

EKSAMEN I: BIE 240 Reguleringssteknikk

VARIGHET: 4 timer

TILLATTE HJELPEMIDLER: Bestemt enkel kalkulator

OPPGAVESETTET BESTÅR AV 2 OPPGAVE PÅ 6 SIDER

MERKNADER: Formelvedlegget er på side 7.

Deloppgavene har lik vekt. Legg ved side 8 sammen med besvarelsen.

KONTAKTPERSON: Tormod Drengstig, E-423a, tlf. (518)32025/93885533.

---

## 1 Analyse av en prosess $H_p(s)$

En prosess er beskrevet ved transferfunksjonen

$$\frac{y(s)}{u(s)} = H_p(s) = \frac{1}{2s^2 + 3s + 4} \quad (1)$$

a) Bestem polene til systemet.

Er systemet marginalt stabilt, ustabilt eller asymptotisk stabilt.

Finn  $\omega_0$  og  $\zeta$ .

Er systemet underdempet, overdempet eller kritisk dempet system?

b) Finn et uttrykk for prosessens frekvensrespons, dvs. amplitudeforsterkning  $|H_p(j\omega)|$  og faseforskyvning  $\angle H_p(j\omega)$ .

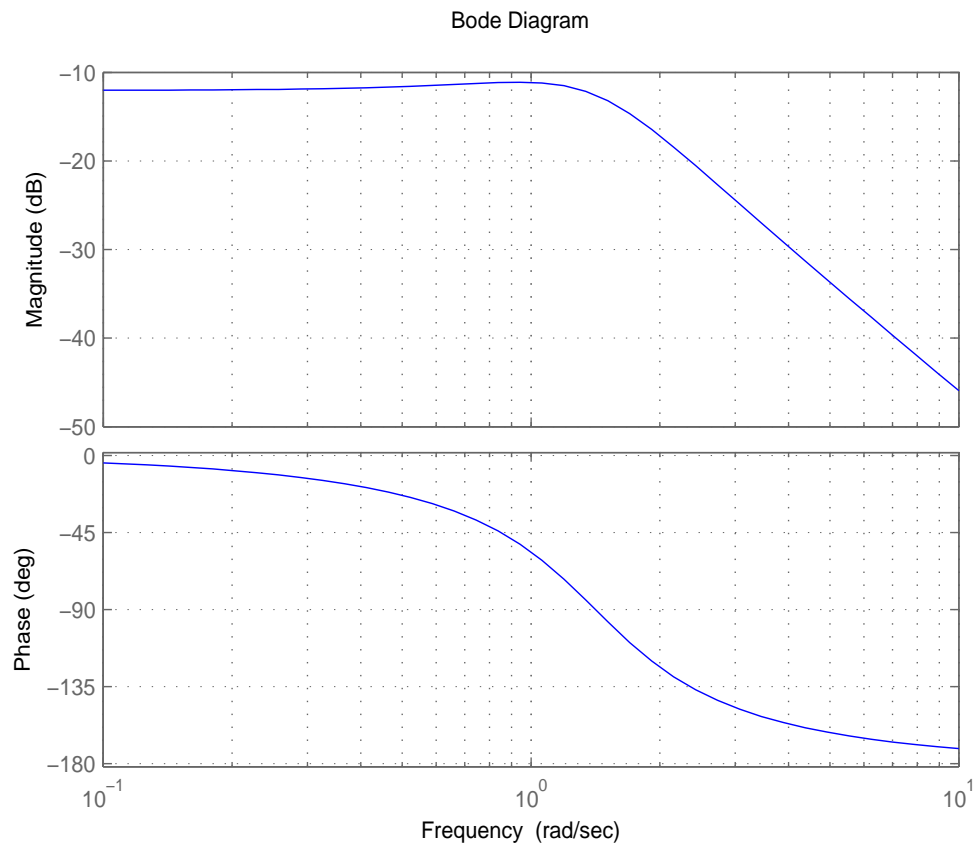
c) Bodeplottet av  $H_p(s)$  er gitt i figur 1. La pådraget være en **sinusfunksjon**  $u(t) = 0.3 \sin(2.4t)$ . Benytt figur 1 til å finne et uttrykk for utgangssignalet  $y(t)$ ?

