Universitetet
i Stavanger

DET TEKNISK - NATURVITENSKAPELIGE FAKULTET

EKSAMEN I: ELE 320 Reguleringsteknikk

DATO: 13. desember 2014

VARIGHET: 4 timer

TILLATTE HJELPEMIDLER: Bestemt enkel kalkulator

OPPGAVESETTET BESTÅR AV 2 OPPGAVE PÅ 6 SIDER

MERKNADER:
- Formelvedlegget er på side 7 og 8.
- Deloppgavene har ulik vekt.
- Legg siste side sammen med besvarelsen.
  Ved behov, får du flere kopier av eksamensvaktene.

FORELESER: Tormod Drengstig

TELEFON: 93 88 55 33.

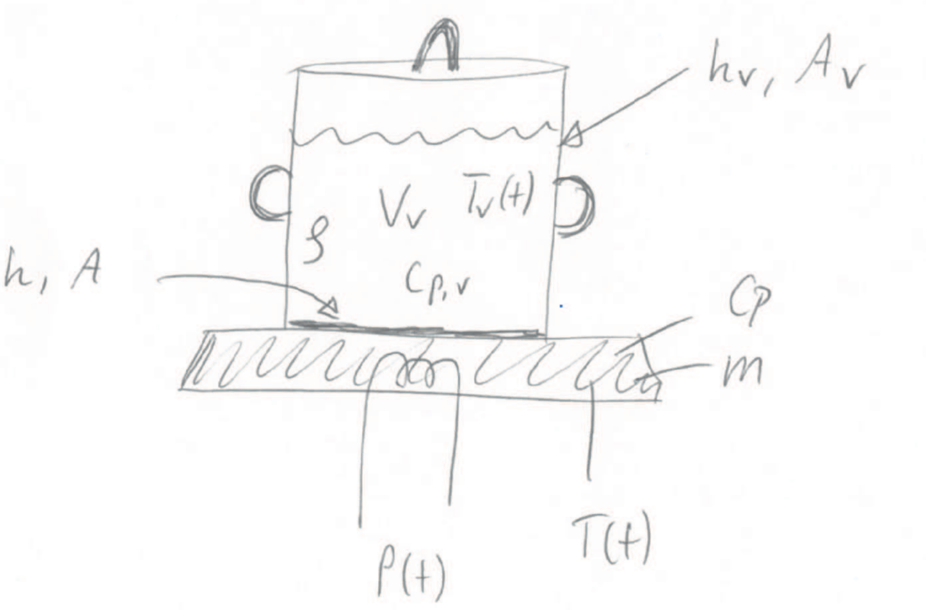
---

1 Modellering (55%)

Du skal lage et reguleringssystem for langtidskoking (på lav temperatur) av poteter. Reguleringssystemet skal baseres på en matematisk modell av prosessen som består av kokeplate, gryte med vann og poteter. Først skal du utvikle en matematisk modell av plata sammen med gryta med vann (uten poteter). Siden det er relativt komplisert å modellere varmekonduksjon i selve poteten, skal vi til slutt heller bruke en sprangrespons og et PT100 element plassert inni en potet til å estimere modellen for selve potetene.

Hensikten med reguleringssystemet er å få til langstidskoking av poteter på 60 grader Celsius, og dette skal i følge eksperter gi en mye bedre smaksopplevelse. Konseptet heter sous-vide på fagspråket, og er antagelig mer kjent for andre anvendelsesområder enn potetkoking.

Prosessen ser slik ut:



Figur 1: Kokeplate og gryte med vann.

og følgende data om kokeplaten og gryten er gitt:

- Elektrisk effekt tilført plata: $P(t)$ [W]
- Temperatur i plata (antas jevnt fordelt i plata): $T(t)$ [°C]
- Omgivelsestemperatur på kjøkken: $T_{\text{omg}}(t)$ [°C]
- Massen av plata: m [kg]
- Spesifikk varmekapasitet for kokeplata: c_p [J/(kg°C)]
- Spesifikt varmeovergangstall plate/gryte: h [J/(s m^2°C)]
- Areal for varmeovergang plate/gryte: A [m^2]
- Temperatur i vannet: $T_v(t)$ [°C]
- Mengden vann: $V_v = 2$ [dm^3]
- Tetthet vann ρ_v [kg/m^3]
- Spesifikk varmekapasitet for vann: $c_{p,v}$ [J/(kg°C)]
- Spesifikt varmeovergangstall gryte/luft: h_v [J/(s m^2°C)]
- Totalt areal for varmeovergang gryte/luft: A_v [m^2]

