DATO: 19. desember 2000

HØGSKOLEN
I STAVANGER
Avdeling for teknisk -
naturvitenskapelige fag

EKSAMEN I: TE 179 Reguleringsteknikk 1

VARIGHET: 5 timer

TILLATTE HJELPEMIDLER: Godkjent kalkulator

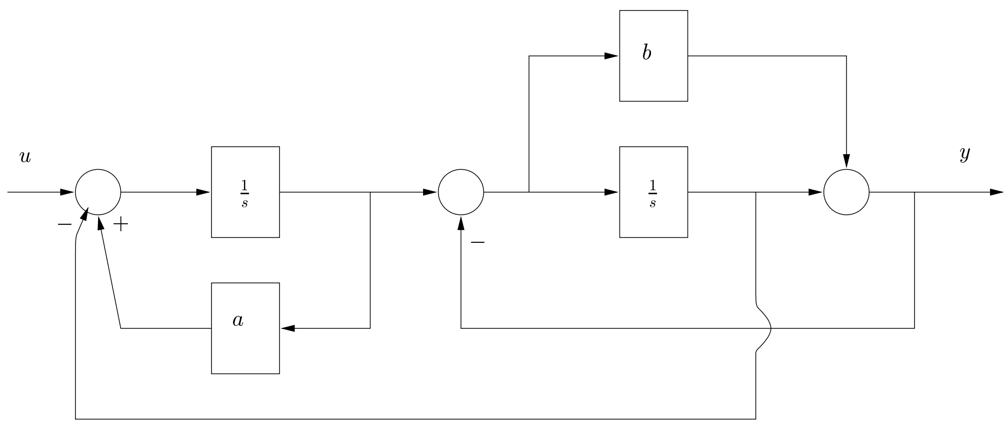
OPPGAVESETTET BESTÅR AV 6 OPPGAVER PÅ 10 SIDER

MERKNADER: Formelvedlegget er fra side 11 t.o.m side 14.
Side 15 og 16 skal leverès inn som en del av oppgaven.
Oppgavene har ulik vekt.

KONTAKTPERSON: Tormod Drengstig, E-423a, tlf. (518)32025.

Oppgave 1 (10%)

Gitt blokkdiagrammet i figur 1.



Figur 1: Blokkdiagram som skal reduseres

Transferfunksjonen $h(s)$ fra u til y vil være på formen

$$\frac{y(s)}{u(s)} = h(s) = \frac{1 + bs}{k_1 s^2 + k_2 s + k_3} \tag{1}$$

Finn denne ved å redusere blokkdiagrammet, dvs. finn k_1, k_2 og k_3.

Oppgave 2 (20%)

En prosess er beskrevet ved transferfunksjonen

$$\frac{y}{u}(s) = h(s) = \frac{2e^{-s}}{(1+4s)} \tag{2}$$

a) (4%)
Finn et uttrykk for prosessens frekvensrespons, dvs. amplitudeforsterkning og faseforskyvning.

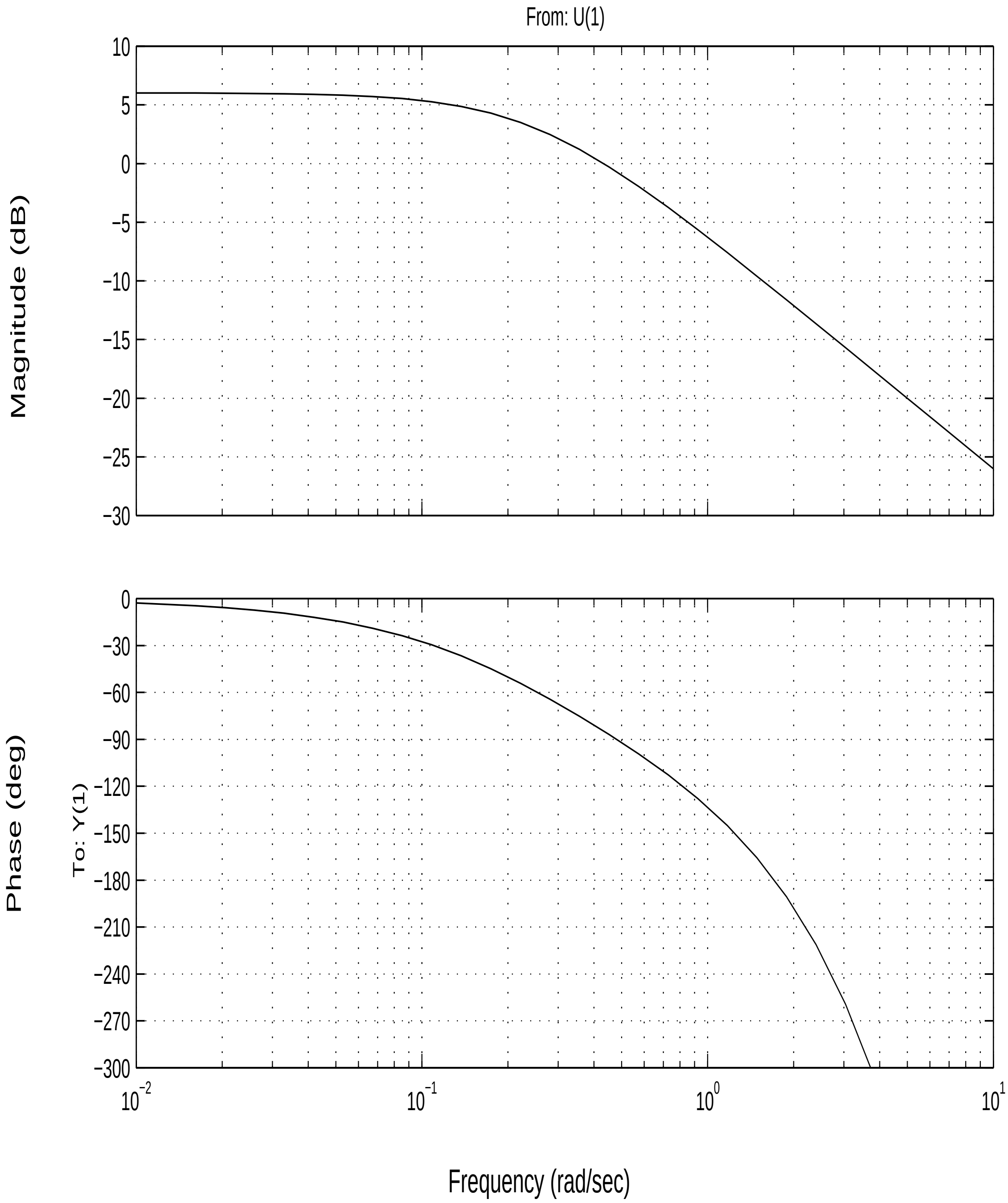
b) (4%)
Beregn prosessens amplitudeforsterkning og faseforskyvning for sinus-signaler med frekvens $\omega = 0.5\ rad/sek$ på inngangen u. Stemmer dette med bodediagrammet i figur 2 (det er en ekstra kopi av bodediagrammet på side 15)? Tegn inn og levèr som en del av besvarelsen.