Grovskisser  $u(t)$  og  $y(t)$  i samme diagram.

d) Sett modellen (1) på standard form og finn prosessforsterkningen  $K$ .

Forklar hvor og hvordan du også kan finne denne prosessforsterkningen fra figur 1?

Avles fra figuren hva båndbredden  $w_b$  til systemet er (omtrentlig).



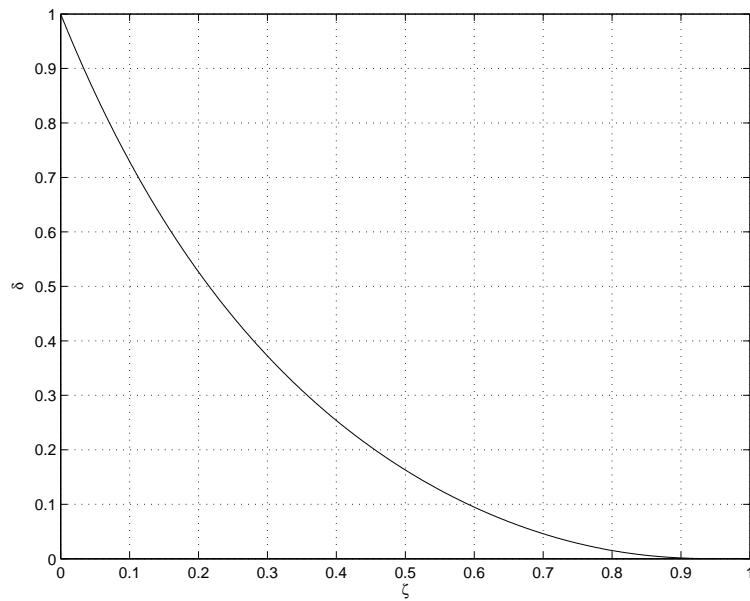
Figur 1: Bodeplott av prosessen  $H_p(s)$ .

e) Anta at  $u(t)$  er et enhetssprang.

Finn et estimat for responstiden  $T_r$  og stasjonærverdien for  $y(t)$ .

Hvis du mener responsen i  $y(t)$  har oversving, benytt figur 2 til å finne maksimalverdi på responsen i  $y(t)$ .

f) Benytt informasjonen i de 2 deloppgavene over til å skissere sprangresponsen relativt detaljert.

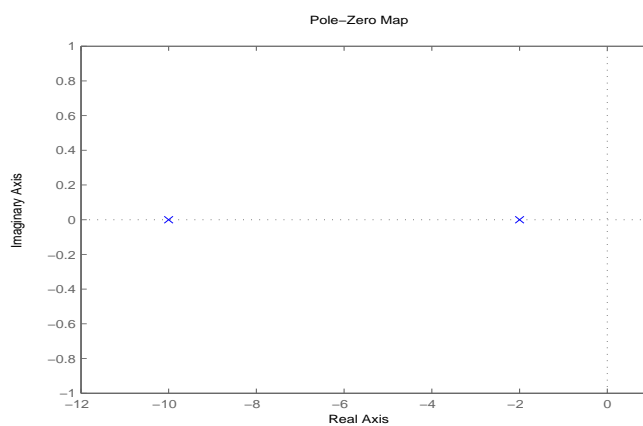


Figur 2: Sammenheng mellom relativ dempingsfaktor  $\zeta$  og oversvingsfaktoren  $\delta$ .

## 2 Regulering av prosessen $H_p(s)$

- a) Vi skal nå designe et reguleringsystem for systemet. Til dette trenger vi et måleinstrument og regulator. Anta at selve måleinstrumentet er innkapslet i en metallkappe, slik at det har 2-ordens dynamikk. Metallkappen har tregere dynamikk enn selve måleinstrumentet.

