

DATO: 19. desember 2001



HØGSKOLEN  
I STAVANGER

Avdeling for teknisk -  
naturvitenskapelige fag

EKSAMEN I: TE 179 Reguleringssteknikk 1

VARIGHET: 5 timer

TILLATTE HJELPEMIDLER: Godkjent kalkulator

OPPGAVESETTET BESTÅR AV 5 OPPGAVER PÅ 7 SIDER

MERKNADER: Formelvedlegget er fra side 8 t.o.m side 12.

Side 13 skal leveres inn som en del av oppgaven.

Oppgavene har ulik vekt.

KONTAKTPERSON: Tormod Drengstig, E-423a, tlf. (518)32025/93885533.

---

## Oppgave 1 (20%)

En prosess er beskrevet ved transferfunksjonen

$$\frac{y(s)}{u(s)} = h(s) = \frac{2(s+4)}{(4s+1)(2s+1)} \quad (1)$$

a) (5%)

Finn et uttrykk for prosessens frekvensrespons, dvs. amplitudeforsterkning  $|h(j\omega)|$  og faseforskyvning  $\angle h(j\omega)$ .

b) (5%)

Bestem polene til systemet og benytt dette til å bestemme stabilitetsegenskapene til systemet (marginalt stabilt, ustabilt, asymptotisk stabilt).

c) (5%)

Skisser asymptotiske amplitude-fase-frekvens karakteristikk (asymptotisk Bode-diagram) for  $h(s)$ .

d) (5%)

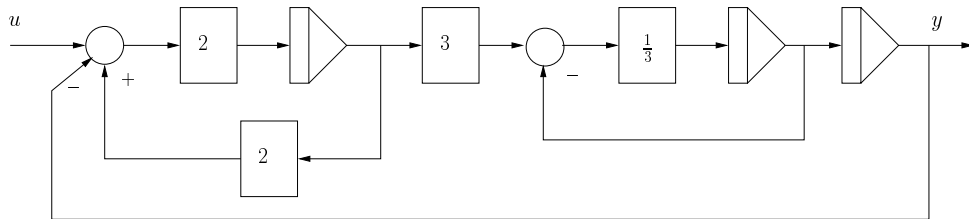
La pådraget være et **sprang**  $u(t) = 2$  for  $t > 0$ . Finn amplituden til det stasjonære utgangssignalet.

e) (5%)

Ut fra kjennskap til  $h(s)$ , grovskisser denne sprangresponsen

## Oppgave 2 (15%)

Gitt blokkdiagrammet i figur 1.



Figur 1: Blokkdiagram som skal reduseres

a) (3%)

Ved å studere blokkskjemaet, hva kan du si om stabilitetsegenskapene til systemet?

b) (6%)

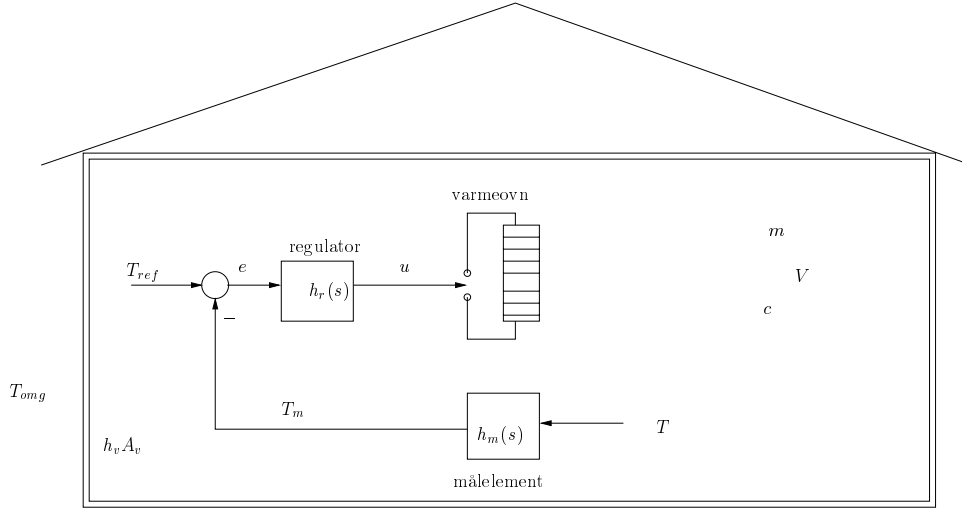
Sett opp tilstandsrommodellen for blokkskjemaet på formen  $\dot{x} = Ax + Bu$  og  $y = Dx$  hvor  $A, B, D$  er matriser, og  $x$  er en vektor.

c) (6%)

Benytt blokkskjemareduksjonsregler og finn transferfunksjonen  $\frac{y(s)}{u(s)}$ . Det gis ikke poeng for å skrive opp transferfunksjonen direkte.