c) (4%)
Tegn også inn asymptotene for amplitudeforsterkningen, dvs. $|h(j\omega)|_{as}$, i det vedlagte bodediagrammet og levèr det som en del av besvarelsen.

d) (4%)
La $u(t) = 10\sin(0.5t)$. Finn amplituden til det stasjonære utgangssignalet. Finn også faseforskyvningen som prosessutgangen $y(t)$ har i forhold til $u(t)$. Tips: Bruk resultater fra deloppgave b).

e) (4%)
La $u(t)$ være et enhetssprang. Finn et uttrykk for utgangen $y(t)$. Skisser $y(t)$ og avmerk de viktigste størrelser/egenskaper ved sprangresponsen.

Fag: Reguleringsteknikk 1
Dato: 19. desember 2000
Student nr:
Side nr:

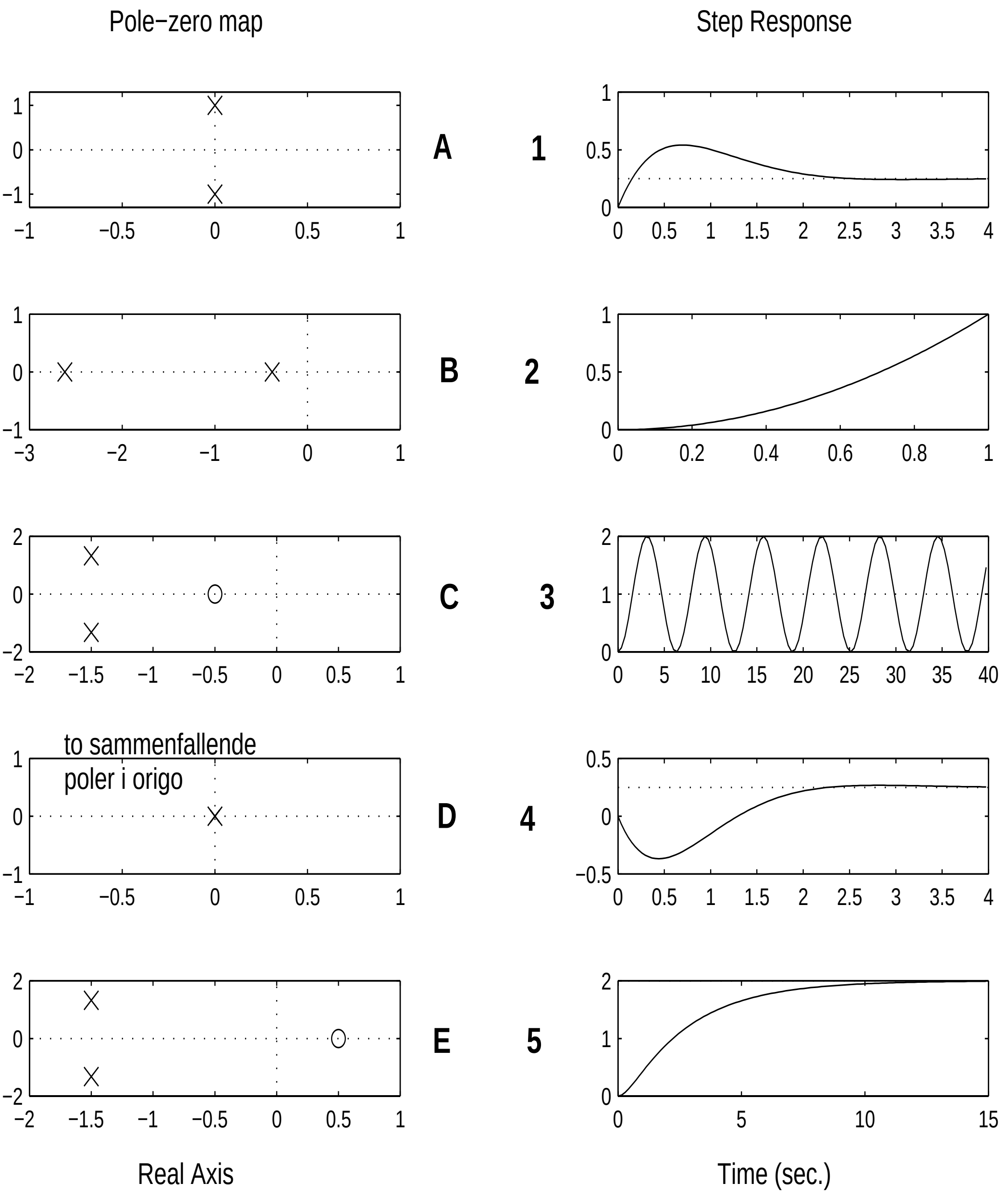


Figur 2: Bodeplot av ligning (2). Det finnes en kopi av figuren på side 15.

Oppgave 3 (10%)

Gitt et sett sprangresponser (1-5) og et sett pol-/nullpunktskonfigurasjoner (A-E), se figur 3. Polene er markert med x og nullpunktene med o.

Finn hvilke par som hører sammen. Hver kombinasjon skal begrunnes kort (ren gjetting premieres ikke, selv om du gjetter riktig). Angi stabilitetsegenskapene (marginalt stabil, asymptotisk stabil, ustabil) til systemene.



Figur 3: 5 sprangresponser og 5 pol-/nullpunktskonfigurasjoner

