres som

$$q_{ut} = K_u \cdot u = C_v \sqrt{\Delta p} \cdot u = C_v \sqrt{p_2 - p_1} \cdot u \tag{5}$$

hvor p_2 er trykket i bunn av tanken (dvs. atmosfæretrykk + væsketrykk), og p_1 er trykket nedstrøms ventilen. Anta at p_1 er lik atmosfæretrykket.

En oppsummering av notasjoner som brukes her er gitt under:

q_{inn}	: volumestrøm inn [m^3/s]
q_{ut}	: volumestrøm ut [m^3/s]
LT	: Level Transmitter (måletransmitter)
LC	: Level Controller (regulator)
y_m	: målt høyde i tank [m]
r	: referansehøyde [m]
h	: høyde i tank [m]
u	: pådrag til ventil [ ]
ρ	: tetthet av væsken [kg/m^3]
p_2	: trykk i bunn av tank [Pa]
p_1	: trykk nedstrøms ventil [Pa]
C_v	: ventilkapasitet [m^3/(s$\sqrt{\text{Pa}}$)]
A	: Areal i bunn av tank [m^2]

a) Skriv ned hvilke antagelser som må gjøres og vis at differensiallikningen som beskriver høyden i tanken er gitt ved:

$$A\frac{dh}{dt} = q_{inn} - C_v\sqrt{\rho g h}\cdot u \tag{6}$$

b) Tegn et matematisk blokkdiagram av (6). Inkluder deretter regulatorblokken samt tilbakekopling med måle-element (tegn dette som $h_m(s)$) slik at vi får et komplett blokkskjema av reguleringssystemet. La utgangen fra blokkskjemaet være $y = h$.

c) Lineariser modellen i (6) omkring arbeidspunktet $h_A = 4\text{m}$ og $u_A = 0.2$ (tilsvarer 20% åpning) og sett inn følgende verdier:

- $\rho = 810\text{kg/m}^3$
- $A = 5\text{m}^2$
- $g = 10\text{m/s}^2$
- $C_v = 30\ \text{m}^3/(\text{s}\sqrt{\text{Pa}})$

Sett deretter $\Delta h = \Delta y$ og $\Delta q_{inn} = \Delta v$ og vis at transferfunksjonen $h_p(s)$ fra Δu til Δy er

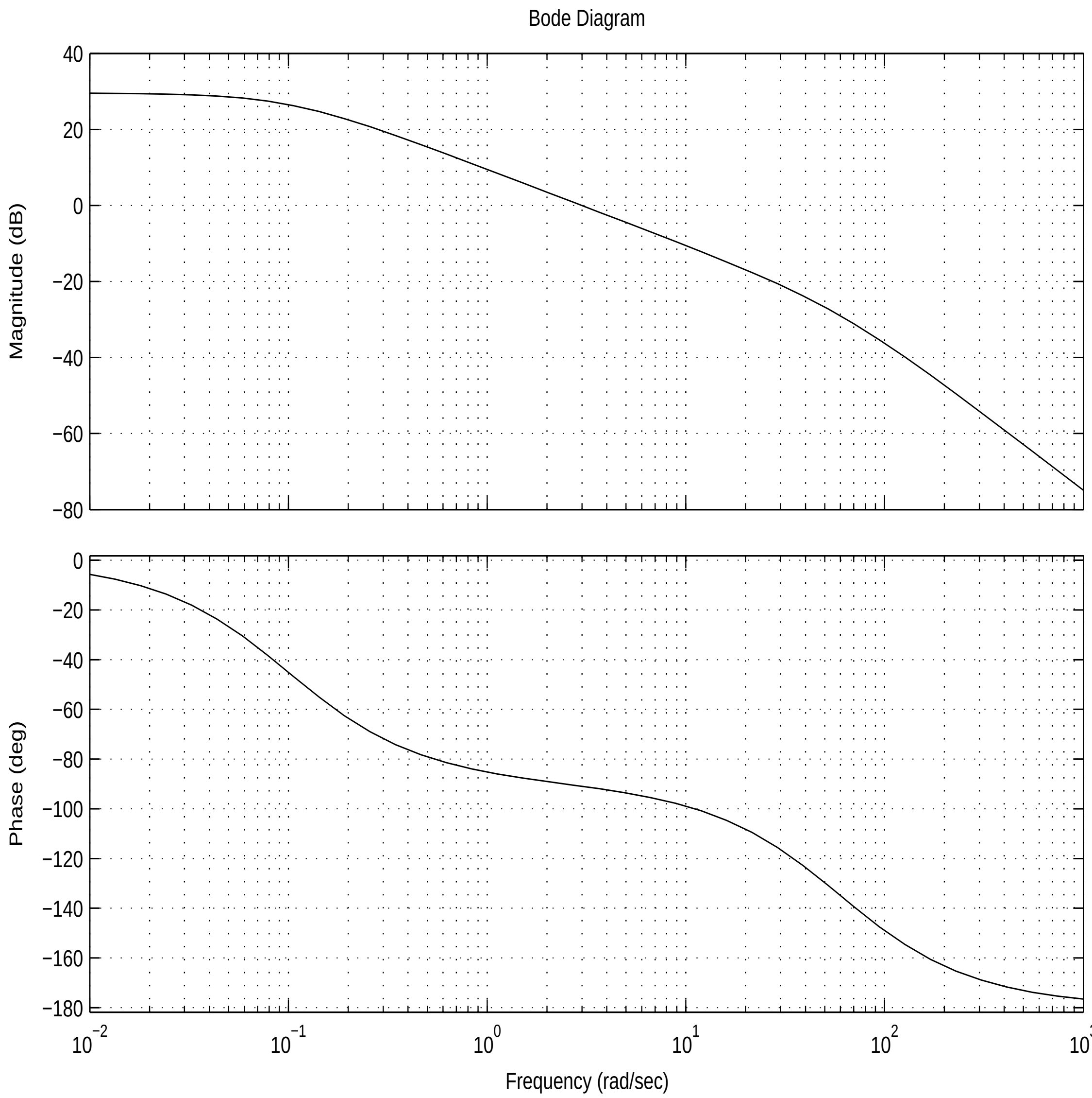
$$h_p(s) = \frac{\Delta y}{\Delta u} = \frac{-1080}{s+27} \tag{7}$$