### Oppgave 3 (30%)

Figur 2 viser et temperaturreguleringssystem for et *tomt* hus.



Figur 2: Skjematisk figur av hus med regulator, varmeovn og målelement

Målesignalet  $T_m$  har enheten grader Celcius. Måleelementet kan beskrives som et lavpassfilter (dvs. en første ordens prosess) med båndbredde  $w_b = 0.5$  rad/s og forsterkning  $K = 1$ .

Regulatoren er foreløpig en ren P-regulator

$$u = K_p(r - y) = K_p e \quad (2)$$

En oppsummering av notasjoner som brukes her er gitt under:

$T_{ref}$	: referansetemperatur [°C]
$T$	: temperatur i rom [°C]
$T_m$	: målt temperatur i rom [°C]
$T_{omg}$	: ute-temperatur [°C]
$u$	: pådrag til varmeelement [J/s]
$e$	: avvik mellom målt romtemperatur og referansetemperaturen [°C]
$h_r(s)$	: transferfunksjon til regulator
$h_m(s)$	: transferfunksjon til målelement
$c$	: spesifikk varmekapasitet for luft [J/(kg°C)]
$h_v A_v$	: totalt varmeovergangstall vegg [J/(s°C)]
$V$	: volum av rom [m³]
$m$	: massen til luften i rommet [kg]

a) (6%)

Sett opp energibalansen til luften i rommet. Skriv ned hvilke antagelser som må gjøres og vis at differensiallikningen som beskriver temperaturen i huset er gitt ved:

$$\frac{dT}{dt} = \frac{1}{mc}(u - h_v A_v (T - T_{omg})) \quad (3)$$

Tegn et matematisk blokkdiagram av (3).

b) (6%)

Finn transferfunksjonen fra pådrag til utgang  $\left(h_p(s) = \frac{T(s)}{u(s)}\right)$  og fra forstyrrelse til utgang  $\left(h_v(s) = \frac{T(s)}{T_{omg}(s)}\right)$ . Hvilken orden har disse transferfunksjonene? Bestem forsterkning og tidskonstant for begge transferfunksjonene.

Hvordan vil dynamikken (tidskonstant, forsterkning) til  $h_p(s)$  endres hvis det plasseres mye møbler inne i rommet?