Forsterkning til måleinstrumentet er  $K_M = 2$ . Polene til måleinstrument og metallkappe er vist i figuren under. Benytt denne informasjonen til å finne  $H_m(s)$ .



Figur 3: Polene til måleinstrumentet  $H_m(s)$ .

b) Vis at transferfunksjonen til en PI regulator er

$$H_r(s) = \frac{u(s)}{e(s)} = \frac{K_p T_i s + K_p}{T_i s} \quad (2)$$

c) Finn sløyfetransferfunksjonen  $H_0(s)$ .

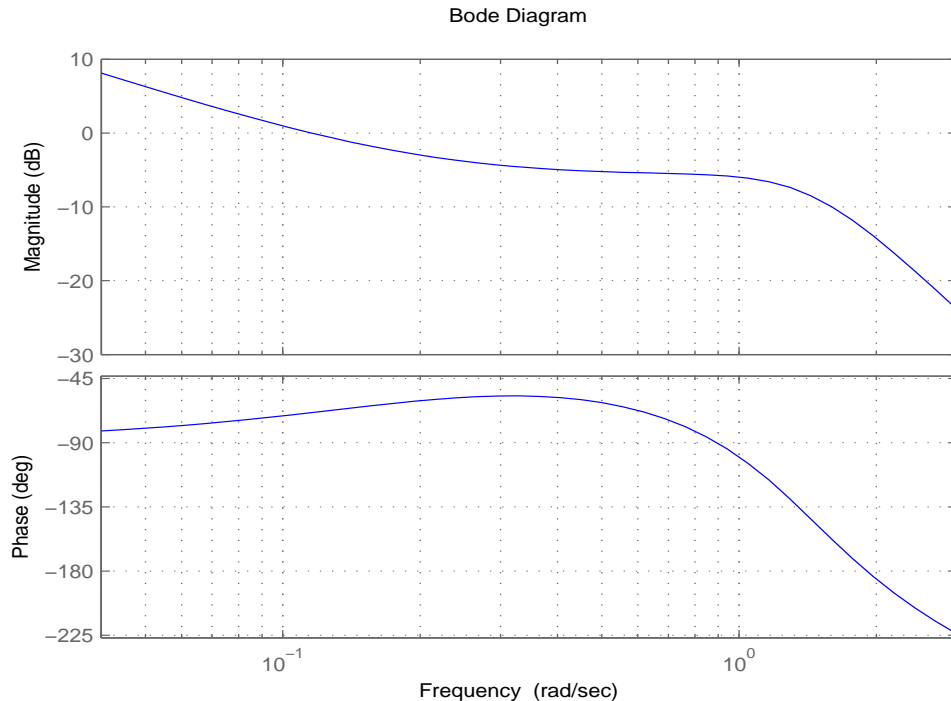
Ut fra denne, anslå hvor mye  $|H_0(j\omega)|$  faller ved høye frekvenser (angitt i dB/dek) og hvor stor fasen  $\angle H_0(j\omega)$  vil bli ved høye frekvenser.

d) Hovedkriteriet til regulatoren er at det ikke skal være reguleringsavvik ved sprang i referansen.

Vis at ved å benytte enhetssprang i referansen  $y_r(t)$  og sluttverditeoremet kan sammenhengen i (3) benyttes til å vise at en PI-regulator gir ikke reguleringsavvik.

$$N(s) = \frac{e(s)}{y_r(s)} = \frac{1}{1 + H_0(s)} \quad (3)$$

e) La oss anta at vi før vi begynner å stille inn regulatoren benytter vi  $K_p = 1$  og  $T_i = 5$ . I figur 4 er Bodeplottet for  $H_0(j\omega)$  vist. Benytt denne figuren til å finne forsterknings- og fasemarginen ( $\Delta K$  og  $\phi$ ) til reguleringsystemet. Tegn inn på figuren gitt på side 8 og lever inn sammen med besvarelsen.



