DATO: 22. februar 2012

Universitetet i Stavanger

EKSAMEN I: BIE 240 Reguleringsteknikk

VARIGHET: 4 timer

TILLATTE HJELPEMIDLER: Bestemt enkel kalkulator

OPPGAVESETTET BESTÅR AV 4 OPPGAVER PÅ 6 SIDER

MERKNADER: Formelvedlegget er på side 7 og 8.
Deloppgavene har lik vekt. Legg ved side 9 sammen med besvarelsen.

KONTAKTPERSON: Kjersti Engan, 928 69 060.

Oppgave 1

En prosess er beskrevet ved transferfunksjonen

$$\frac{y(s)}{u(s)} = H(s) = \frac{3(s+2)}{(5s+1)(3s+1)} \tag{1}$$

a) Finn et uttrykk for prosessens frekvensrespons, dvs. amplitudeforsterkning $|H(j\omega)|$ og faseforskyvning $\angle H(j\omega)$. Hint: Ikke multipliser sammen nevneren.

b) Bestem polene til systemet og benytt dette til å bestemme stabilitetsegenskapene til systemet (marginalt stabilt, ustabilt, asymptotisk stabilt).

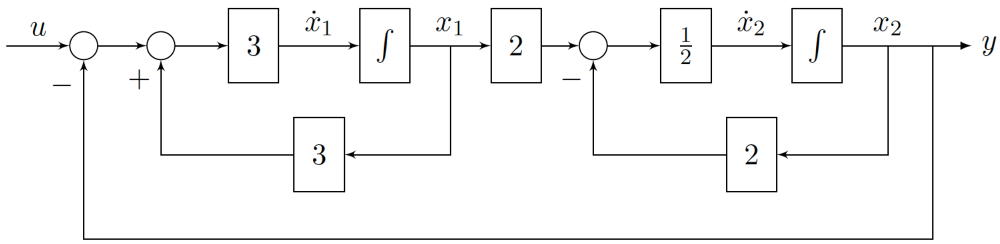
   Er systemet underdempet, overdempet eller kritisk dempet?

c) Skisser asymptotiske amplitude-fase-frekvens karakteristikker (asymptotisk Bode-diagram) for $H(s)$.

d) La pådraget være et **sprang** $u(t) = 0.15$ for $t > 0$. Finn amplituden til det stasjonære utgangssignalet.

Oppgave 2

Gitt blokkdiagrammet i figur 1.



Figur 1: Blokkdiagram.

a) Ved å studere blokkskjemaet, hva kan du si om stabilitetsegenskapene til systemet?

b) Skriv opp diffensialligningene og måleligningen som utgjør modellen i figur 1.

c) Sett opp differensiallignignene på tilstandsromform på formen

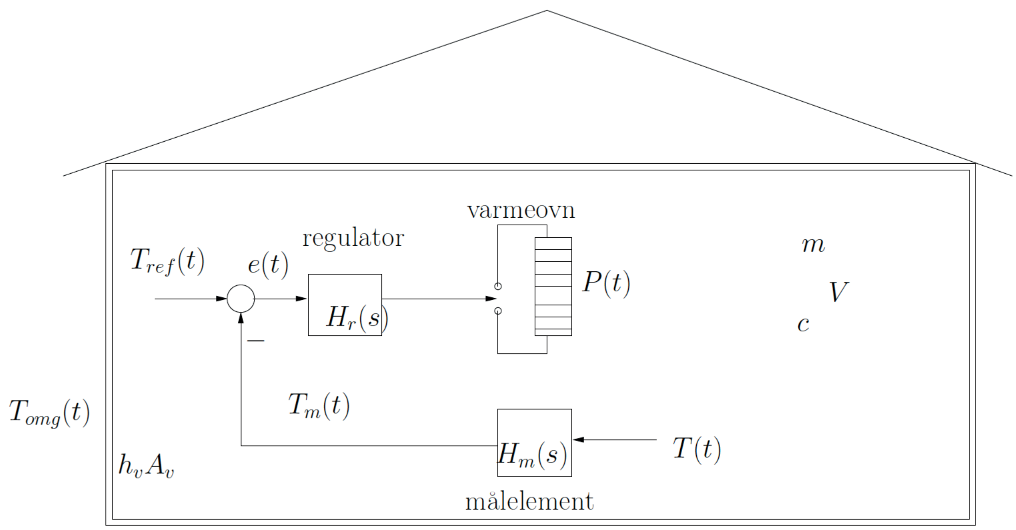
$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \tag{2}$$
$$y(t) = Dx(t) \tag{3}$$

hvor A, B, D er matriser, og $x(t)$ er en vektor med de to tilstandene $x_1(t)$ og $x_2(t)$.