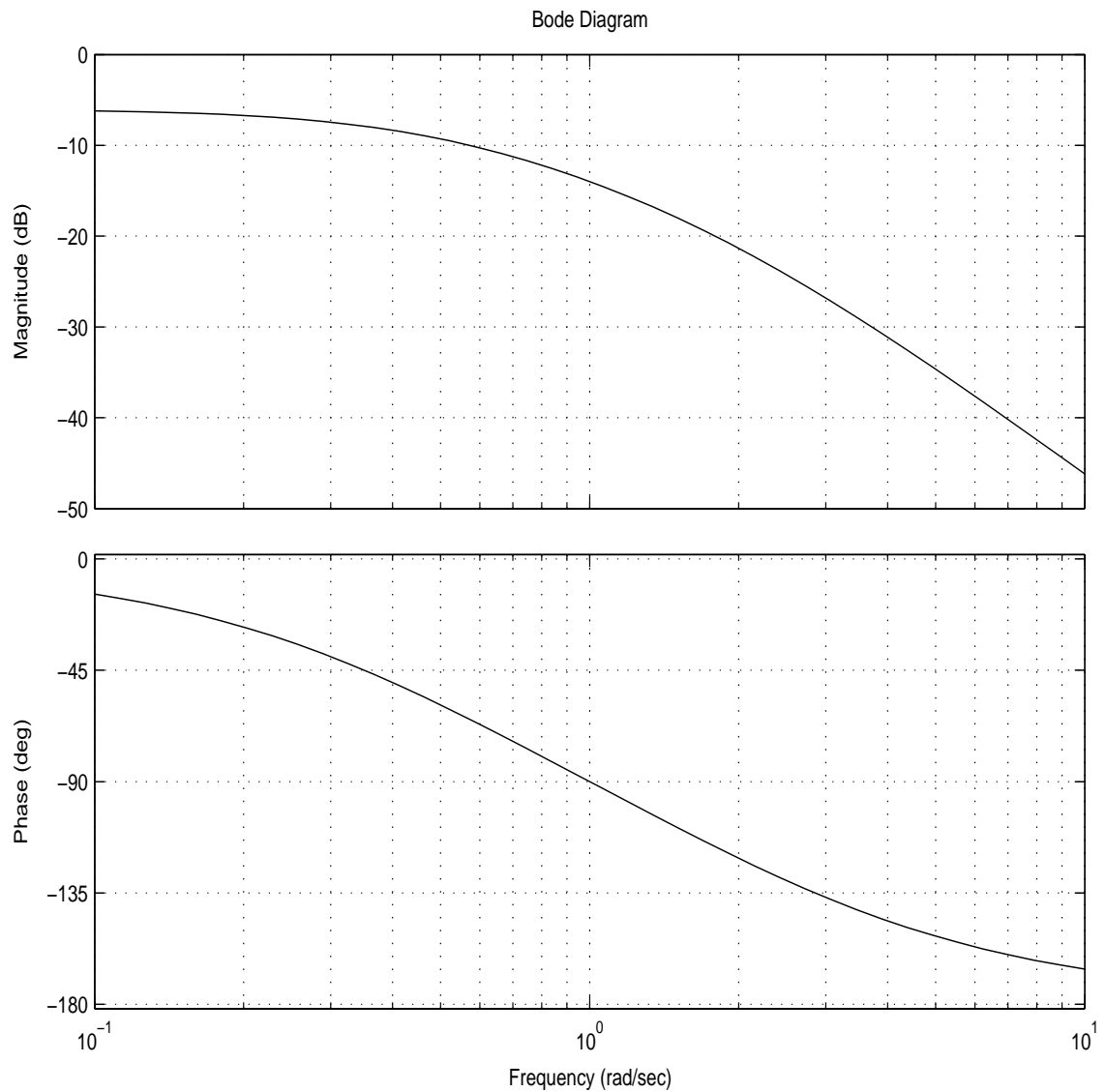
c) (6%)

Finn transferfunksjonene  $h_0(s)$ ,  $M(s)$  og  $N(s)$ .

d) (6%)

I figur 5 er Bodeplottet for  $h_0(j\omega)$  med  $K_p = 1$  vist (i tillegg er  $m = c = 1$  og  $h_v A_v = 2$ ). Bestem hvor mye denne  $K_p$  må forsterkes for at vi skal få en fasemargin på  $60^\circ$ . Hva er forsterkningsmarginen til systemet?

Hvis det settes inn masse møbler i rommet, hvordan må  $K_p$  endres for å beholde samme fasemargin (økes, reduseres eller beholdes uforandret). Begrunn svaret.



Figur 3: Bodeplot av sløyfetransferfunksjonen  $h_0(j\omega)$ . Det finnes en kopi av figuren på side 13.

e) (6%)