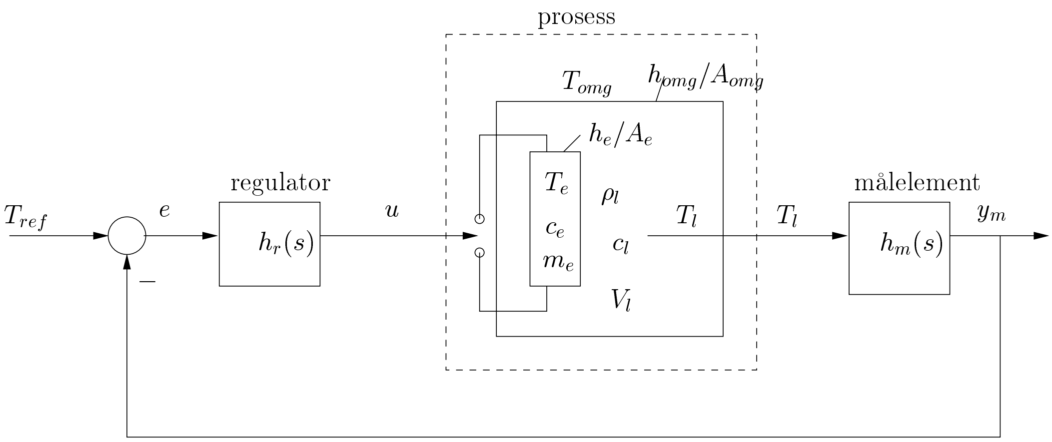
Oppgave 4 (35%)

Vi skal i denne oppgaven se på regulering av temperaturen i et rom. Vi ønsker at temperaturen i luften i rommet, T_l, skal holdes mest mulig lik en ønsket referanseremperatur T_{ref}, selv om man har store variasjoner i omgivelsestemperaturen T_{omg}. Se figur 4.

Rommets temperatur måles ved hjelp av et termometer med transferfunksjon $h_m(s)$. Avviket mellom ønsket referansetemperatur og målt temperatur sendes inn til regulatoren $h_r(s)$, som generer et pådrag u til varmeelementet.

Oppvarmingen av rommet skjer ved å tilføre en elektrisk effekt u til varmeelementet, som har spesifikk varmekapasitet c_e. Varmeelementet har en temperatur T_e og en masse lik m_e. Det spesifikke varmeovergangstallet, h_e, og arealet, A_e, mellom varmeelementet og luften er indikert i figuren.

Luften i rommet har volum V_l og spesifikk varmekapasitet c_l. Vi antar at det til enhver tid er jevn temperaturfordeling overalt i rommet. Varmetapet til omgivelsene skjer gjennom vegger og vinduer. Det spesifikke varmeovergangstallet, h_{omg}, og arealet, A_{omg}, mellom rommet og omgivelsene er indikert i figuren.