Se bort fra massen av gryta og anta at arealet for varmetap fra gryta er jevnt fordelt ut gjennom siden og lokket.

a) (8%) Sett opp energibalansen for kokeplata og energibalansen for vannet i gryta. Gjør nødvendige antagelser og finn differensialligningene for temperaturen i kokeplata og vannet. Se formelvedlegg bakerst.

   Hva slags modell er dette (orden, linearitet)?

b) (7%) Tegn matematisk blokkskjema av differensialligningene.

c) (8%) Innfør følgende nye tilstandsvariable $x_1(t) = T(t)$ og $x_2(t) = T_v(t)$, benytt at pådraget $u(t) = P(t)$ og forstyrrelsen $v(t) = T_{omg}(t)$, samt at utgangen/målingen er $y(t) = T_v(t)$. Sett modellen opp på tilstandsromformen vist under (her har vi utvidet tilstandsrom-modellen med en forstyrrelsesmatrise B_v i forhold til hva vi hadde i undervisningen)

$$\dot{x}(t) = A{\cdot}x(t) + B{\cdot}u(t) + B_v{\cdot}v(t) \tag{1}$$

$$y(t) = C{\cdot}x(t) + D{\cdot}u(t) \tag{2}$$

   hvor $x(t) = [x_1(t), x_2(t)]^T$.

d) (5%) I denne oppgaven skal vi benytte kunnskapen om at vannet har mye tregere dynamikk enn kokeplata, dvs. at vi kan anta at energien $P(t)$ går direkte inn i vannet og at dynamikken til kokeplata er neglisjerbar.

   Lag en skisse over hvordan vi nå ser på prosessen, sett opp energibalansen for vannet og vis at differensialligningen for temperaturen i vannet $T_v(t)$ er:

$$\frac{dT_v(t)}{dt} = \frac{1}{\rho_v V_v c_{p,v}} \cdot \Big(P(t) - h_v A_v \big(T_v(t) - T_{omg}(t) \big) \Big) \tag{3}$$

e) (5%) Finn transferfunksjonen $H_{p,1}(s) = \frac{T_v(s)}{P(s)}$, og finn et uttrykk for tidskonstanten til prosessen som funksjon av prosessparametre.

   Vis deretter at verdien på tidskonstanten er $T = 2100$ sekund (dvs. 35 min) ved å bruke følgende verdier:

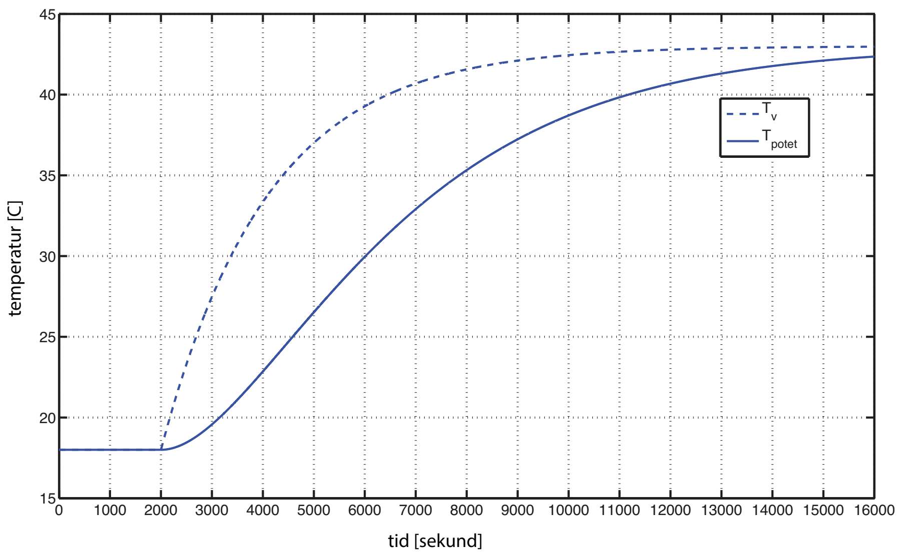
   - $V_v = 2$ [dm^3]
   - $\rho_v = 1000$ [kg/m^3]
   - $c_{p,v} = 4200$ [J/(kg°C)]
   - $h_v = 40$ [J/(s m^2°C)]
   - $A_v = 0.1$ [m^2]