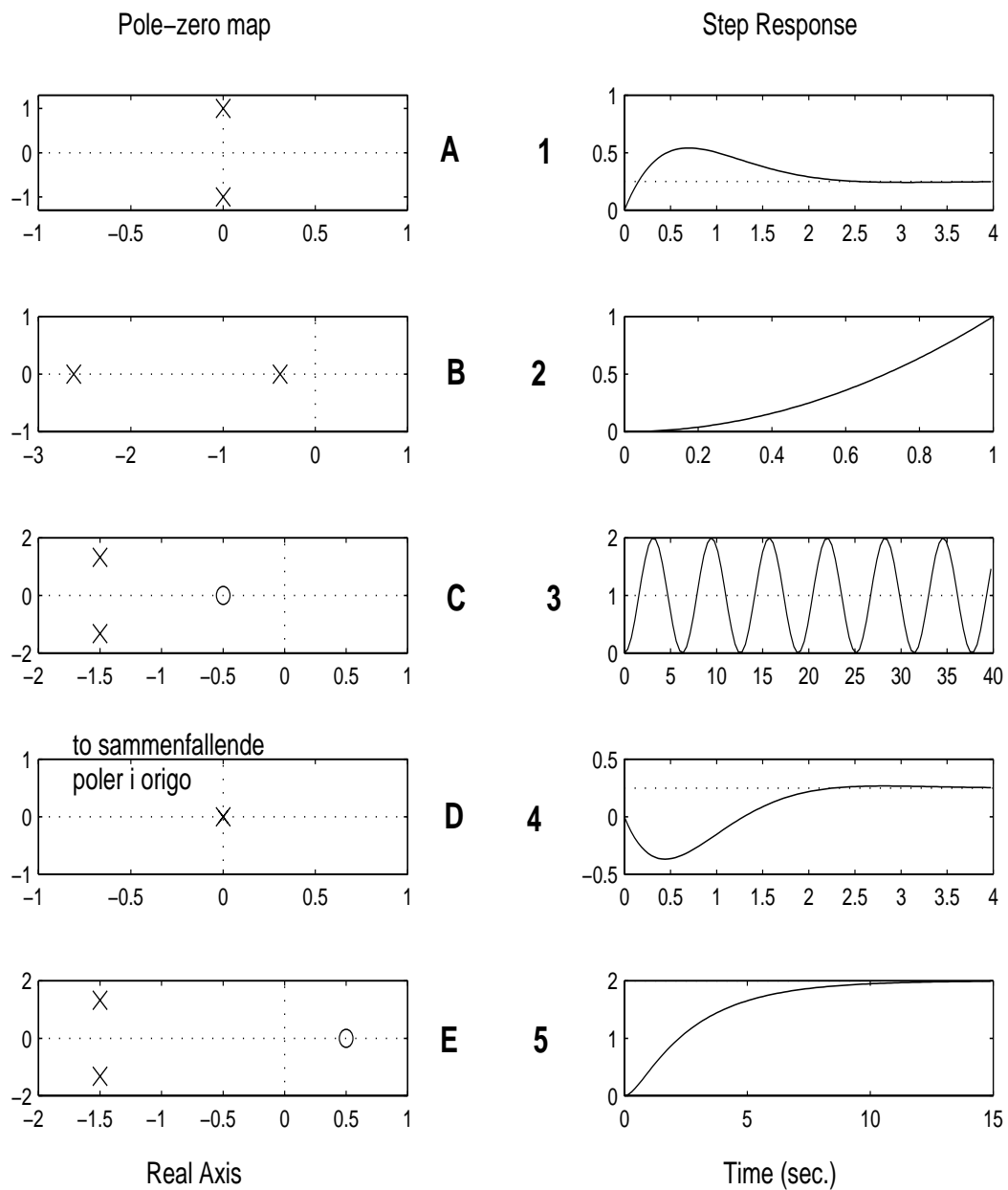
Hva blir det stasjonære avviket ved et enhetssprang i referansen når vi benytter P-regulatoren til å regulere temperaturen i rommet? Tips:  $N(s) = \frac{e(s)}{r(s)}$

Hva kan gjøres for å redusere/eliminere dette avviket?

## Oppgave 4 (20%)

Gitt et sett sprangresponser (1-5) og et sett pol-/nullpunktskonfigurasjoner (A-E), se figur 4. Polene er markert med x og nullpunktene med o.

Finn hvilke par som hører sammen. Hver kombinasjon skal begrunnes kort (ren gjetting premieres ikke, selv om du gjetter riktig). Angi stabilitetsegenskapene (marginalt stabil, asymptotisk stabil, ustabil) til systemene.



Figur 4: 5 sprangresponser og 5 pol-/nullpunktskonfigurasjoner

## Oppgave 5 (15%)

a) (3%)

Forklar hvordan Ziegler-Nichols lukket-sløyfe-metode fungerer.

b) (3%)

Forklar hvordan Hagglund og Åstrøms relebaserte auto-tuner fungerer.

c) (2%)

Forklar med ord hva du forstår med et systems frekvensrespons.

d) (3%)

Hva menes med begrenset derivatvirkning i forbindelse med PID regulatorer?

e) (2%)

Beskriv kort hva som typisk forventes i et reguleringssystem når de forskjellige parametrene i en PID-regulator endres.

f) (2%)

Forklar hva som menes med anti-windup eller integratorbegrensing.