Figur 4: Skjematisk figur av prosess med regulator og måleelement

For enkelhets skyld antar vi at målesignalet y_m har enheten °C, mens det i virkeligheten vil være et strøm- eller spenningssignal. Videre vil vi anta at *forsterkningen* i $h_m(s)$ er 1, slik at vi direkte kan sammenligne y_m med T_{ref}, dvs.

$$e = T_{ref} - y_m \tag{3}$$

En oppsummering av notasjoner som brukes her er gitt under:

T_{ref}	: referansetemperatur [°C]
T_l	: temperatur i rom [°C]
T_e	: temperatur i varmeelement [°C]
T_{omg}	: omgivelsestemperatur [°C]
u	: pådrag til varmeelement [J/s]
e	: avvik mellom målt romtemperatur og referansetemperaturen [°C]
$h_r(s)$	: transferfunksjon til regulator
$h_m(s)$	: transferfunksjon til måleelement
c_e	: spesifikk varmekapasitet i varmeelement [J/kg°C]
m_e	: massen i varmeelement [kg]
c_l	: spesifikk varmekapasitet for luft [J/(kg°C)]
$h_e A_e$	: totalt varmeovergangstall varmeelement/rom [J/(s°C)]
$h_{omg} A_{omg}$	: totalt varmeovergangstall rom/ute [J/(s°C)]
V_l	: volum av rom [m^3]
ρ_l	: tetthet til luft [kg/m^3]
y_m	: målt romtemperatur [°C]

a) (6%)
Gjør nødvendige antagelser og vis at differensiallikningene som beskriver temperaturen i varmeelementet og i rommet er gitt ved:

$$\begin{aligned} m_e c_e \frac{dT_e}{dt} &= u - h_e A_e (T_e - T_l) \\ &= u - h_e A_e T_e + h_e A_e T_l \end{aligned} \tag{4}$$

$$\rho_l c_l V_l \frac{dT_l}{dt} = h_e A_e T_e - (h_e A_e + h_{omg} A_{omg}) T_l + h_{omg} A_{omg} T_{omg} \tag{5}$$

b) (5%)
Tegn et matematisk blokkdiagram av (4) og (5) med tilført effekt u som inngangsvariabel, rommets temperatur T_l som utgangsvariabel og T_{omg} som forstyrrelse.

c) (7%)
Anta i det følgende at varmelementets temperatur $T_e \gg T_l$, slik at følgende antagelse kan gjøres mellom varmeelementet og luft:

$$h_e A_e (T_e - T_l) \approx h_e A_e T_e \tag{6}$$

slik at ligningen (4) kan skrives som (det blir ingen endring i ligning (5)).

$$m_e c_e \frac{dT_e}{dt} \approx u - h_e A_e T_e \tag{7}$$

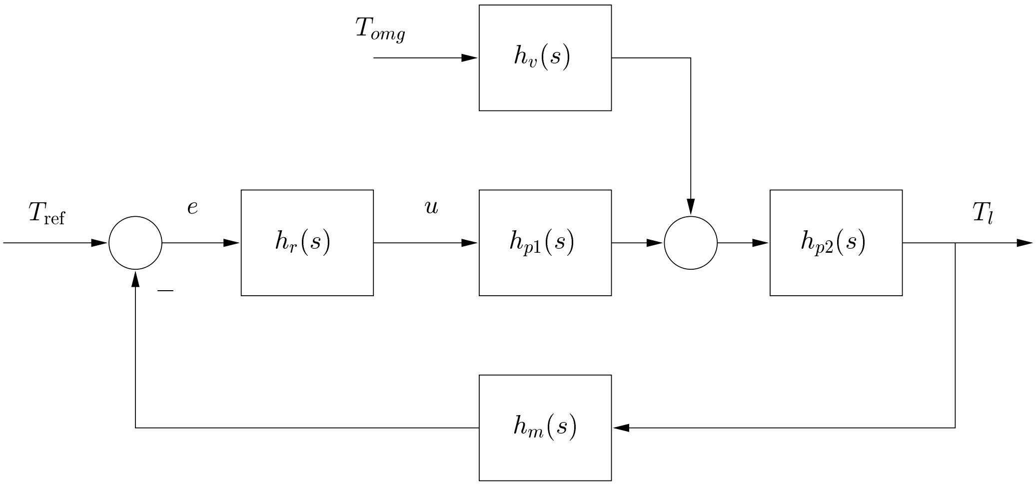
Følgende tallverdier oppgis:

$$\begin{aligned} \rho_l c_l V_l &= 1000 \text{ [J/°C]} \\ m_e c_e &= 50 \text{ [J/°C]} \\ h_e A_e &= 0.5 \text{ [J/(s°C)]} \\ h_{omg} A_{omg} &= 0.5 \text{ [J/(s°C)]} \end{aligned}$$

Vis at oppvarmingen av rommet kan beskrives ved følgende transferfunksjoner:

$$
\begin{aligned}
h_{p1}(s) &= \frac{1}{100s+1} && (8)\\
h_v(s) &= 0.5 && (9)\\
h_{p2}(s) &= \frac{1}{1+1000s} && (10)
\end{aligned}
$$

hvor transferfunksjonene er definert som vist i figur 5.