   Dette er altså tidskonstanten til kokeplate og vann (men uten poteter).

f) (4%) Forklar med ord hvordan det alikevel er mulig å få vann til å koke på 5-10 min, når tidskonstanten til prosessen er 35 min.

g) (8%) Som nevnt innledningsvis i oppgaven, skal du også finne dynamikken (dvs transferfunksjonen) til selve potetene, dvs. $H_{p,2}(s) = \frac{T_{potet}(s)}{T_v(s)}$, ved å estimere denne fra kunnskap om $H_{p,1}(s)$ og sprangresponsen fra energitilførsel $P(t)$ til måling av kjernetemperatur i potene $T_{potet}(t)$. Denne kjernetemperaturen finner vi ved å stikke et PT100 element inn til midten av en av potetene.

I figur 2 er det vist to sprangresponser (en kopi av denne figuren ligger bakerst i eksamensoppgave og skal leveres inn sammen med besvarelsen). Stiplet respons er for kokeplate og vann (tilsvarer $H_{p,1}(s) = \frac{T_v(s)}{P(s)}$), mens heltrukket respons er for totalprosessen $H_p(s) = \frac{T_{potet}(s)}{P(s)}$. Pådragsignalet er et sprang i effekt på $P(t) = 100\text{W}$ ved tidspunkt $t = 2000$ sekund. Omgivelsestemperaturen er $T_{omg}(t) = 18$ grader.



Figur 2: Sprangresponsen til vanntemperatur og potettemperatur. Benytt figuren bakerst i eksamensoppgaven som skal leveres inn.

Vis ved å måle/indikere/tegne på den stiplede responsen at dette tilsvarer transferfunksjonen som du fant i oppgave e).

Basert på kunnskap om selve prosessen og sprangresponsene i figur 2, estimer potetenes transferfunksjon $H_{p,2}(s) = \frac{T_{potet}(s)}{T_v(s)}$.

h) (2%) Kommenter hvorfor forsterkningen i $H_{p,2}(s)$ har den verdien den har.

i) (8%) Skisser opp asymptotiske forsterknings- og fasekurver for totalprosessen, dvs. $H_p(s) = \frac{T_{potet}(s)}{P(s)}$.

2 Regulering (45%)

a) (8%) Du skal nå bestemme regulatorparametere for potetkokeren ved hjelp av Ziegler Nichols åpen sløyfe metode (se vedlegg).

Bruk selve sprangresponsen for $T_{potet}(t)$ i figur 2 (som er en åpen sløyfe sprangrespons) til å bestemme regulatorparametre for potetkokeren. En kopi av figuren ligger bakerst i eksamen. Denne kan du tegne på og avlese verdier og levere inn sammen med besvarelsen. L er ekvivalent dødtid, og R er stigningstallet. U er sprangets høyde, og er $U = 100$W.

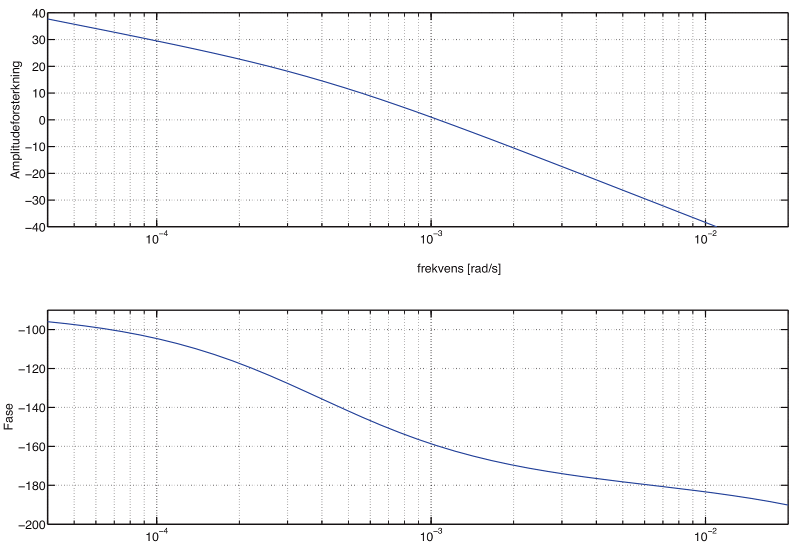
b) (2%) Skisser hvordan responsen i potettemperatur typisk vil være ved et sprang i referansen ved å bruke denne tuningsmetoden.

