

Løsningsforslag til

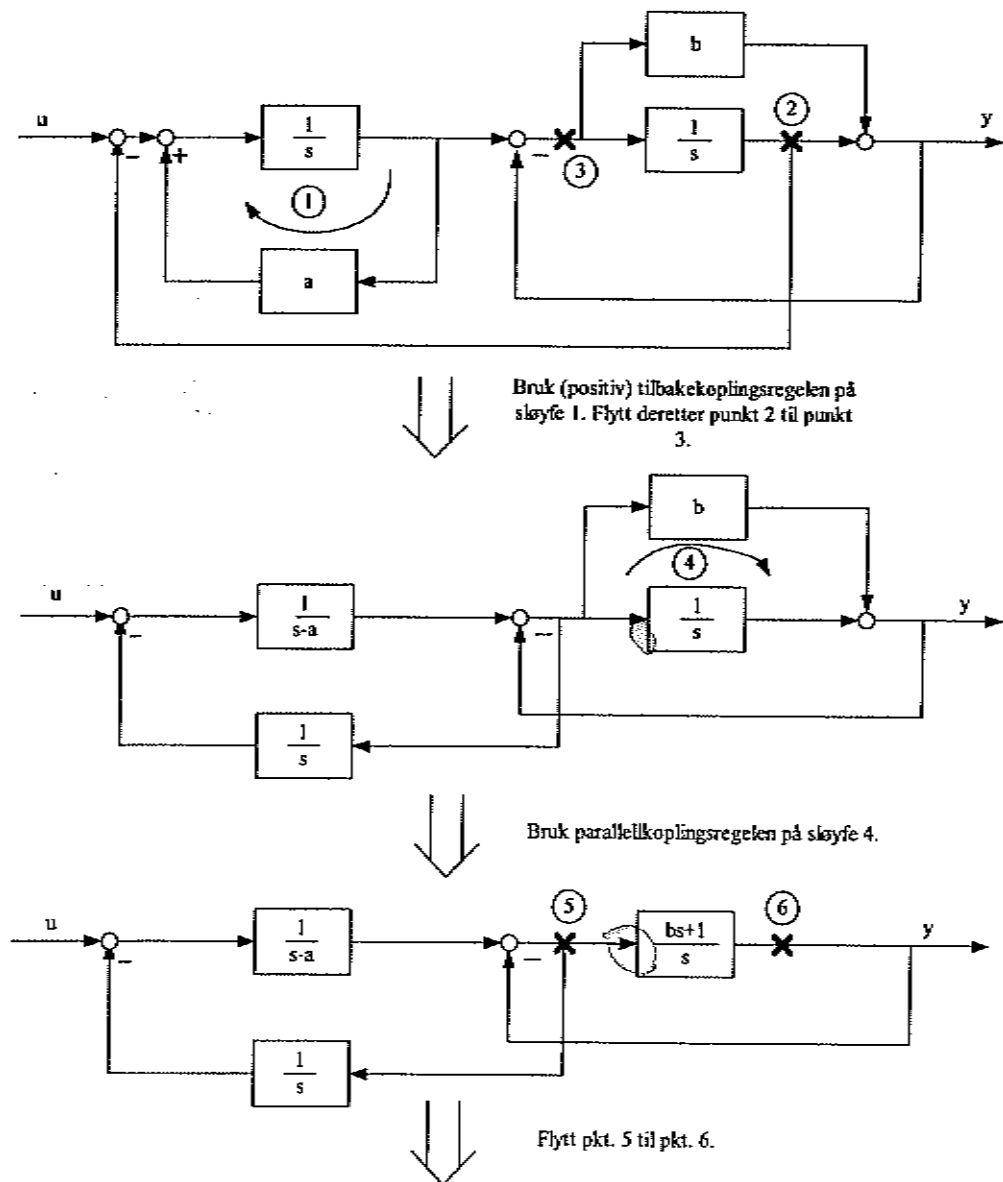
Ekamen i

TE 179 Reguleringsteknikk 1

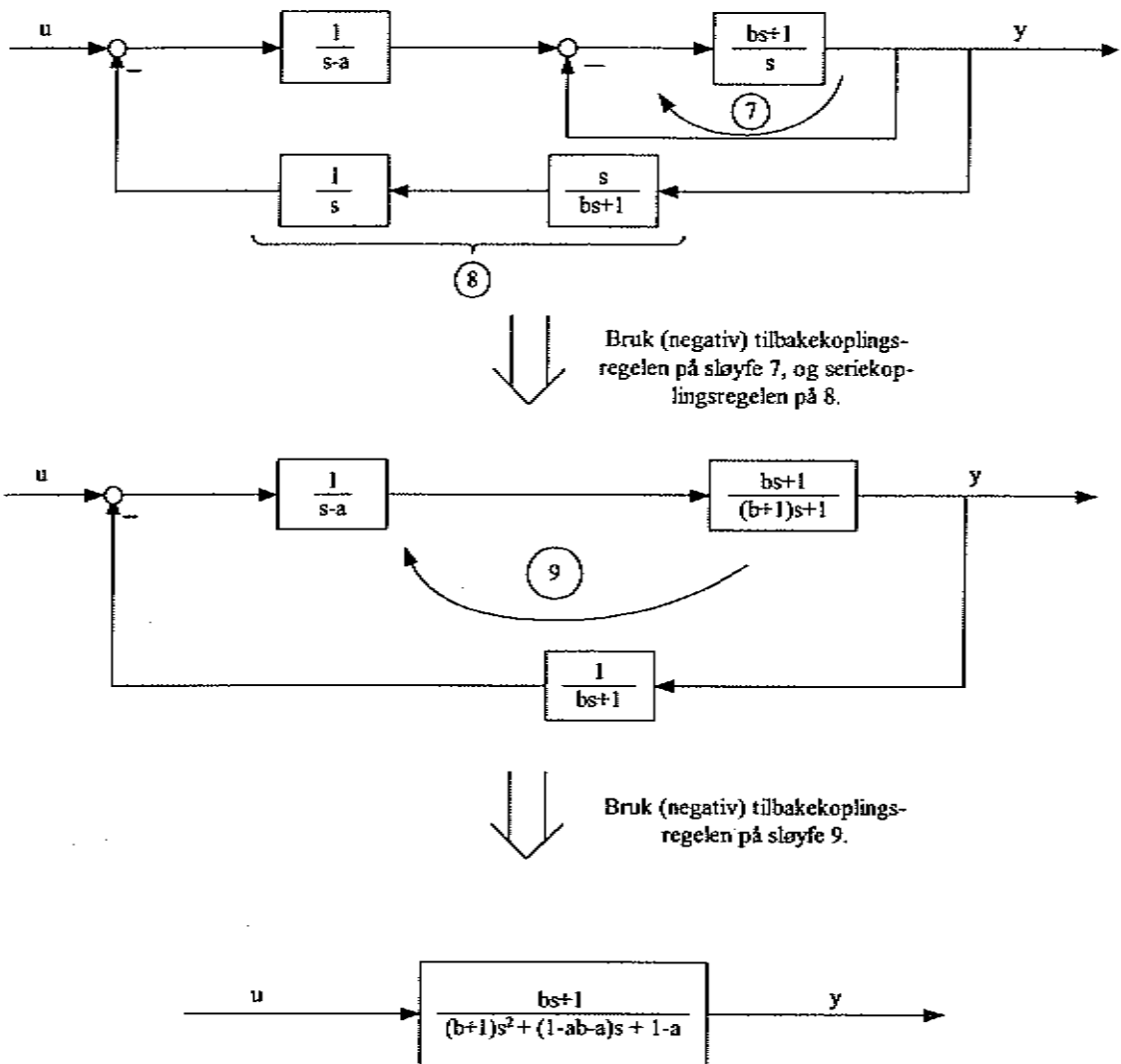
19.12.2000

Oppgave 1

Reduksjon av blokkdiagrammet er vist i figur 1.1 og figur 1.2.



Figur 1.1



Figur 1.2

Vi ser av figur 1.2 at transferfunksjonen $h(s)$ fra u til y er på formen

$$\frac{y}{u}(s) = h(s) = \frac{1 + bs}{k_1 s^2 + k_2 s + k_3} \quad (1)$$

hvor

$$\begin{bmatrix} k_1 \\ k_2 \\ k_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + b \\ 1 - ab - a \\ 1 - a \end{bmatrix}$$

Oppgave 2

a) Transferfunksjonen

$$h(s) = \frac{2e^{-s}}{(1 + 4s)} \quad (2)$$

kan skrives på formen (sett $s = j\omega$):

$$\begin{aligned} h(j\omega) &= \frac{2e^{-j\omega}}{1+j4\omega} \\ &= \frac{2e^{-j\omega}}{\sqrt{1+(4\omega)^2} e^{j\arctan(4\omega)}} \\ &= \frac{2}{\sqrt{1+(4\omega)^2}} e^{-j(\omega+\arctan(4\omega))} = |h(j\omega)| e^{j\angle h(j\omega)} \end{aligned} \quad (3)$$

Uttrykket for prosessens frekvensrespons blir:

$$|h(j\omega)| = \frac{2}{\sqrt{1+(4\omega)^2}} \quad (4)$$

$$\angle h(\omega) = \underline{\underline{-\omega - \arctan 4\omega}} \quad (5)$$

b) Vi setter $\omega = 0.5$ rad/s inn i (4) og (5), og får:

$$|h(j \cdot 0.5)| = \frac{2}{\sqrt{1+(4 \cdot \frac{1}{2})^2}} \approx 0.894 \quad (6)$$

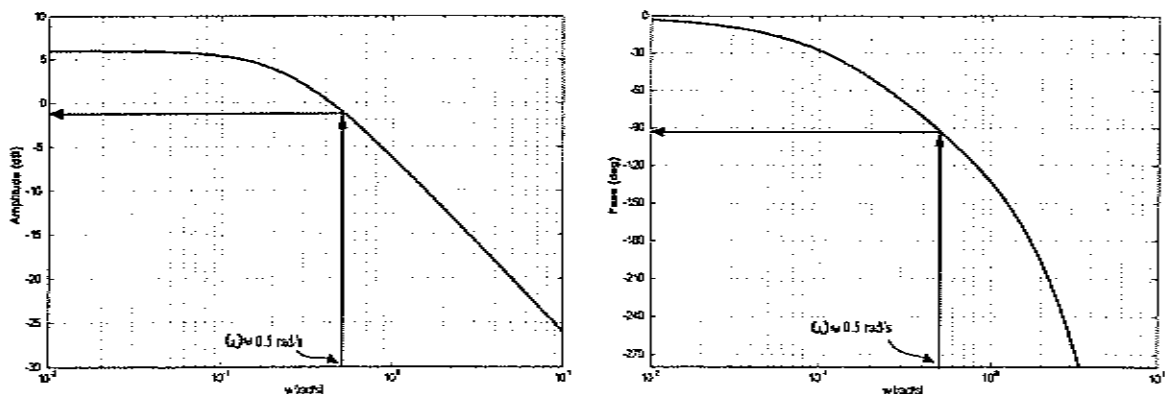
$$\begin{aligned} \angle h(j \cdot 0.5) &= -0.5 - \arctan\left(4 \cdot \frac{1}{2}\right) \\ &\approx \underline{\underline{-1.607 \text{ rad} \approx -92.08^\circ}} \end{aligned} \quad (7)$$

Av figur 2.1 får vi:

$$|h(j \cdot 0.5)| \approx \underline{\underline{-1 \text{ dB} \approx 0.89}} \quad (8)$$