Figur 5: Blokkskjema

Transferfunksjonen for måleelementet er gitt ved

$$h_m(s) = \frac{1}{1+20s} \tag{11}$$

d) (6%)
Det skal nå brukes en P-regulator for å regulere prosessen:

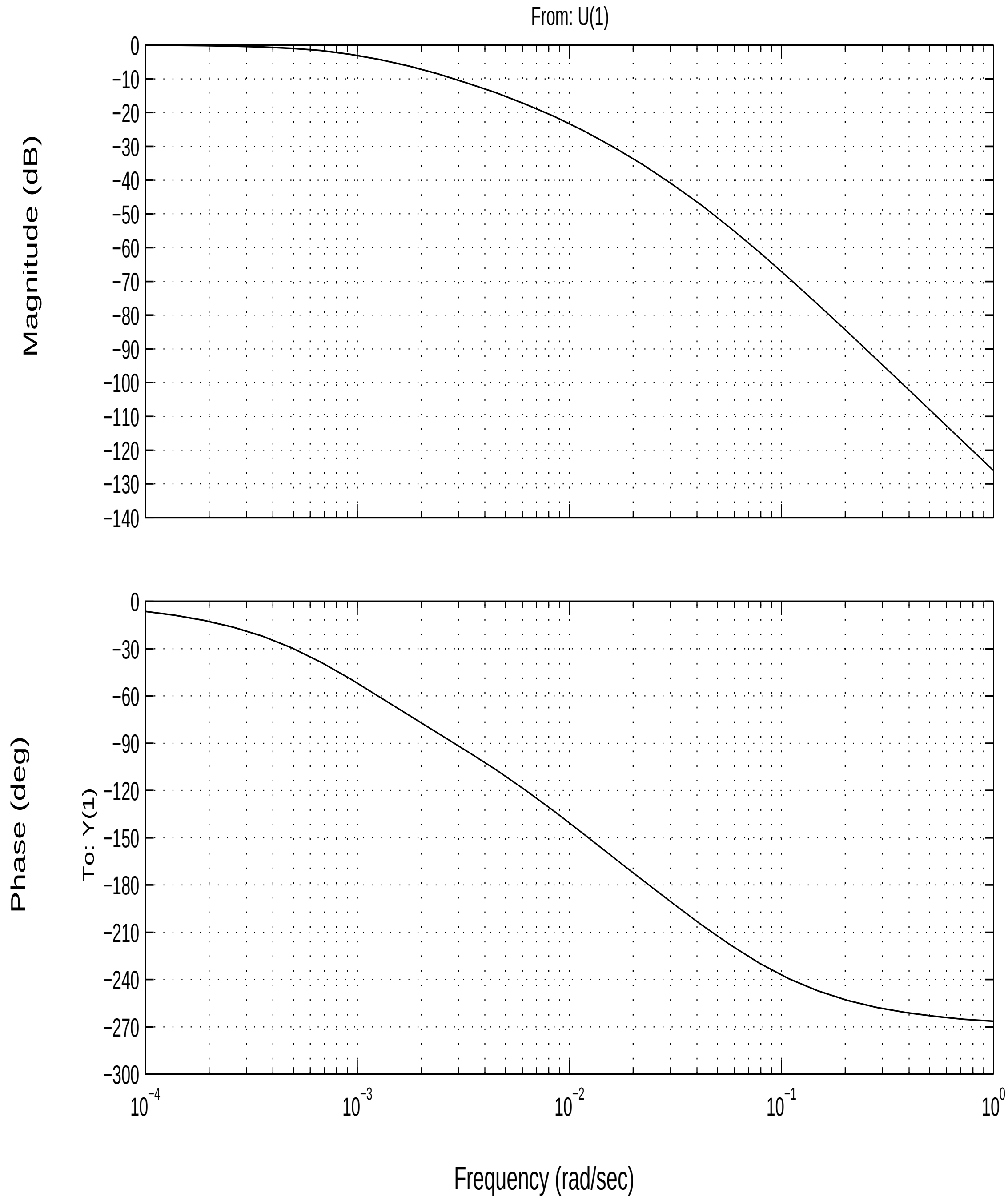
$$h_r(s) = K_p \tag{12}$$

I figur 8 er $|h_0(j\omega)|$ og $\angle h_0(j\omega)$ for $\underline{K_p = 1}$ vist. Bestem hvor mye denne K_p må forsterkes slik at:

- forsterkningsmarginen $\Delta K \geq 6\ dB$ og
- fasemarginen $\varphi \approx 60^\circ$

Les av Bodediagrammet for hvilke frekvensområder reguleringen er effektiv/gir god ytelse. Legg gjerne Bodediagrammet med beregninger ved besvarelsen. Det finnes en kopi av figuren på side 16.