c) (6%) Finn uttrykket for sløyfetransferfunksjonen $H_0(s)$. Dersom du ikke har funnet verdier for K_p og T_i i oppgave 2a), bare anta at vi har en PI-regulator. Anta videre at $H_m(s)$ (dvs. PT-100 elementet) er av første orden, har forsterkning $K_m = 1$ og båndbredde $w_b = 0.1$ rad/s.

Finn deretter transferfunksjonen $M(s) = \frac{T_{potet}(s)}{T_{ref}(s)}$.

d) (7%) La oss anta at du anvender et sprang i referansen $y_r(s)$ på 20 grader Celsius. Vis at det stasjonære reguleringssavviket er null.

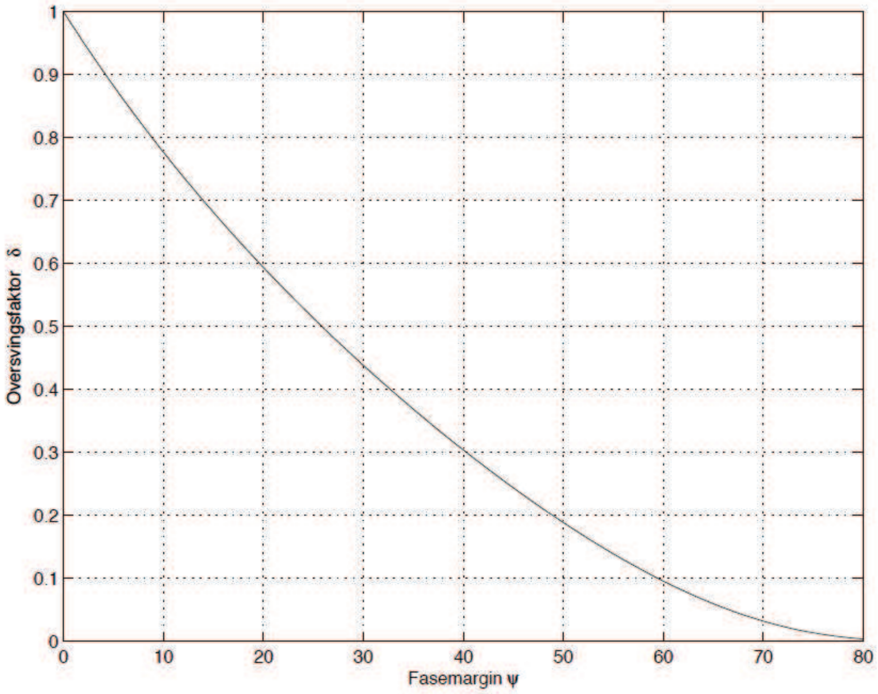
e) (5%) Figur 3 viser Bodeplottet for $H_0(j\omega)$ for potetkokeprosessen sammen med PT-100 måleelementet og regulatoren du fant i oppgave 2a). En kopi av figuren ligger bakerst i eksamensoppgave og skal leveres inn sammen med besvarelsen.



Figur 3: Bodeplot av sløyfetransferfunksjonen $H_0(j\omega)$.

Benytt figur 3 til å finne forsterknings- og fasemarginen (ΔK og ϕ) til reguleringssystemet. Tegn inn på figuren bakerst i eksamensoppgaven og lever inn sammen med besvarelsen.

f) (7%) Basert på figur 3 og sammenhengen mellom fasemargin og oversving gitt i figur 4, skisser sprangresponsen til reguleringssystemet når du setter ønsket referanse til 60 grader Celsius og vannet i utgangspunktet holder 0 grader (antar dette er arbeidspunktet før spranget). Få med flest mulig detaljer i sprangrespons-skissen.