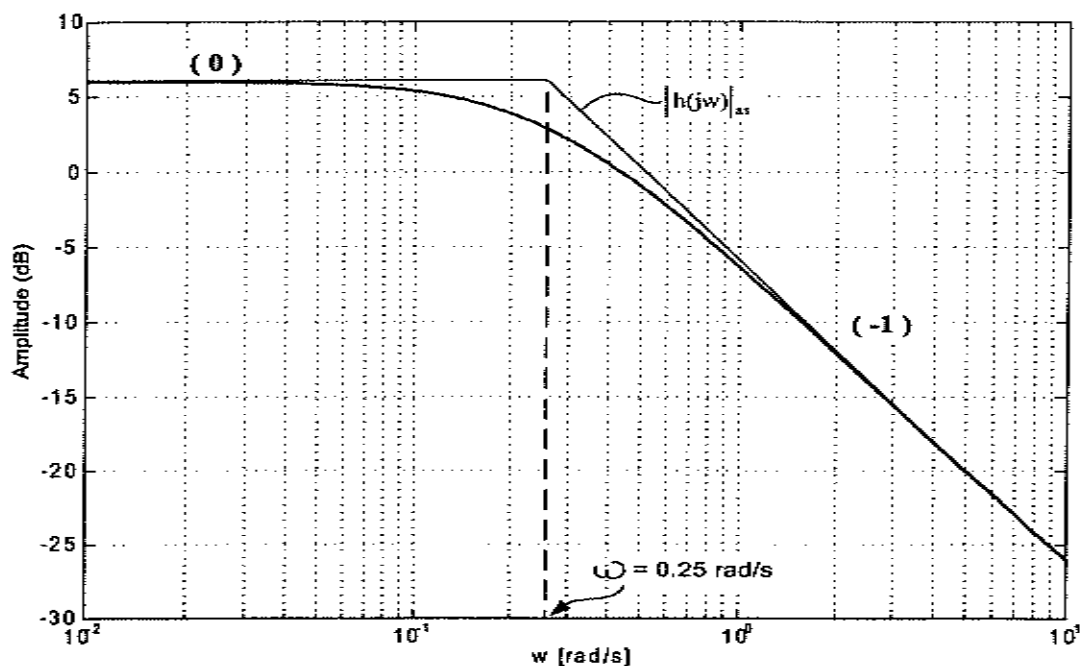
$$\angle h(j\omega) \approx \underline{\underline{-92^\circ}} \quad (9)$$

De beregnede resultatene (6) og (7) er derfor riktige.



Figur 2.1

c) Asymptotene for amplitudeforsterkningen $|h(j\omega)|_{as}$ er skissert i figur 2.2.



Figur 2.2

d) Generelt, når man sender et inngangssignal $u(t)$ på formen

$$u(t) = U_0 \sin(\omega_0 t) \quad (10)$$

inn i et lineært system med transferfunksjon $h(s)$, da vil det stasjonære utgangssignalet $y(t)$ bli:

$$y(t) = U_0 \cdot |h(j\omega_0)| \cdot \sin(\omega_0 t + \angle h(j\omega_0)) \quad (11)$$

Inngangssignalet er i dette tilfellet lik:

$$u(t) = 10 \sin(0.5t) \quad (12)$$

dvs. $U_0 = 10$ og $\omega_0 = 0.5$ rad/s. Amplituden av utgangssignalet $y(t)$ og faseforskyvningen som prosessutgangen $y(t)$ har i forhold til $u(t)$ blir derfor lik:

$$\begin{aligned} |y(t)| &= U_0 \cdot |h(j\omega_0)| = 10 \cdot |h(j \cdot 0.5)| \\ &= \frac{20}{\sqrt{5}} \approx 8.94 \end{aligned} \quad (13)$$

$$\angle h(j \cdot 0.5) \approx -92.1^\circ \quad (14)$$

e) Vi har at

$$y(s) = h(s) \cdot u(s) \quad (15)$$

hvor $u(s)$ er (enhetssprang):

$$u(s) = \frac{1}{s} \quad (16)$$

Vi setter (16) inn i (15), samt uttrykket for $h(s)$ (oppgitt i oppgave teksten), og får:

$$y(s) = \frac{2}{(1+4s)s} e^{-s} = f(s) \cdot e^{-s} \quad (17)$$

Vi vet følgende generelle sammenheng:

$$f(t-a) \xleftrightarrow{\mathcal{L}} f(s)e^{-as} \quad (18)$$

hvor $a = 1$ og $f(s)$ er lik:

$$f(s) = \frac{2}{(1+4s)} \cdot \frac{1}{s} \quad (19)$$

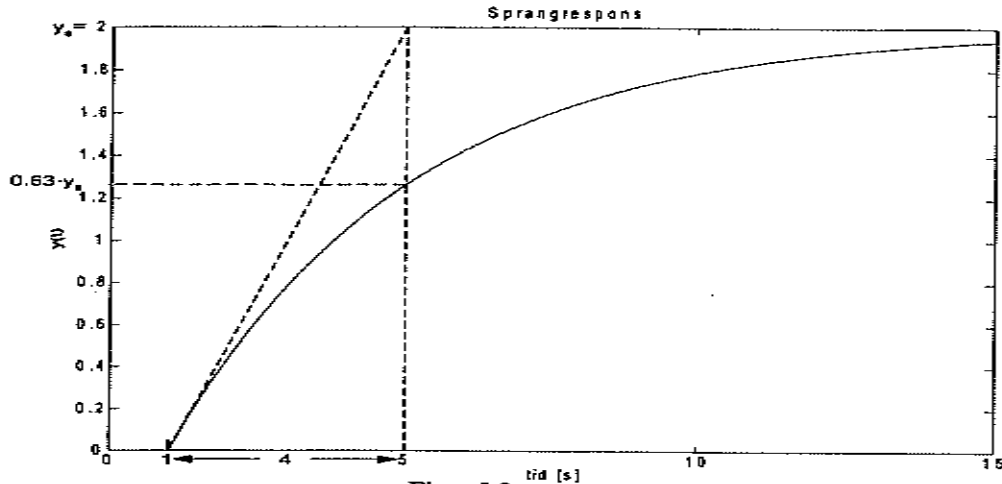
i dette tilfellet. Den invers-Laplacestransformen av (19) er (bruk (V.12) i vedlegget):

$$\mathcal{L}^{-1}\{f(s)\} = f(t) = 2 \left(1 - e^{\frac{t}{4}}\right) \quad (20)$$