Fag: Reguleringsteknikk 1
Dato: 19. desember 2000
Student nr:
Side nr:



Figur 6: Bodeplot av sløyfetransferfunksjonen $h_0(j\omega)$. Det finnes en kopi av figuren på side 16.

e) (6%)
La regulatoren fra d) være innkoplet. Finn det stasjonære avviket når referansen er et sprang med høyde 20°C ved $t = 0$? Tips: $N(s) = \frac{e(s)}{T_{\mathrm{ref}(s)}}$.

f) (5%)
Erstatt P-regulatoren med PI-regulatoren

$$h_r(s) = \frac{K_p(1 + T_i s)}{T_i s} \tag{13}$$

og vis at det stasjonære avviket er null.

Oppgave 5 (10%)

Gitt en matematisk modell for et system i form av en 2.ordens differensiallikning

$$5\ddot{x} - 2\dot{x} + u = 0 \tag{14}$$

hvor u er pådraget og

$$y = x \tag{15}$$

er målingen.

a) (6%)
Sett opp en tilstandsrommodell for systemet. Skriv denne på matriseform.

b) (4%)
Tegn et matematisk blokkskjema for systemet.

Oppgave 6 (15%)

a) (2%)
Hva er forskjellen på dynamiske og statiske systemer?

b) (2%)
Modellering av systemer resulterer ofte i ulinære modeller. Hvorfor ønsker vi i noen tilfeller å linearisere modellen? Hva er begrensingen til en modell som er linearisert?

c) (2%)
Forklar med ord hva du forstår med et systems frekvensrespons.

d) (2%)
Beskriv kort Hagglund og Åstrøms relebaserte autotuner.

e) (2%)
Forklar hva som menes med anti-windup (integratorbegrensing)og hvorfor dette kan være nyttig.

f) (2%)
Hva menes med et reguleringssystems følgeegenskaper og reguleringsegenskaper?

g) (2%)
Hva menes med et reguleringssystems stabilitet og et reguleringssystems ytelse?

h) (1%)
Hva er sammenhengen mellom stabilitet og polplassering?

Formelsamling

$$\Delta\dot{x} = \frac{\partial f}{\partial x}|_{x^p,u^p}\Delta x + \frac{\partial f}{\partial u}|_{x^p,u^p}\Delta u \tag{16}$$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} \end{bmatrix} \tag{17}$$

$$\frac{\partial f}{\partial u} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial u} \\ \frac{\partial f_2}{\partial u} \end{bmatrix} \tag{18}$$

Et komplekst tall z kan skrives på kartesisk form slik:

$$z = \mathrm{Re}(z) + j\mathrm{Im}(z) \tag{19}$$

eller på polar form slik:

$$z = |z|e^{j\angle z} \tag{20}$$

Sammenheng mellom kartesisk og polar form:

$$|z| = \sqrt{\mathrm{Re}(z)^2 + \mathrm{Im}(z)^2} \tag{21}$$

$$\angle z = \arctan\frac{\mathrm{Im(z)}}{\mathrm{Re(z)}} \tag{22}$$

Egenskaper ved Laplacetransformasjonen

Tidsforsinkelse:

$$f(s)e^{-\tau s} \Longleftrightarrow f(t-\tau) \tag{23}$$

Derivasjon:

$$s^n f(s) - s^{n-1} f(0) - s^{n-2} \dot{f}(0) - \ldots - \overset{(n-1)}{f}(0) \Longleftrightarrow \overset{(n)}{f}(t) \tag{24}$$

Med initialbetingelser lik null fås

$$s^n f(s) \Longleftrightarrow \overset{(n)}{f}(t) \tag{25}$$

Begynnelsesverditeorem:

$$\lim_{t\to 0} f(t) = \lim_{s\to\infty} s \cdot f(s) \tag{26}$$

Sluttverditeorem:

$$\lim_{t\to\infty} f(t) = \lim_{s\to 0} s \cdot f(s) \tag{27}$$

Transformasjonspar

$$1 \iff \delta(t) \tag{28}$$

$$\frac{1}{s} \iff 1 \tag{29}$$

$$\frac{1}{s^2} \iff t \tag{30}$$

$$\frac{n!}{s^{n+1}} \iff t^n \tag{31}$$

$$\frac{1}{Ts+1} \iff \frac{e^{-\frac{t}{T}}}{T} \tag{32}$$

$$\frac{1}{(Ts+1)^n} \iff \frac{1}{T^n(n-1)!}t^{n-1}e^{-\frac{t}{T}} \tag{33}$$

$$\frac{1}{(Ts+1)s} \iff 1-e^{-\frac{t}{T}} \tag{34}$$

$$\frac{1}{(T_1s+1)(T_2s+1)} \iff \frac{1}{T_1-T_2}(e^{-\frac{t}{T_1}}-e^{-\frac{t}{T_2}}) \tag{35}$$

Transformasjonspar forts.