Figur 4: Bodeplot av sløyfetransferfunksjonen  $H_0(j\omega)$ . Det finnes en kopi av figuren på side 8.

f) Anta at vi ønsker å regulere utgangen etter følgende spesifikasjoner:

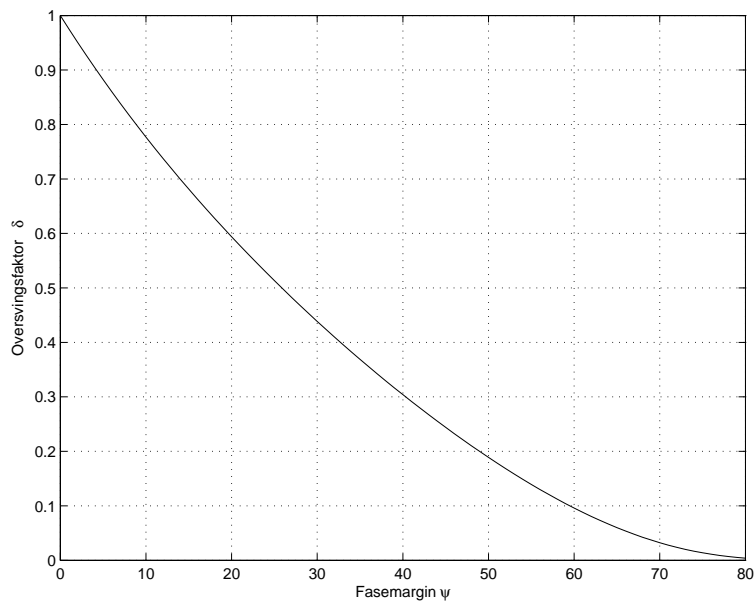
- 1) Sprangresponsen skal være så rask som mulig
- 2) Systemet skal ha 25% oversving

I figur 5 er sammenhengen mellom fasemargin  $\psi$  og oversvingsfaktor  $\delta$  vist for systemet vårt.

Benytt figur 5 sammen med Bodeplottet av  $H_0(j\omega)$  i figur 4 til å avgjøre hvor mye  $K_p$  må forsterkes/forminskes for å tilfredstille krav 2).

Hva blir verdien på den nye  $K_p$ ?

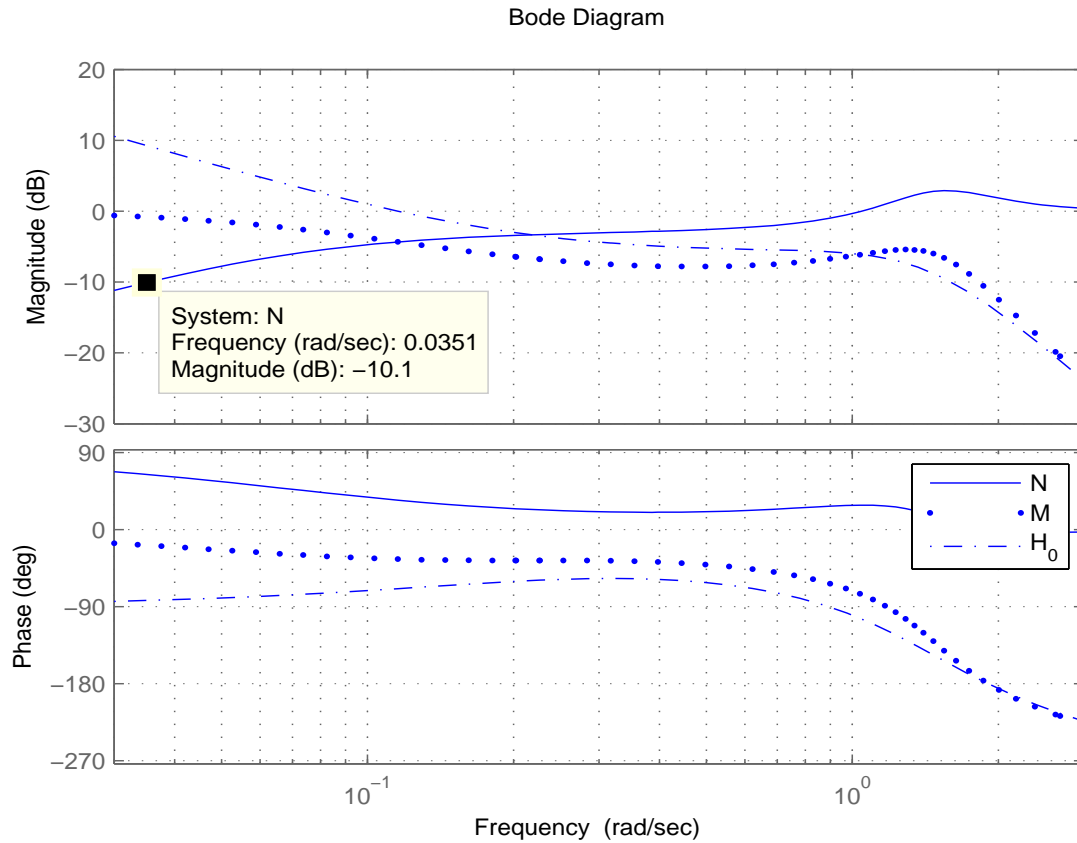
Skisser om ønskelig i samme figur som du leverer inn (figur 7, side 8).