Vi setter (20) inn i (18), og får

$$\begin{aligned} y(t) &= \mathcal{L}^{-1} \{ f(s)e^{-s} \} = f(t-1) \\ &= \underline{\underline{2 \left(1 - e^{-\frac{(t-1)}{4}} \right)}} \end{aligned} \quad (21)$$

Utgangen $y(t)$ er skissert i Figur 2.3.



Figur 2.3

Oppgave 3

A - 3	A - 3	Kompleksskonjugerte poler langs Im-aksen ⇒ responsen blir sinus/cosinus-formet ⇒ sprangrespons III	Marginal stabil
C - 1	B - 1	Kompleksskonj. poler i venstre halvplan (vhp.) ⇒ asymptotisk stab. respons, men oscillatorisk (underdempet respons). ⇒ sprangrespons I	Asymptotisk stabil
B - 5	C - 5	Begge polene ligger langs Re-aksen i vhp. ⇒ overdempet respons, nesten som et 1. ordens system ⇒ sprangrespons V	Asymptotisk stabil
E - 4	D - 4	Kompleksskonj. poler i vhp. ⇒ asymptotisk stab. respons, men (underdempet respons). Videre, siden vi har et nullpunkt i høyre halvplan (hhp.) får vi invers respons. ⇒ sprangrespons VI	Asymptotisk stabil
D - 2	E - 2	Sammenfallende poler i origo ⇒ ustabil respons ⇒ $\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = \infty$ ⇒ sprangrespons II	Ustabil

Oppgave 4

a) Gitt følgende ligninger:

$$\dot{\varphi} = \omega \quad (22)$$

$$\ddot{\varphi} = \dot{\omega} = \frac{1}{J_m + ML^2} \left(\frac{K_1}{R} (u - K_2 \omega) + MgL \sin \varphi \right) \quad (23)$$

4a) Hete elementet :

Generell energi-balanse :

$$\frac{dE_e}{dt} = \text{varmestrom-inn} - \text{varmestrom-ut}$$

$$E_e = m_e \cdot c_e (T_e - T_0)$$

• antar at $T_0 = \text{konstant} \Rightarrow \frac{dT_0}{dt} = 0$

• antar at $m_e = c_e = \text{konstante}$

Dette gir :

$$m_e \cdot c_e \cdot \frac{dT_e}{dt} = U - \text{varmestrom-ut}$$

varmestrom-ut kan modelleres som :

$$\text{varmestrom-ut} = h_e \cdot A_e \cdot (T_e - T_l)$$

Innsatt gir dette :

$$m_e \cdot c_e \cdot \frac{dT_e}{dt} = U - h_e A_e \cdot (T_e - T_l)$$

$$= U - h_e A_e T_e + h_e A_e T_l$$

Luften:

$$\frac{dE_l}{dt} = \text{varmestrom-in} - \text{varmestrom-ut}$$

$$\text{hvor } E_l = m_l \cdot c_l \cdot (T_l - T_0) = \rho_l \cdot c_l \cdot V_l \cdot (T_l - T_0)$$

Varmerestrom-in er den samme som
varmerestrom-ut for hetkelementet:

$$Q = h_e \cdot A_e \cdot (T_e - T_l)$$

antar at $m_l = V_l = c_l = \text{konstanter}$

Dette gir:

$$\rho_l \cdot V_l \cdot c_l \cdot \frac{dT_l}{dt} = h_e A_e (T_e - T_l) - \text{varmerestrom-ut}$$

hvor varmerestrom-ut kan modelleres slik:

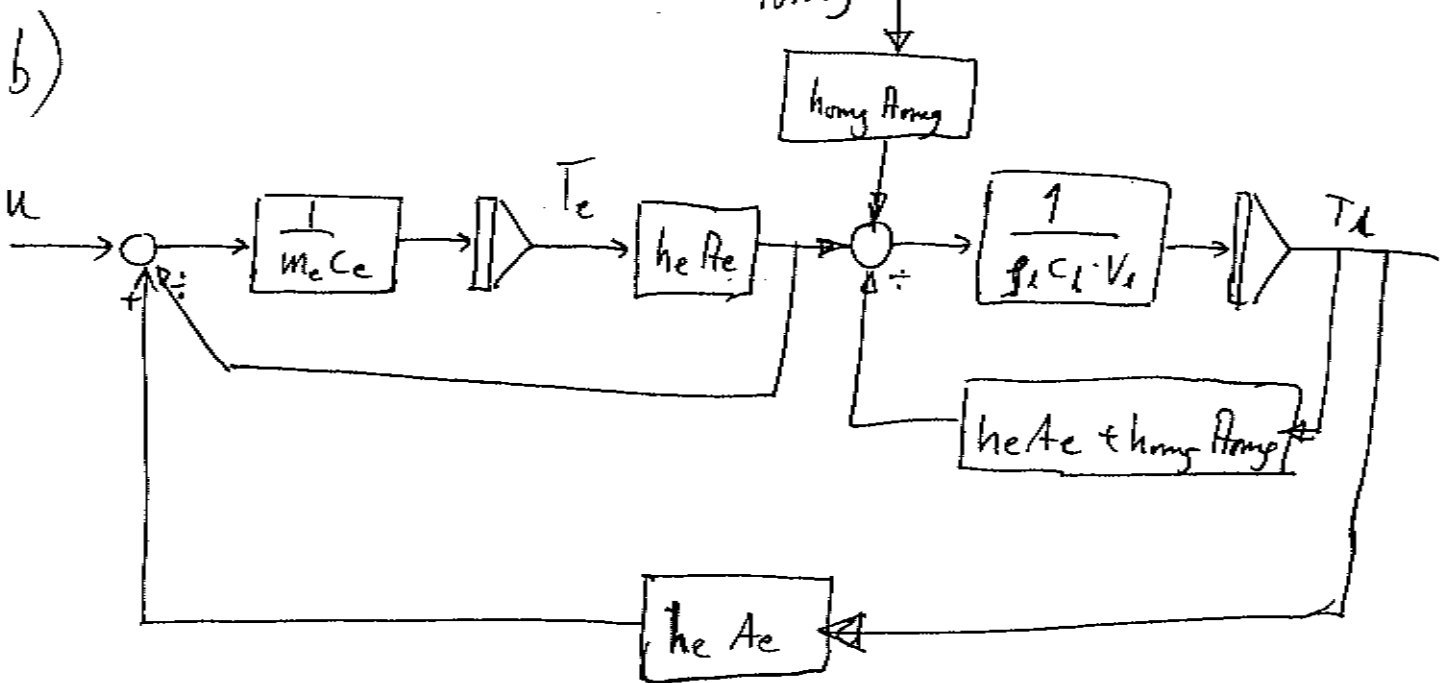
$$Q = h_{ang} A_{ang} (T_l - T_{ang})$$

Innsatt gir dette:

$$\rho_l \cdot V_l \cdot c_l \cdot \frac{dT_l}{dt} = h_e A_e (T_e - T_l) - h_{ang} A_{ang} (T_l - T_{ang})$$

$$= h_e A_e T_e - (h_e A_e + h_{ang} A_{ang}) T_l$$

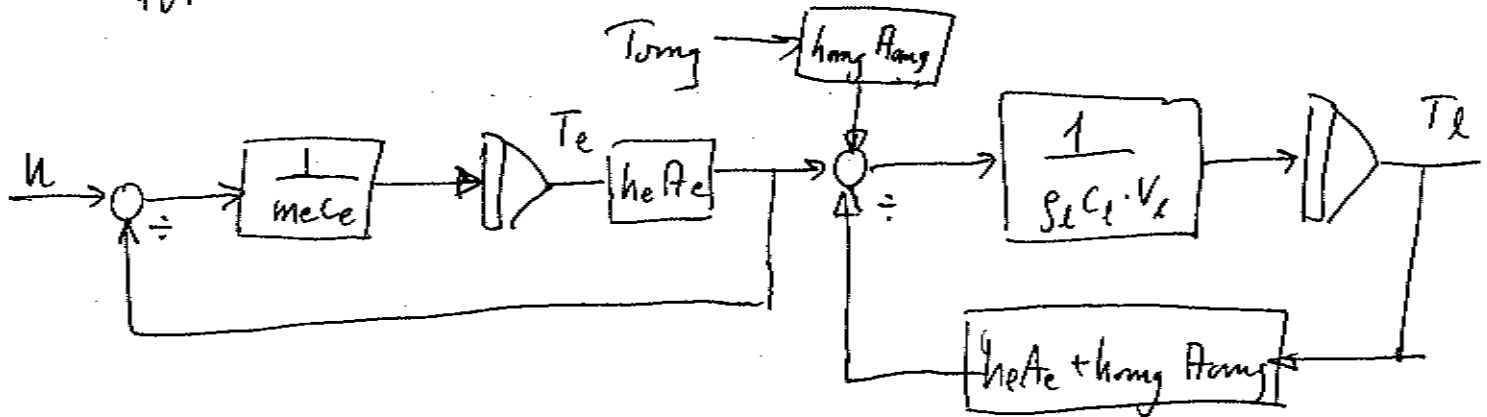
$$+ h_{ang} A_{ang} T_{ang}$$



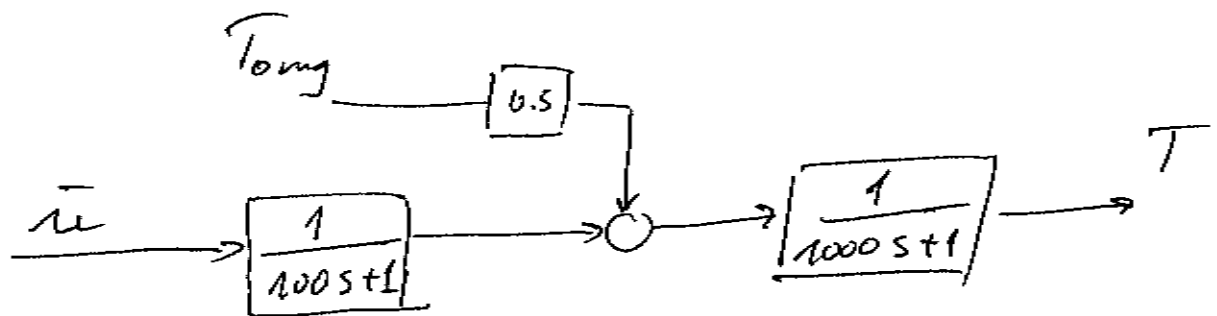
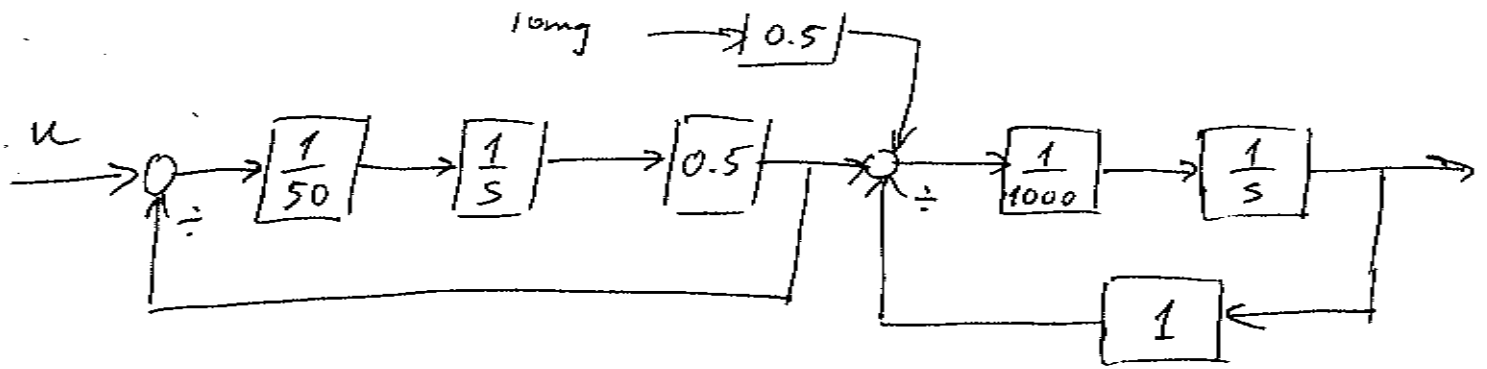
Alt 1:

c) blokkdiag rammanipulering:

Her fores viinner tilbakeloopinga for T_L til T_e slik at vi har:



setter inn fall:



$$\underline{h_{p1}(s) = \frac{1}{100s+1}}$$

$$\underline{h_{p2}(s) = \frac{1}{1000s+1}}$$

Alternativ 2 : (algebraisk manipulering)

Laplace transformerer ligningene (7) og (5)
(benytter ikke argumentet (s))

(5)

$$s \cdot m_e \cdot c_e \cdot T_e = u - h_e A_e T_e$$

$$(s m_e \cdot c_e + h_e A_e) T_e = u$$

$$= \frac{1}{s \cdot m_e \cdot c_e + h_e \cdot A_e} \cdot u$$

$$T_e = \frac{1}{s \cdot 50 + 0.5} \cdot u$$

(7) $s \cdot g_e \cdot c_l \cdot V_l \cdot T_l = h_e A_e T_e - (h_e A_e + h_{ong} A_{ong}) T_l + h_{ong} A_{ong} T_{ong}$

$$(s g_e c_l V_l + (h_e A_e + h_{ong} A_{ong})) T_l = h_e A_e T_e + h_{ong} A_{ong} T_{ong}$$

setter inn for T_e og setter inn tall

$$T_1 = \frac{1}{s \cdot 1000 + 1} \left(\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{s \cdot 50 + 0.5} \right) u + \frac{1}{2} \cdot T_{\text{avg}} \right)$$

$$= \frac{1}{1000s + 1} \left(\frac{1}{100s + 1} \cdot u + 0.5 \cdot T_{\text{avg}} \right)$$



$$h_{p1}(s) = \frac{1}{100s + 1}$$

$$h_{p2}(s) = \frac{1}{1000s + 1}$$

$$h_v(s) = 0.5$$

✦ Vi ser av diagrammet i figur 5.4 at kravet om fasemargin på ca. 60° er det strengeste av de to kravene som er stilt i oppgaven. Denne fasemarginen oppnås ved å øke forsterkningen med ca. $18 \text{ dB} = 10^{\frac{18}{20}} \approx 7.94$ ut fra $K_p = 1$ (dette er ekvivalent som å senke 0-dB linjen med ca. 18 dB). Vi får da:

$$\varphi = 60^\circ \Rightarrow \underline{K_p = 18 \text{ dB} \approx 7.94, \Delta K \approx 18 \text{ dB} > 6 \text{ dB}}$$

Regulering er effektiv opptil ca. kryssfrekvensen $\underline{\omega_c \approx 6.2 \cdot 10^{-3} \text{ rad/s.}}$