$$\frac{1}{(Ts+1)^2 s} \quad \Leftrightarrow \quad 1-(1+\frac{t}{T})e^{-\frac{t}{T}} \tag{36}$$

$$\frac{1}{(T_1 s+1)(T_2 s+1)s} \quad \Longleftrightarrow \quad 1+\frac{1}{T_2-T_1}(T_1 e^{-\frac{t}{T_1}} - T_2 e^{-\frac{t}{T_2}}) \tag{37}$$

$$\frac{T_1 s+1}{(T_2 s+1)s} \quad \Longleftrightarrow \quad 1+(\frac{T_1}{T_2}-1)e^{-\frac{t}{T_2}} \tag{38}$$

$$\frac{s+\alpha}{(s+a)(s+b)(s+c)} \quad \Longleftrightarrow \quad \frac{(\alpha-a)e^{-at}}{(b-a)(c-a)}+\frac{(\alpha-b)e^{-bt}}{(c-b)(a-b)}+\frac{(\alpha-c)e^{-ct}}{(a-c)(b-c)} \tag{39}$$

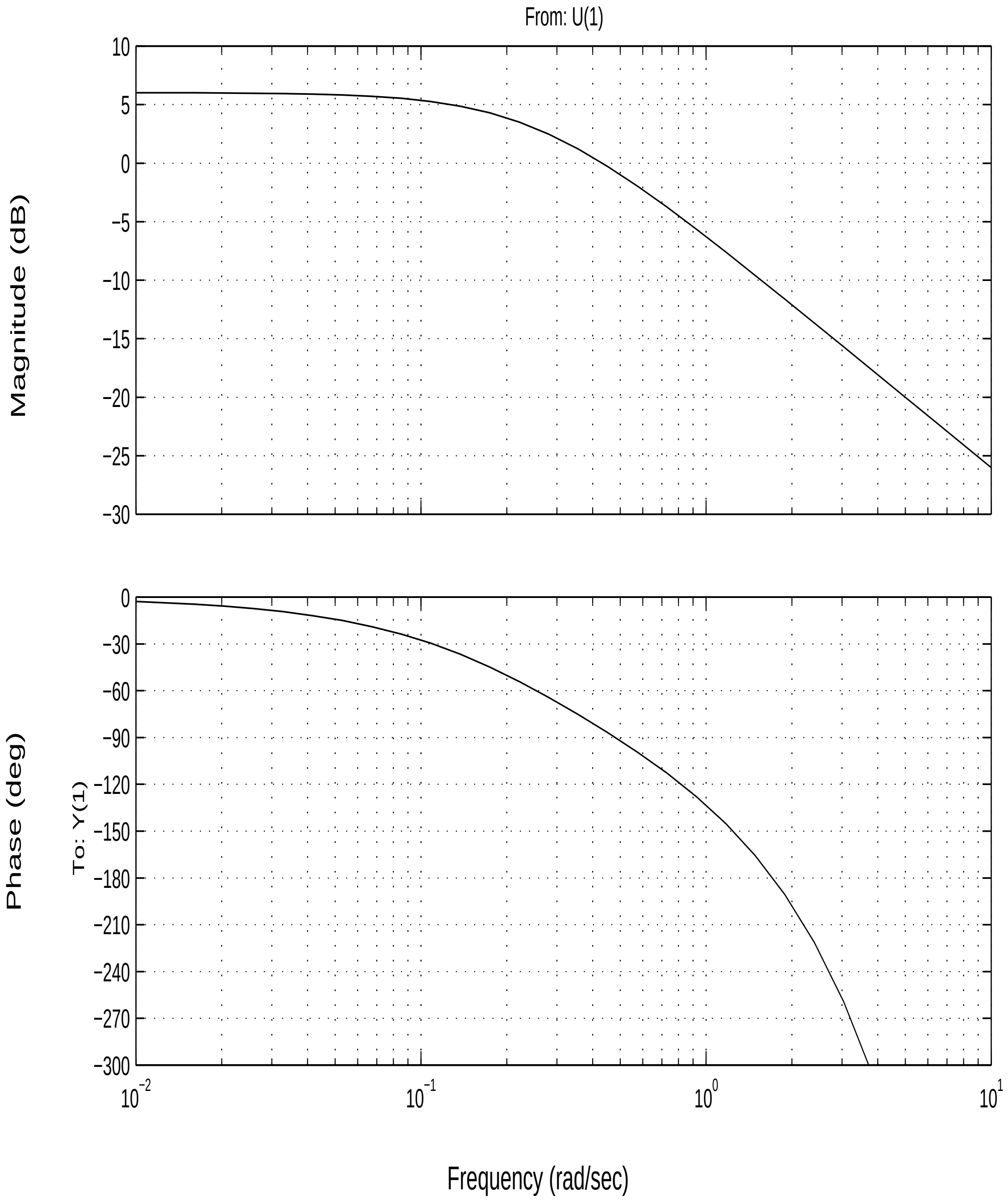
$$\frac{1}{(\frac{s}{\omega_0})^2+2\zeta\frac{s}{\omega_0}+1} \quad \Longleftrightarrow \quad \frac{\omega_0}{\sqrt{1-\zeta^2}}e^{-\zeta\omega_0 t}\sin(\sqrt{1-\zeta^2}\omega_0 t)\ , \quad 0 \le \zeta < 1 \tag{40}$$

$$\frac{1}{((\frac{s}{\omega_0})^2+2\zeta\frac{s}{\omega_0}+1)s} \quad \Longleftrightarrow \quad 1-\frac{\omega_0}{\sqrt{1-\zeta^2}}e^{-\zeta\omega_0 t}\cos(\sqrt{1-\zeta^2}\omega_0 t-\varphi)\ , \quad \begin{matrix}\varphi = \arcsin\zeta \\ 0 \le \zeta < 1\end{matrix} \tag{41}$$

$$\frac{\omega}{s^2+\omega^2} \quad \Longleftrightarrow \quad \sin\omega t \tag{42}$$

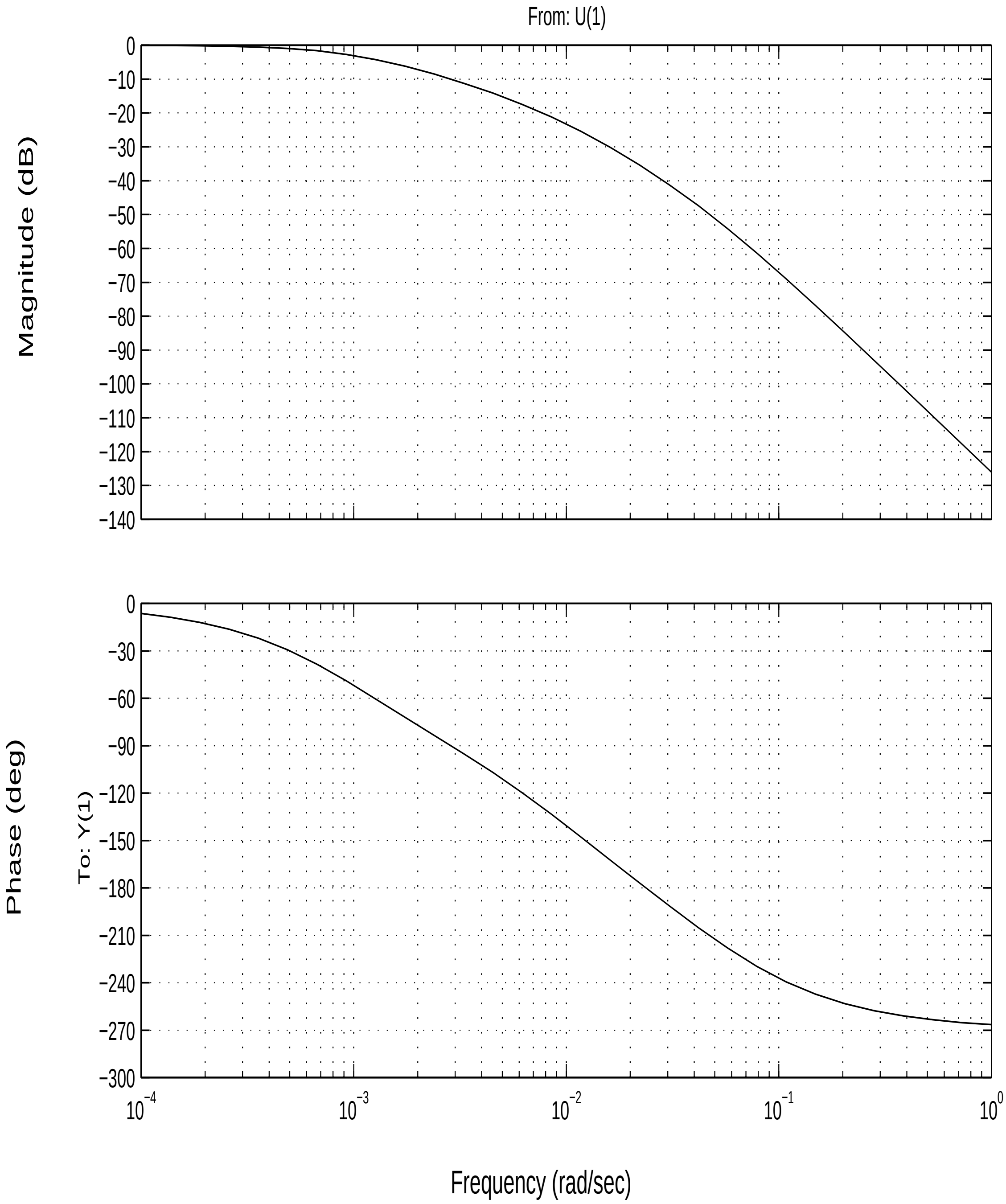
$$\frac{s}{s^2+\omega^2} \quad \Leftrightarrow \quad \cos\omega t \tag{43}$$

Fag: Reguleringsteknikk 1
Dato: 19. desember 2000
Student nr:
Side nr:



Figur 7: Bodeplot av ligning (2) til bruk i oppgave 2b) og 2c).

Fag: Reguleringsteknikk 1
Dato: 19. desember 2000
Student nr:
Side nr:



Figur 8: Bodeplot av sløyfetransferfunksjonen $h_0(j\omega)$ i oppgave 4d).