d) Benytt hvilken metode dere vil og finn transferfunksjonen $H(s) = \frac{y(s)}{u(s)}$. Det gis ikke poeng for å skrive opp transferfunksjonen direkte.

Oppgave 3

Figur 2 viser et temperaturreguleringssystem for et *tomt* hus.



Figur 2: Skjematisk figur av hus med regulator, varmeovn og måleelement

Målesignalet $T_m(t)$ har enheten grader Celcius. Måleelementet kan beskrives som et lavpassfilter (dvs. en første ordens prosess) med båndbredde $w_b = 0.02$ rad/s og forsterkning $K = 1$.

Regulatoren er foreløpig en ren P-regulator

$$P(t) = K_p \cdot \big(T_{ref}(t) - T_m(t)\big) = K_p \cdot e(t) \tag{4}$$

En oppsummering av notasjoner som brukes her er gitt under:

$T_{ref}(t)$	: referansetemperatur [°C]
$T(t)$	: temperatur i rom [°C]
$T_m(t)$	: målt temperatur i rom [°C]
$T_{omg}(t)$	: ute-temperatur [°C]
$u(t)$	: pådrag til varmeelement [J/s]
$e(t)$	: avvik mellom målt romtemperatur og referansetemperaturen [°C]
$H_r(s)$	: transferfunksjon til regulator
$H_m(s)$	: transferfunksjon til måleelement
c	: spesifikk varmekapasitet for luft [J/(kg°C)]
$h_v A_v$	: totalt varmeovergangstall vegg [J/(s°C)]
V	: volum av rommet [m^3]
m	: massen til luften i rommet [kg]

a) Sett opp energibalansen til luften i rommet.

b) Skriv ned hvilke antagelser som må gjøres og vis at differensiallikningen som beskriver temperaturen i huset er gitt ved:

$$\frac{dT(t)}{dt} = \frac{1}{mc}\Big(P(t) - h_v A_v \big(T(t) - T_{omg}(t)\big)\Big) \tag{5}$$

c) Tegn et matematisk blokkdiagram av (5).

d) Finn prosessens transferfunksjonen fra pådrag til utgang

$$H_p(s) = \frac{T(s)}{P(s)} \tag{6}$$

e) Finn deretter forstyrrelsens transferfunksjon fra forstyrrelse til utgang

$$H_v(s) = \frac{T(s)}{T_{omg}(s)} \tag{7}$$

f) Hvilken orden har disse to transferfunksjonene?

Bestem forsterkning og tidskonstant for begge transferfunksjonene.

Forklar hvorfor forsterkningen til $H_v(s)$ har den verdien den har.

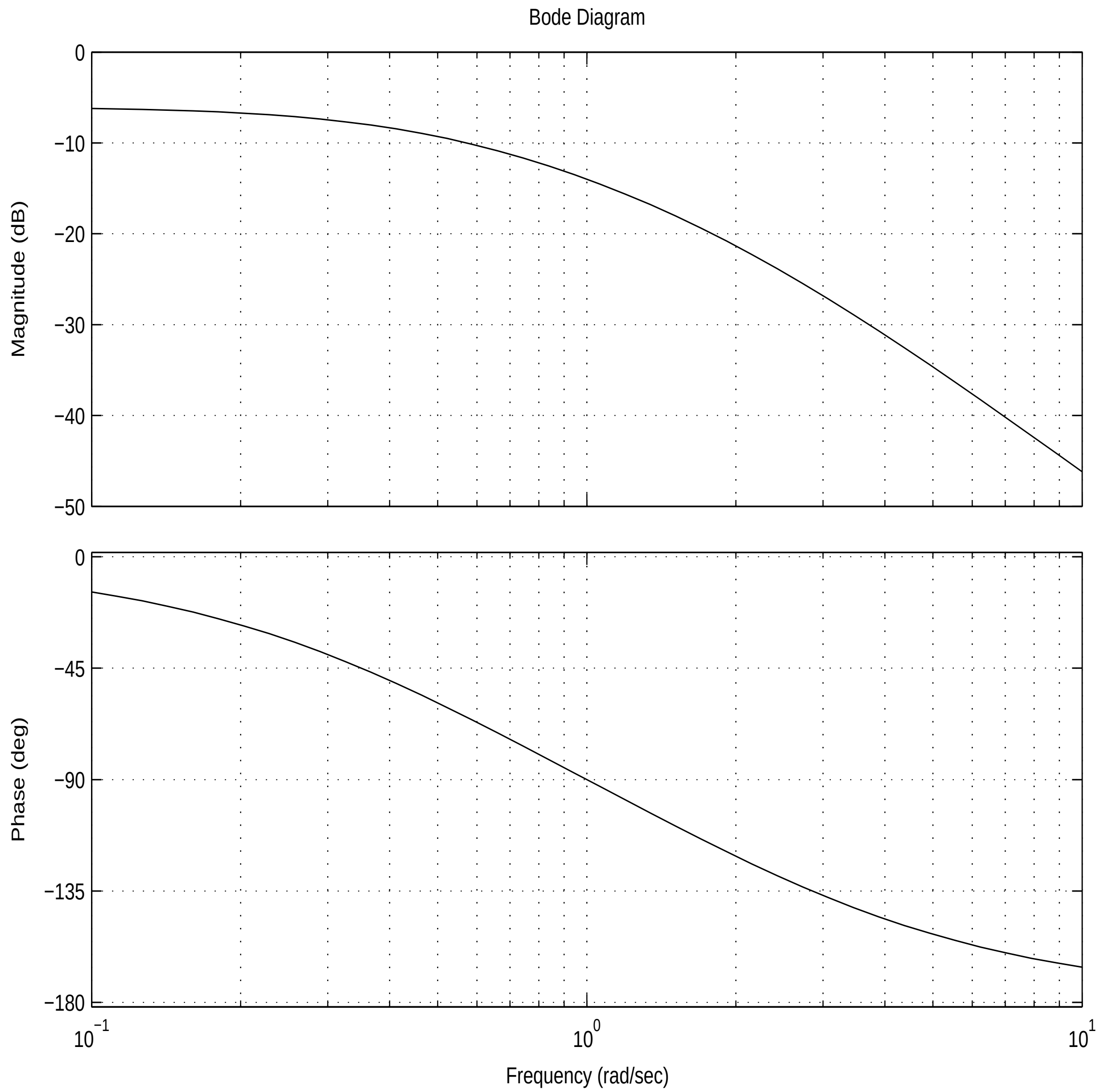
g) Finn transferfunksjonene $H_0(s)$, $M(s)$ og $N(s)$.

h) I figur 3 er Bodeplottet for $H_0(j\omega)$ med $K_p = 0.003$ vist (i tillegg er $m = 10$ og $c = 1$ og $h_v A_v = 0.002$).

Bestem hvor mye K_p må forsterkes for at vi skal få en fasemargin på ca 60°.

Hva blir den nye K_p?

Hva er forsterkningsmarginen til systemet?



Figur 3: Bodeplot av sløyfetransferfunksjonen $H_0(j\omega)$. Det finnes en kopi av figuren på side 9.

i) Hva blir det stasjonære avviket ved et enhetssprang i referansen når vi benytter P-regulatoren til å regulere temperaturen i rommet? Tips: $N(s) = \frac{e(s)}{y_r(s)}$

   Hva kan gjøres for å redusere/eliminere dette avviket?