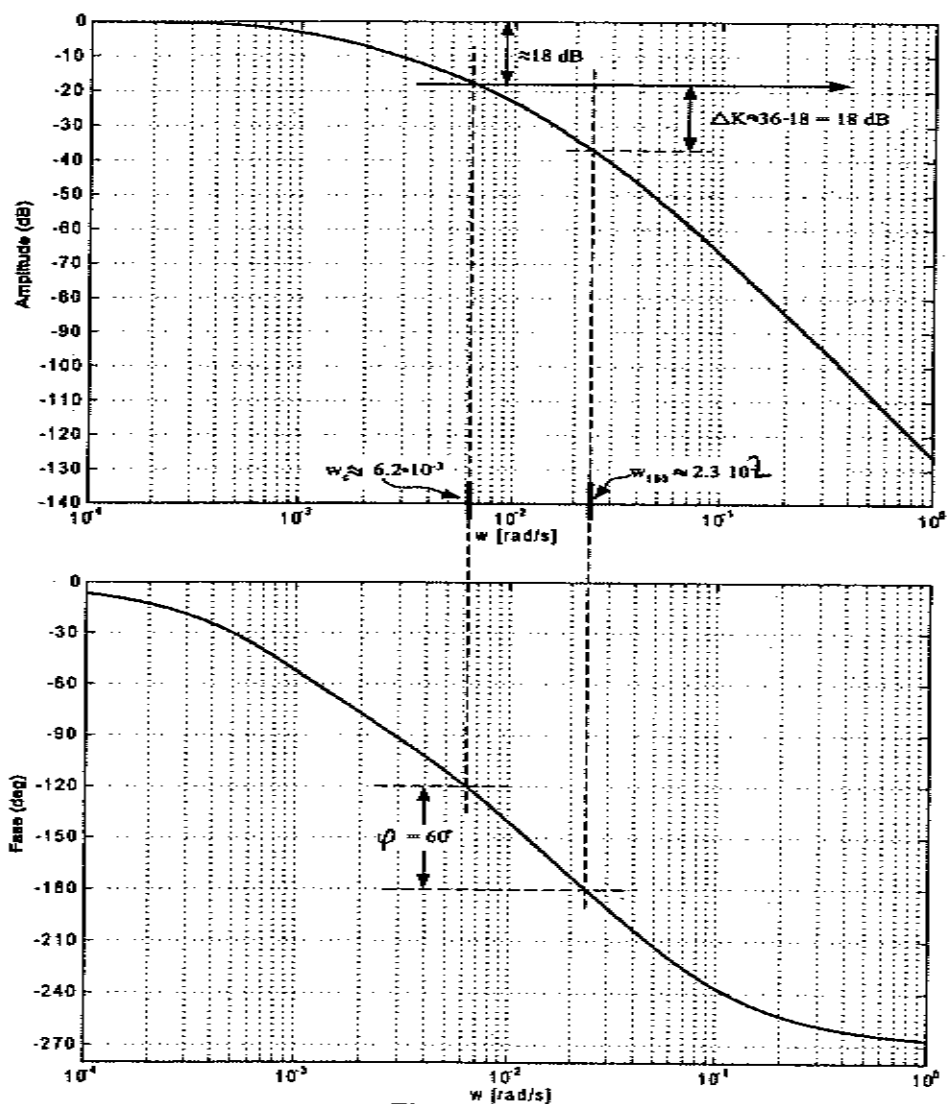
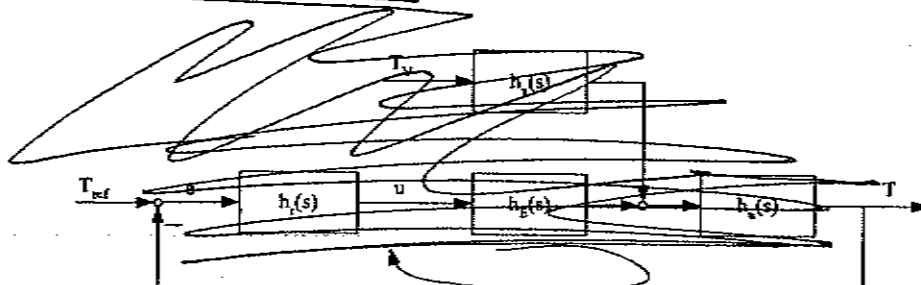


Figure 5.5

~~d) Reglerens grovstruktur er vist i figur 5.6.~~



e) Benytter at $N(s) = \frac{e(s)}{T_{ref}(s)}$

Som gir at

$$e(s) = N(s) \cdot T_{ref}(s)$$

$$= \frac{1}{1+h_o(s)} T_{ref}(s)$$

hvor $h_o(s) = h_r(s) \cdot h_{p1}(s) \cdot h_{p2}(s) \cdot h_m(s)$

$$= K_p \cdot \frac{1}{(100s+1)(1+20s)(1+1000s)}$$

og $T_{ref}(s) = \frac{20}{s}$

Det stasjonære reg. ansvaret er :

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} e(s) \cdot s$$

$$= \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{1+h_o(s)} \cdot \frac{20}{s} \cdot s$$

$$= \lim_{s \rightarrow 0} \frac{(100s+1)(20s+1)(1000s+1)}{(100s+1)(20s+1)(1000s+1) + K_p} \cdot 20$$

Dette gir:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \frac{20}{1+K_p} = \frac{20}{1+7.94} = 2.24$$

f) $h_0(s)$ er nå:

$$h_0(s) = \frac{K_p (1 + T_i s)}{T_i s} \cdot \frac{1}{(100s+1)(20s+1)(1000s+1)}$$

~~Dette~~ Dette gir:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{1+h_0(s)} \cdot T_{ref}(s) \cdot s$$

$$= \lim_{s \rightarrow 0} \frac{T_i s (100s+1)(20s+1)(1000s+1)}{T_i s \cdot (100s+1)(20s+1)(1000s+1) + K_p (T_i s + 1)} \cdot 20$$

$$= \frac{0 \cdot 20}{0 + K_p} = 0$$

g) Av figur 6 får vi:

$$\omega_{180} = \omega_{kp} \approx 2.3 \cdot 10^{-2} \text{ rad/s}$$

$$T_k = \frac{2\pi}{\omega_{180}} = 273.18 \text{ sek}$$

Videre, for å oppnå null fasemargin må vi senke null - dB linjen med ca 36 dB

$$K_{pik} = 36 \text{ dB} = 63.1$$

Ziegler-Nichols tabell gir oss reg. para:

$$\underline{K_p} = 0.45 \cdot K_{pik} \approx \underline{\underline{28.4}}$$

$$\underline{T_i} = 0.8 \cdot T_k \approx \underline{\underline{218.5}}$$

Oppgave 5

a) Gitt den matematiske modellen

$$\begin{aligned} 5\ddot{x} - 2\dot{x} + u &= 0 \\ y &= x \end{aligned}$$

La $x_1 = x$ og $x_2 = \dot{x}$. Dette gir:

$$\dot{x}_1 = \dot{x} = x_2$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_2 &= \ddot{x} = \frac{1}{5}(2\dot{x} - u) \\ &= \frac{2}{5}x_2 - \frac{1}{5}u \end{aligned}$$

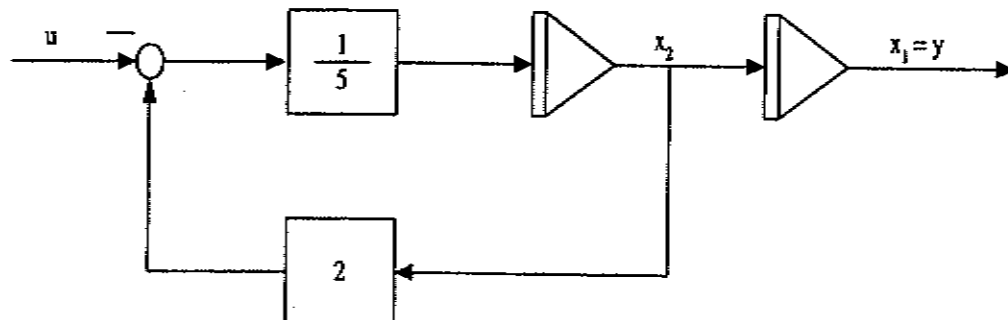
$$y = x_1$$

På matriseform:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & \frac{2}{5} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{1}{5} \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

b) Blokkdiagrammet for systemet er gitt i figur 6.1.