# Formelsamling

Linearisering:

$$\Delta \dot{x} = \frac{\partial f}{\partial x}|_{x^p, u^p} \Delta x + \frac{\partial f}{\partial u}|_{x^p, u^p} \Delta u \quad (4)$$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$\frac{\partial f}{\partial u} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial u} \\ \frac{\partial f_2}{\partial u} \end{bmatrix} \quad (6)$$

Et komplekst tall  $z$  kan skrives på kartesisk form slik:

$$z = \operatorname{Re}(z) + j\operatorname{Im}(z) \quad (7)$$

eller på polar form slik:

$$z = |z|e^{j\angle z} \quad (8)$$

Sammenheng mellom kartesisk og polar form:

$$|z| = \sqrt{\operatorname{Re}(z)^2 + \operatorname{Im}(z)^2} \quad (9)$$

$$\angle z = \arctan \frac{\operatorname{Im}(z)}{\operatorname{Re}(z)} \quad (10)$$



## Egenskaper ved Laplacetransformasjonen

**Tidsforsinkelse:**

$$f(s)e^{-\tau s} \Longleftrightarrow f(t - \tau) \quad (11)$$

**Derivasjon:**

$$s^n f(s) - s^{n-1} f(0) - s^{n-2} \dot{f}(0) - \dots - \overset{(n-1)}{f}(0) \Longleftrightarrow \overset{(n)}{f}(t) \quad (12)$$

Med initialbetingelser lik null fås

$$s^n f(s) \Longleftrightarrow \overset{(n)}{f}(t) \quad (13)$$

**Begynnelsesverditeorem:**

$$\lim_{t \rightarrow 0} f(t) = \lim_{s \rightarrow \infty} s \cdot f(s) \quad (14)$$

**Sluttverditeorem:**

$$\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot f(s) \quad (15)$$

## Transformasjonspar

$$1 \iff \delta(t) \quad (16)$$

$$\frac{1}{s} \iff 1 \quad (17)$$

$$\frac{1}{s^2} \iff t \quad (18)$$

$$\frac{n!}{s^{n+1}} \iff t^n \quad (19)$$

$$\frac{1}{Ts + 1} \iff \frac{e^{-\frac{t}{T}}}{T} \quad (20)$$

$$\frac{1}{(Ts + 1)^n} \iff \frac{1}{T^n (n-1)!} t^{n-1} e^{-\frac{t}{T}} \quad (21)$$

$$\frac{1}{(Ts + 1)s} \iff 1 - e^{-\frac{t}{T}} \quad (22)$$

$$\frac{1}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)} \iff \frac{1}{T_1 - T_2} (e^{-\frac{t}{T_1}} - e^{-\frac{t}{T_2}}) \quad (23)$$

Transformasjonspar forts.

$$\frac{1}{(Ts + 1)^2 s} \Leftrightarrow 1 - \left(1 + \frac{t}{T}\right) e^{-\frac{t}{T}} \quad (24)$$

$$\frac{1}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)s} \Leftrightarrow 1 + \frac{1}{T_2 - T_1} (T_1 e^{-\frac{t}{T_1}} - T_2 e^{-\frac{t}{T_2}}) \quad (25)$$

$$\frac{T_1 s + 1}{(T_2 s + 1)s} \Leftrightarrow 1 + \left(\frac{T_1}{T_2} - 1\right) e^{-\frac{t}{T_2}} \quad (26)$$

$$\frac{s + \alpha}{(s + a)(s + b)(s + c)} \Leftrightarrow \frac{(\alpha - a)e^{-at}}{(b - a)(c - a)} + \frac{(\alpha - b)e^{-bt}}{(c - b)(a - b)} + \frac{(\alpha - c)e^{-ct}}{(a - c)(b - c)} \quad (27)$$

$$\frac{1}{\left(\frac{s}{\omega_0}\right)^2 + 2\zeta \frac{s}{\omega_0} + 1} \Leftrightarrow \frac{\omega_0}{\sqrt{1 - \zeta^2}} e^{-\zeta \omega_0 t} \sin(\sqrt{1 - \zeta^2} \omega_0 t) , \quad 0 \leq \zeta < 1 \quad (28)$$