d) Finn transferfunksjonene $h_0(s)$, $M(s)$ og $N(s)$.

e) I figur 2 er Bodeplottet for $h_0(j\omega)$ med $K_p = -1$ vist. Bestem hvor mye denne K_p må forsterkes for at vi skal få en fasemargin på 50°. Tegn inn på figur 3 og lever inn med besvarelsen.

Hva er forsterkningsmarginen til systemet?

For hvilke frekvensområder er regulering effektiv (gir god ytelse)?



Figur 2: Bodeplot av sløyfetransferfunksjonen $h_0(j\omega)$. Det finnes en kopi av figuren på side 9.

f) Erstatt P-regulatoren med en PI-regulator.

$$h_r(s) = \frac{K_p(1 + T_i s)}{T_i s} \tag{8}$$

Beregn ny $h_0(s)$ og $N(s)$ og vis at det stasjonære avviket er null ved et enhetssprang i referansen. Tips: $N(s) = \frac{e(s)}{r(s)}$

g) Forklar hvorfor regulatoren må ha reversvirkning, dvs. negativ K_p.

Oppgave 3

Disse deloppgavene inneholder 2 spørsmål hver.

a) Hvilken innvirkning har en ren tidsforsinkelse på systemets amplitude- og fasekarakteristikk? Illustrer gjerne en prinsipiell skisse av AFF diagrammet.

Forklar deretter med ord hva du forstår med et systems impulsrespons.

b) Er det en sammenheng mellom sprangrespons og frekvensrespons? Begrunn svaret.

Forklar deretter med ord hvorfor en ren P-regulator i mange tilfeller gir reguleringsavvik. Hvorfor vil det hjelpe å inkludere integralvirkning?

Formelsamling

Et generelt 2-ordens system kan skrives som

$$h(s) = \frac{K}{(\frac{s}{\omega_0})^2 + 2s\frac{\zeta}{\omega_0} + 1} \tag{9}$$

<u>Linearisering:</u>

Gitt en ulinear sammenheng som

$$\dot{x} = f(x, u) \tag{10}$$

Den lineariserte modellen finnes som

$$\Delta\dot{x} = \left.\frac{\partial f}{\partial x}\right|_A \Delta x + \left.\frac{\partial f}{\partial u}\right|_A \Delta u \tag{11}$$

Et komplekst tall z kan skrives på kartesisk form slik:

$$z = \mathrm{Re}(z) + j\mathrm{Im}(z) \tag{12}$$

eller på polar form slik:

$$z = |z|e^{j\angle z} \tag{13}$$

<u>Sammenheng mellom kartesisk og polar form:</u>

$$|z| = \sqrt{\mathrm{Re}(z)^2 + \mathrm{Im}(z)^2} \tag{14}$$

$$\angle z = \arctan\frac{\mathrm{Im(z)}}{\mathrm{Re(z)}} \tag{15}$$

Egenskaper ved Laplacetransformasjonen

Tidsforsinkelse:

$$f(s)e^{-\tau s} \Longleftrightarrow f(t-\tau) \tag{16}$$

Derivasjon:

$$s^n f(s) - s^{n-1} f(0) - s^{n-2} \dot{f}(0) - ... - \overset{(n-1)}{f}(0) \Longleftrightarrow \overset{(n)}{f}(t) \tag{17}$$

Med initialbetingelser lik null fås

$$s^n f(s) \Longleftrightarrow \overset{(n)}{f}(t) \tag{18}$$

Begynnelsesverditeorem:

$$\lim_{t \to 0} f(t) = \lim_{s \to \infty} s \cdot f(s) \tag{19}$$

Sluttverditeorem:

$$\lim_{t \to \infty} f(t) = \lim_{s \to 0} s \cdot f(s) \tag{20}$$

Transformasjonspar

$$1 \iff \delta(t) \tag{21}$$

$$\frac{1}{s} \iff 1 \tag{22}$$

$$\frac{1}{s^2} \iff t \tag{23}$$

$$\frac{n!}{s^{n+1}} \iff t^n \tag{24}$$

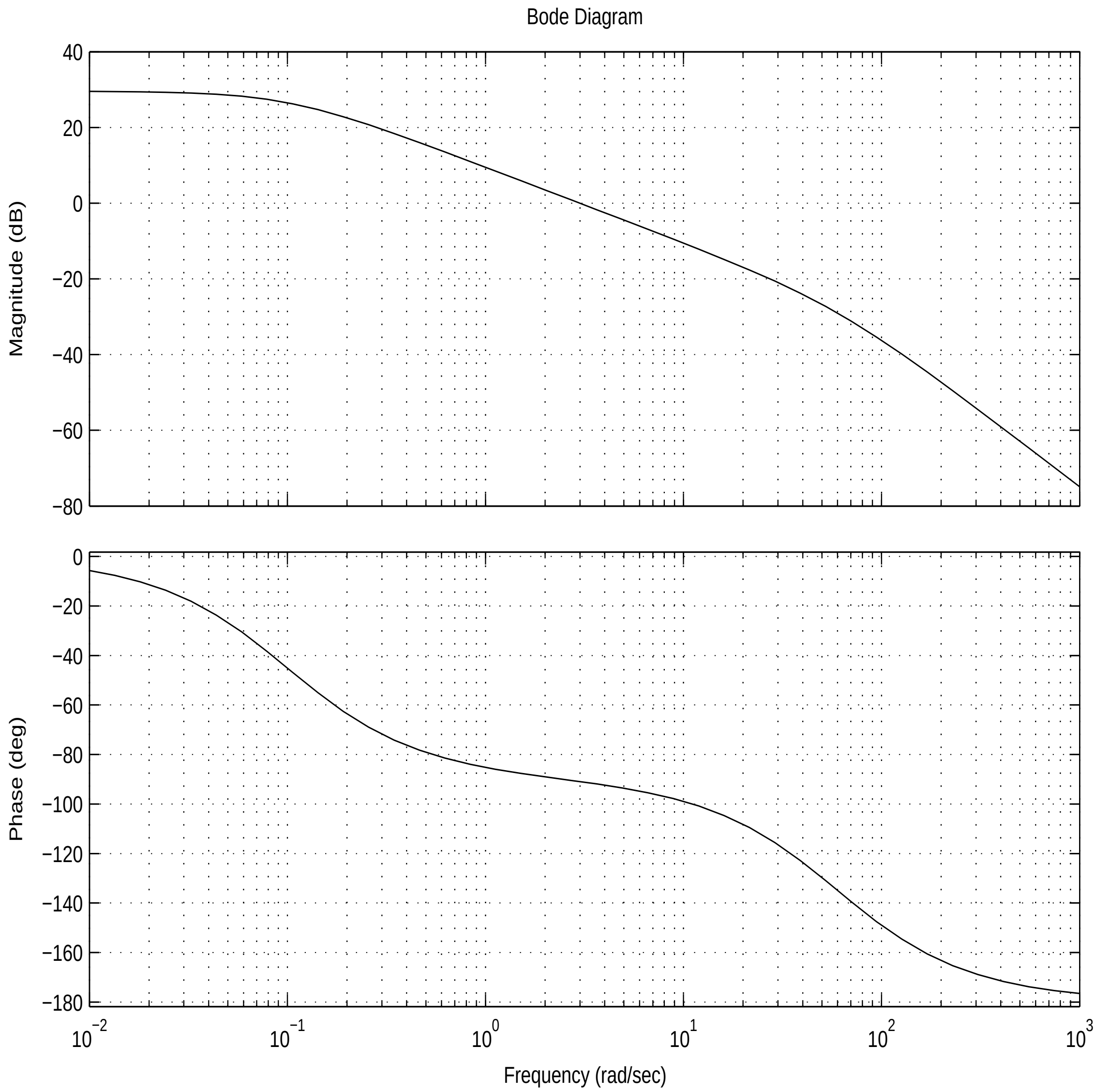
$$\frac{1}{Ts+1} \iff \frac{e^{-\frac{t}{T}}}{T} \tag{25}$$

$$\frac{1}{(Ts+1)^n} \iff \frac{1}{T^n(n-1)!}t^{n-1}e^{-\frac{t}{T}} \tag{26}$$

$$\frac{1}{(Ts+1)s} \iff 1 - e^{-\frac{t}{T}} \tag{27}$$

$$\frac{1}{(T_1s+1)(T_2s+1)} \iff \frac{1}{T_1 - T_2}(e^{-\frac{t}{T_1}} - e^{-\frac{t}{T_2}}) \tag{28}$$

Fag: TE179, Reguleringsteknikk 1
Dato: 17. februar 2004
Kandidatnr:
Sidenr:



Figur 3: Bodeplot av sløyfetransferfunksjonen $h_0(j\omega)$ i oppgave 2e).