Figur 6.1

Oppg 6

- a) Dynamiske system er systemer hvis tidsrespons etter en påvirkning ikke er konstant, men varierer over tid. Beskrives via diff. likn.

Statiske systemer har momentan respons etter en påvirkning. Beskrives av algebraiske sammenhenger

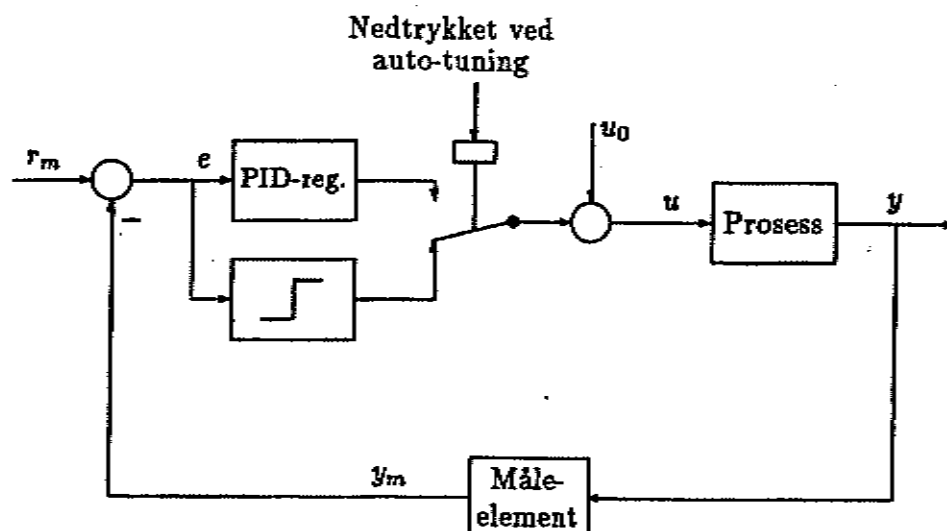
- b) ~~For~~ Man ønsker å linearisere for å kunne benytte analyse- og designmetoder som finnes for lineare systemer.

– Det å studere systemets oppførsel rundt et arb. pkt.

Begr. til en linearisert modell er at den gjelder kun i det pkt den er linearisert rundt

c) Hvordan signaler med forskjellig frekvens og amplitude blir behandlet gjennom et system - (behandlet menes forsterket og/eller faseforskjøvet)

d)



Figur 7.13: Hägglund og Åstrøms relébaserte auto-tuner.

Auto-tuning med relébasert auto-tuner:

1. Sørg for at prosessen er i (eller så nær som mulig) det nominelle arbeidspunktet. Det gjøres ved å justere pådragsbiasen til et passende nivå (reguleringsløyfen er da åpen, og regulatoren står i manuell).
2. Lukk reguleringsløyfen. Bruk en relé- eller av/på-funksjon i tilbakekoplingen, på PID-regulatorens plass. For at prosessen ikke skal drives for langt bort fra arbeidspunktet under eksperimentet, settes relégrensene $\pm M$ til en liten verdi, for eksempel ca. $\pm 5\%$ av pådragets totale verdiområde.
3. Med reléfunksjonen oppstår det stående svingninger i prosessmålingen y_m og reguleringsavviket e . Det kreves ikke noen spesiell eksitasjon i reguleringsløyfen for at disse svingningene skal oppstå. Reléutgangen antar vekselvis verdiene $+M$ og $-M$ (firkantpulser). Figur 7.14 viser typiske responser i e og u . Anta at amplituden på svingningene på reléinngangen er E . Beregn reléets ekvivalente forsterkning som

$$K_e = \frac{4M}{\pi E} \quad (7.43)$$

4. Beregn kritisk periode T_k som periodetiden på de stående svingningene. T_k er også lik periodetiden på firkantpulsene på reléutgangen (det er enklere å lese av periodetiden på firkantpulsene enn på de stående svingningene).
5. Beregn regulatorparametrene i en P-, PI- eller PID-regulator i henhold til Ziegler-Nichols' lukket-sløyfe-metode, se tabell 7.2, med $K_{pk} = K_e$ og T_k innsatt.

e) Den integrerende delen av regulatoren kopplas ut når pådraget går i metning.

Dette kan være nyttig for å få redusert pådragsbruk og bedre regulering

f) følgeegenskap:

uttrykker evnen til prosessutgangen til å følge referansen når forstyrrelsen er antatt å være lik null.

reguleringsegenskap:

uttrykker evnen til systemet til å motvirke eller kompensere for virkningen av støy/forstyrrelse på utgangen.

g) Et reg. systems stabilitet har med valg av reg. parametre å gjøre. Hvilken K_p og T_i må vi ha for å få en viss forsterkningsmargin og fasemargin

Er reg. systems gtebe har med valg av reg. struktur å gjøre.

F.eks: Hvilken regulator vil gi null stasjonært avvik.

h)

Asymptotisk stabilt:

Alle poler i venstre halvplan

Marginalt stabilt

En eller flere poler på den imag. akse

Ustabilt =

En eller flere poler i høyre halvplan.