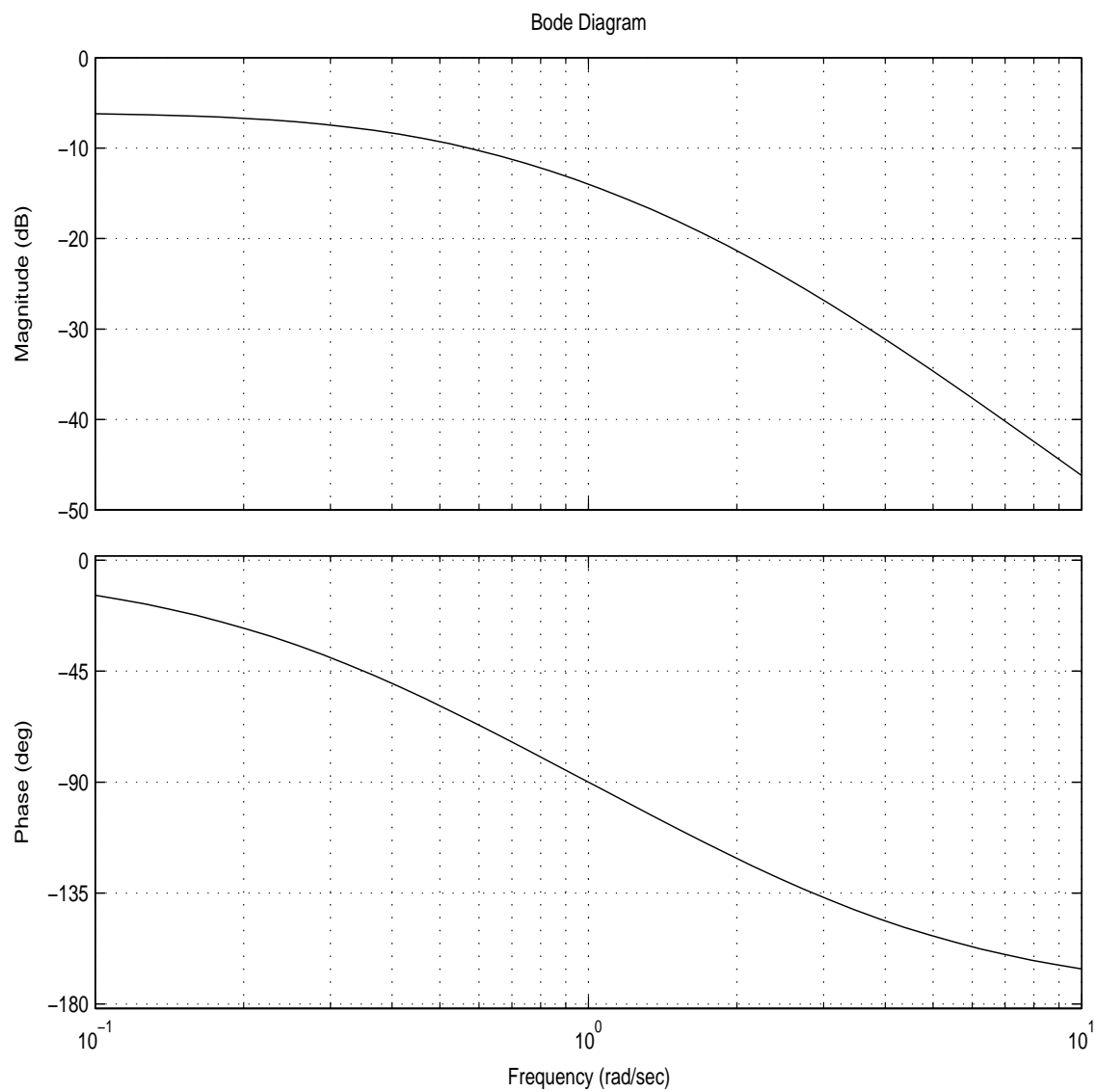
$$\frac{1}{\left(\left(\frac{s}{\omega_0}\right)^2 + 2\zeta \frac{s}{\omega_0} + 1\right)s} \Leftrightarrow 1 - \frac{\omega_0}{\sqrt{1 - \zeta^2}} e^{-\zeta \omega_0 t} \cos(\sqrt{1 - \zeta^2} \omega_0 t - \varphi) , \quad \varphi = \arcsin \zeta , \quad 0 \leq \zeta < 1 \quad (29)$$

$$\frac{\omega}{s^2 + \omega^2} \Leftrightarrow \sin \omega t \quad (30)$$

$$\frac{s}{s^2 + \omega^2} \Leftrightarrow \cos \omega t \quad (31)$$



Fag: TE179, Reguleringsteknikk 1  
Dato: 19. desember 2001  
Kandidatnr:  
Sidenr:



Figur 5: Bodeplot av sløyfetransferfunksjonen  $h_0(j\omega)$  i oppgave 3d).