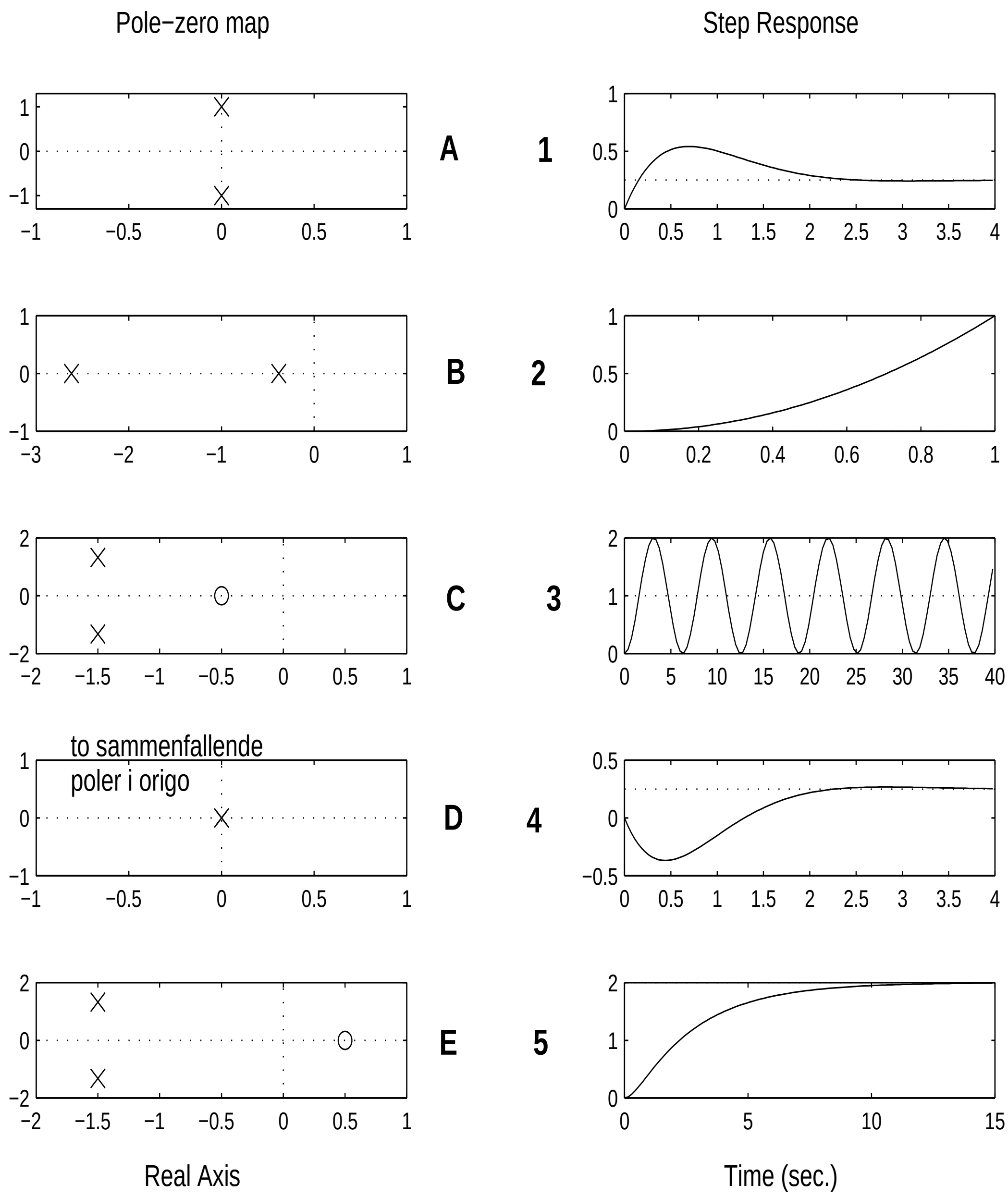
j) La $m = 10$, $c = 1$ og $h_v A_v = 0.002$.

   Bestem PI-regulatorparametre for ovnen når reguleringssystemet skal være 3 ganger så raskt som tidskonstanten til prosessen. Velg selv metode. Hvis du må foreta valg, begrunn valgene.

Oppgave 4

Gitt et sett sprangresponser (1-5) og et sett pol-/nullpunktskonfigurasjoner (A-E), se figur 4. Polene er markert med x og nullpunktene med o.

Finn hvilke par som hører sammen. Hver kombinasjon skal begrunnes kort (ren gjetting premieres ikke, selv om du gjetter riktig). Angi stabilitetsegenskapene (marginalt stabil, asymptotisk stabil, ustabil) til systemene.



Figur 4: 5 sprangresponser og 5 pol-/nullpunktskonfigurasjoner

Formelsamling

- Løsning på annengradsligningen $a \cdot x^2 + b \cdot x + c = 0$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \tag{8}$$

- Et generelt 2-ordens system kan skrives som

$$H(s) = \frac{K}{(\frac{s}{\omega_0})^2 + 2\frac{\zeta}{\omega_0}s + 1} \tag{9}$$

- Et komplekst tall z kan skrives på kartesisk form slik:

$$z = \mathrm{Re}(z) + j\mathrm{Im}(z) \tag{10}$$

eller på polar form slik:

$$z = |z|e^{j\angle z} \tag{11}$$

- Sammenheng mellom kartesisk og polar form er:

$$|z| = \sqrt{\mathrm{Re}(z)^2 + \mathrm{Im}(z)^2} \tag{12}$$

$$\angle z = \arctan \frac{\mathrm{Im(z)}}{\mathrm{Re(z)}} \tag{13}$$

- Sluttverditeorem

$$\lim_{t \to \infty} f(t) = \lim_{s \to 0} s \cdot f(s) \tag{14}$$

- Polplassering for 1 ordens system (PI-regulator):

$$K_p = \frac{2\zeta w_0 T - 1}{K} \tag{15}$$

$$T_i = \frac{2\zeta w_0 T - 1}{w_0^2 T} \tag{16}$$

- Pol-nullpunktkansellering 1 ordens system (PI-regulator):

$$K_p = \frac{T}{T_M \cdot K} \tag{17}$$

$$T_i = T \tag{18}$$

- Ziegler Nichols åpen sløyfe metode:

$$K_p = \frac{0.9 \cdot U}{L \cdot R} \tag{19}$$

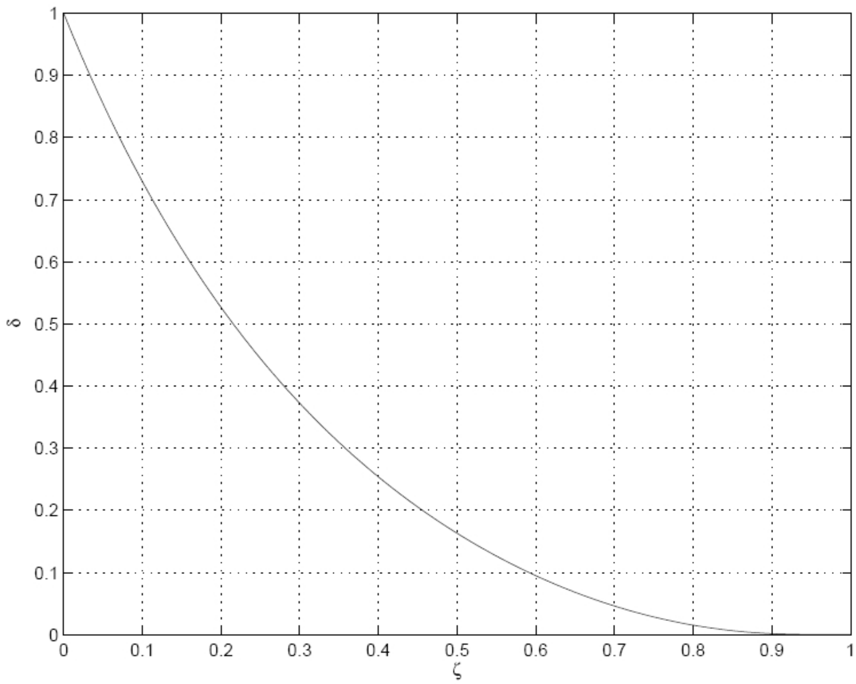
$$T_i = 3.3 \cdot L \tag{20}$$

hvor L er tidsforsinkelsen, R er stigningstallet på sprangresponsen og U er sprangets høyde. For en første ordens prosess med dødtid kan det vises at

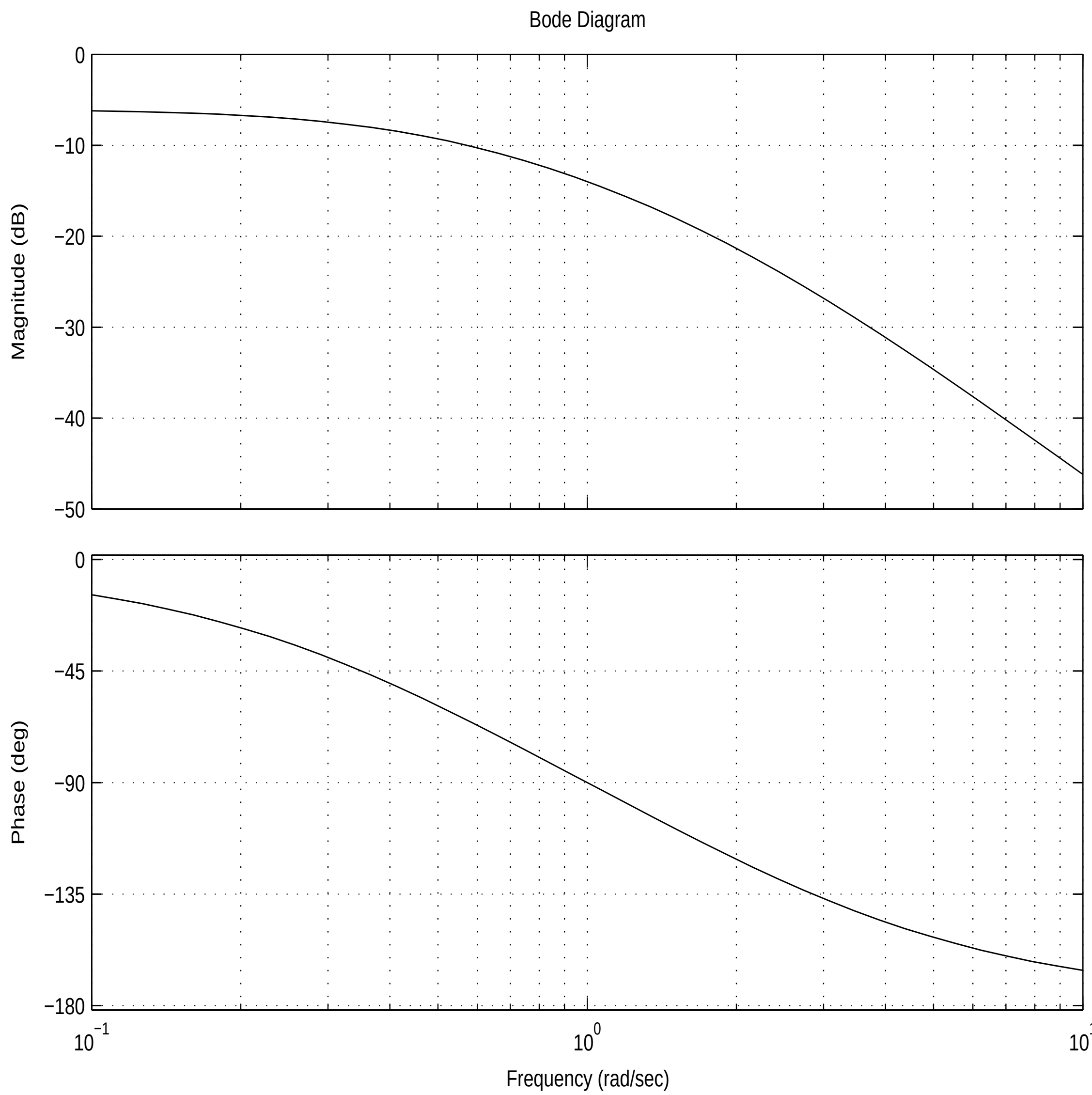
$$R = \frac{KU}{T} \tag{21}$$

$$L = \tau \tag{22}$$

- Sammenhengen mellom relativ dempingsfaktor ζ og oversvingsfaktor δ.



Fag: BIE240, Reguleringsteknikk
Dato: 22. februar 2012
Kandidatnr:
Sidenr:



Figur 5: Bodeplot av sløyfetransferfunksjonen $H_0(j\omega)$ i oppgave 3i).