Figur 5: Sammenheng mellom fasemargin og oversvingsfaktor for regulerings-systemet vårt.

g) I figur 6 er Bodeplottet av  $H_0(s)$ ,  $M(s)$  og  $N(s)$  vist.

Som du ser  $|N(j\omega)|$  er -10dB for frekvensen  $\omega = 0.035$  rad/sekund.



Figur 6: Bodeplot av  $H_0(s)$ ,  $M(s)$  og  $N(s)$ .

Vis hvordan reguleringsavviket  $e(t)$  typisk ser ut når referansen  $y_r(t)$  varierer med frekvensen  $\omega = 0.035$  rad/sekund med en amplitude på 0.5. Vis samtidig i en annen figur hvordan  $y_r(t)$  og  $y(t)$  ser ut. Hint: Benytt informasjon om  $M(s)$  som er avlest ved samme frekvens.

- h) Vis hvordan reguleringsavviket  $e(t)$  ser ut når referansen er konstant og en forstyrrelse  $v(t)$  varierer med frekvensen  $\omega = 0.035$  med en amplitude på 0.5 og regulatoren skifter fra auto til manuell midt i simuleringen. Dette er altså den andre tolkningen av  $N(s)$ .

# Formelsamling

- Løsning på annengradsligningen  $a \cdot x^2 + b \cdot x + c = 0$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad (4)$$

- Et generelt 2-ordens system kan skrives som

$$h(s) = \frac{K}{(\frac{s}{\omega_0})^2 + 2\frac{\zeta}{\omega_0}s + 1} \quad (5)$$

- Et komplekst tall  $z$  kan skrives på kartesisk form slik:

$$z = \text{Re}(z) + j\text{Im}(z) \quad (6)$$

eller på polar form slik:

$$z = |z|e^{j\angle z} \quad (7)$$

- Sammenheng mellom kartesisk og polar form er:

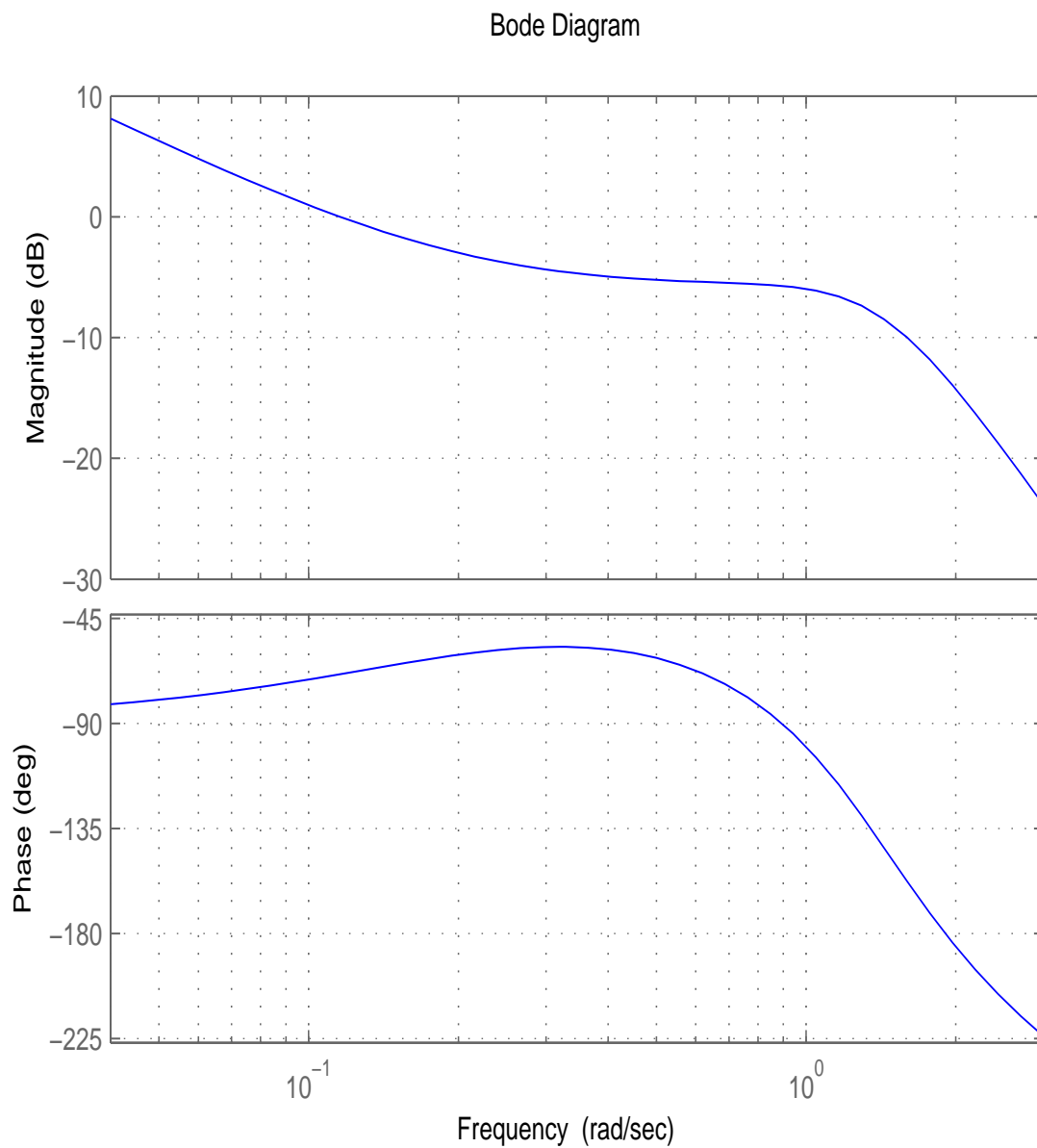
$$|z| = \sqrt{\text{Re}(z)^2 + \text{Im}(z)^2} \quad (8)$$

$$\angle z = \arctan \frac{\text{Im}(z)}{\text{Re}(z)} \quad (9)$$

- Sluttverditeorem

$$\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot f(s) \quad (10)$$

Fag: BIE240, Reguleringsteknikk  
Dato: 9. desember 2010  
Kandidatnr:  
Sidenr:



Figur 7: Bodeplot av sløyfetransferfunksjonen  $H_0(j\omega)$  i oppgave 2 e).