Figur 4: Sammenhengen mellom oversvingsfaktor δ og fasemargin ϕ.

g) (2%) Kokkene på Gastronomisk Institutt anbefaler at sous-vide potetene ikke på noe tidspunkt skal eksponeres for høyere temperatur enn 60 grader. Hva må du typisk gjøre med regulatorparameterne for å sørge for at dette ikke skjer?

h) (8%) Bruk informasjonen i figur 3 og i figur 4 til å finne nye regulatorparametre som sørger for at potetene aldri eksponeres for høyere temperature enn 60 grader. Tegn inn på figuren bakerst og lever inn sammen med besvarelsen.

Hva blir de nye regulatorparametrene? Hva blir den nye forsterkningsmarginen ΔK?

Har du ikke funnet regulatorparametre i oppgave 2a), anta noen verdier og vis fremgangsmåten.

Formelsamling

- Modellering

Variabel	benevning	beskrivelse	sammenheng
h	m	høyde	
A	m^2	areal	
V	m^3	volum	
ρ	$\mathrm{kg/m}^3$	tetthet	
m	kg	masse	$m = V \cdot \rho \overset{A \text{ konstant}}{=} A \cdot h \cdot \rho$
q	m^3/s	volumstrøm	
w	kg/s	massestrøm	$w = \rho \cdot q$
c_p	J/kg/K	spesifikk varmekapasitet	
T	K	temperatur	
E	J	energi	$E = c_p \cdot m \cdot T$
T_0	K	referansetemperatur	
h	$\mathrm{J/s/m}^2/\mathrm{K}$	spesifikt varmeovergangstall	
Q	J/s	energistrøm	
		1) varmetransport	$Q = w \cdot c_p \cdot (T - T_0)$
		2) varmeovergang	$Q = h \cdot A \cdot (T_{\text{varm}} - T_{\text{kald}})$
x	m	posisjon	
v	m/s	fart	$v = \frac{dx}{dt}$
a	$\mathrm{m/s}^2$	akselerasjon	$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}$
I	kg m/s	impuls (massefart)	$I = m \cdot v$
D	kg/s	dempekonstant	
K_f	$\mathrm{kg/s}^2$	fjærkonstant	
F	kg $\mathrm{m/s}^2$ (N)	kraft	
		1) dempekraft	$F = D \cdot v$
		2) fjærkraft	$F = K_f \cdot x$

Massebalanse

$$\frac{d\big(m(t)\big)}{dt} = \sum w_i(t) - \sum w_u(t) \quad [\mathrm{kg/s}] \tag{4}$$

Energibalanse

$$\frac{d\big(E(t)\big)}{dt} = \sum Q_i(t) - \sum Q_u(t) \quad [\mathrm{J/s}] \tag{5}$$

Impulsbalanse ($F_i(t)$ er krefter i positiv retning, $F_u(t)$ krefter i negativ retning)

$$\frac{d\big(I(t)\big)}{dt} = \sum F_i(t) - \sum F_u(t) \quad [\mathrm{kg\ m/s^2}] \tag{6}$$

- Et generelt 2-ordens system kan skrives som

$$H(s) = \frac{K}{(\frac{s}{\omega_0})^2 + 2\frac{\zeta}{\omega_0}s + 1} \tag{7}$$

- Et komplekst tall z kan skrives på kartesisk form slik:

$$z = \mathrm{Re}(z) + j\mathrm{Im}(z) \tag{8}$$

eller på polar form slik:

$$z = |z|e^{j\angle z} \tag{9}$$

- Sammenheng mellom kartesisk og polar form er:

$$|z| = \sqrt{\mathrm{Re}(z)^2 + \mathrm{Im}(z)^2} \tag{10}$$

$$\angle z = \arctan\frac{\mathrm{Im(z)}}{\mathrm{Re(z)}} \tag{11}$$

- Sluttverditeorem

$$\lim_{t\to\infty} f(t) = \lim_{s\to 0} s \cdot f(s) \tag{12}$$

- Ziegler Nichols åpen sløyfe metode:

$$K_p = \frac{0.9 \cdot U}{L \cdot R} \tag{13}$$

$$T_i = 3.3 \cdot L \tag{14}$$

hvor L er ekvivalent dødtid, R er stigningstallet på sprangresponsen og U er sprangets høyde.

Fag: ELE320, Reguleringsteknikk Dato: 12. desember 2012
Kandidatnr: Sidenr: