

EKSAMEN I: BIE 240 Reguleringssteknikk

VARIGHET: 4 timer

TILLATTE HJELPEMIDLER: Bestemt enkel kalkulator

OPPGAVESETTET BESTÅR AV 1 OPPGAVE PÅ 4 SIDER

MERKNADER: Formelsamling er på side 5 til 7.

Deloppgavene har lik vekt. Legg ved side 8 sammen med besvarelsen.

KONTAKTPERSON: Tormod Drengstig, E-423a, tlf. (518)32025/93885533.

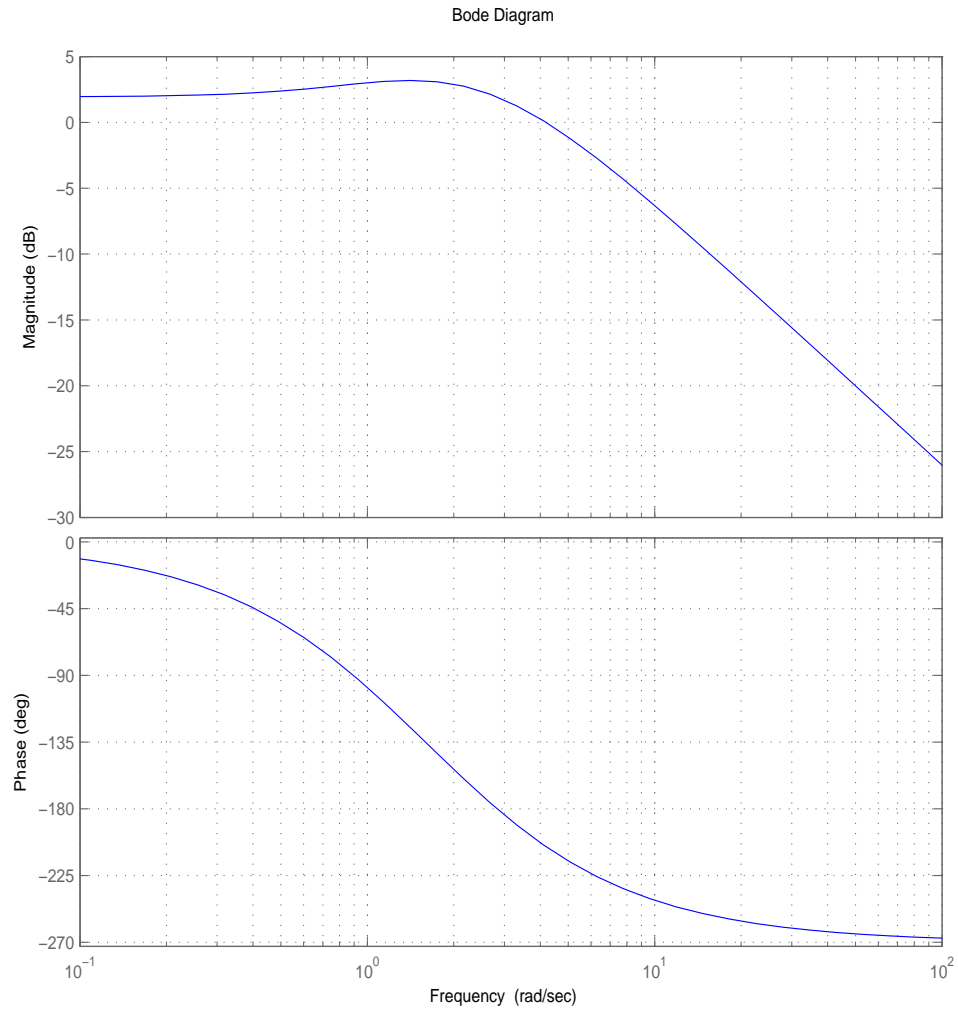
---

## Oppgave 1

En prosess er beskrevet ved transferfunksjonen

$$\frac{y(s)}{u(s)} = H_p(s) = \frac{5(-s + 1)}{s^2 + 4s + 4} \quad (1)$$

- Bestem polene til systemet og benytt dette til å bestemme stabilitetsegenskapene til systemet (marginalt stabilt, ustabilt, asymptotisk stabilt).
- Finn  $\omega_0$  og  $\zeta$ . Er dette et underdempet, overdempet eller kritisk dempet system?
- Finn et uttrykk for prosessens frekvensrespons, dvs. amplitudeforsterkning  $|H_p(j\omega)|$  og faseforskyvning  $\angle H_p(j\omega)$ .
- Bodeplottet av  $H_p(s)$  er gitt i figur 1. La pådraget være en sinusfunksjon  $u(t) = 2 \sin(0.4t)$ . Skisser  $u(t)$  og  $y(t)$  i samme diagram (beregnet og indiker perioden for svingningen).
- La pådraget nå være sinusfunksjonen  $u(t) = 2 \sin(40t)$ . Skisser  $u(t)$  og  $y(t)$  i samme diagram (beregnet og indiker perioden for svingningen).
- Hva er båndbredden  $w_b$  til systemet (omtrentlig).
- Anta at  $u(t)$  er et enhetssprang. Grovskisser sprangresponsen til systemet. Husk på bidraget til nullpunktet.



Figur 1: Bodeplott av prosessen  $H_p(s)$ .

- h) Hva er stasjonærverdien til  $y(t)$  ved enhetssprang i  $u(t)$ .
- i) Vi skal nå designe et reguleringsystem for systemet, men først må vi finne  $N(s)$ . Gitt

$$H_0(s) = H_r(s)H_p(s)H_m(s) \quad (2)$$

hvor  $H_r(s)$  er regulatorens transferfunksjonen, og  $H_m(s)$  måleinstrumentets transferfunksjon.

Vis at sensitivitetsfunksjonen er:

$$N(s) = \frac{e(s)}{r(s)} = \frac{1}{1 + H_0(s)} \quad (3)$$

- j) Anta at måleinstrumentet har forsterkning 2 og at responstiden  $T_r$  er 1 sekund og at det er av 1 orden. Finn transferfunksjonen  $H_m(s)$  til måleinstrumentet.

k) Finn transferfunksjonen  $H_r(s)$  til en generell PI-regulator.

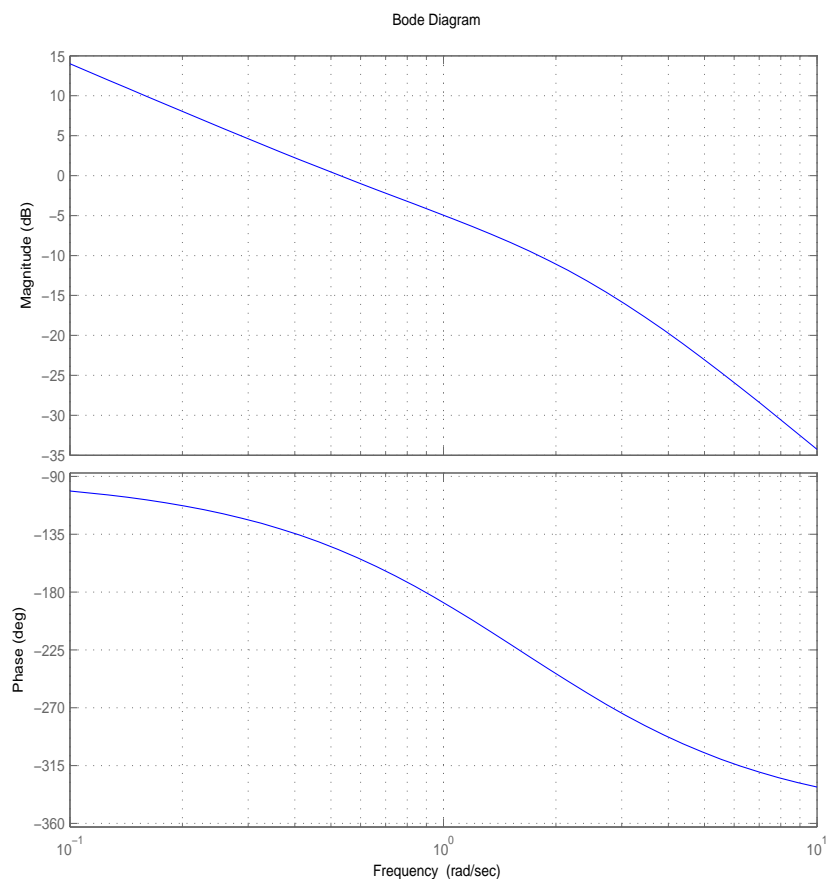
l) Vi ønsker å regulere utgangen etter følgende spesifikasjoner:

- 1) Sprangresponsen skal være så rask som mulig
- 2) Systemet kan ha inntil 25% oversving
- 3) Det skal ikke være reguleringsavvik ved sprang i referansen.

Av disse 3 kravene er de to første relatert til regulatorparametervalg, mens det tredje er relatert til type regulator. Vi må derfor velge regulator før vi kan forholde oss til parameterne.

Vis at en PI-regulator tilfredstiller krav 3). Tips: Benytt at  $N(s) = \frac{e(s)}{r(s)}$ .

m) I figur 2 er Bodeplottet for  $H_0(j\omega)$  med en en PI-regulator med  $K_p = 0.2$  og  $T_i = 1$  vist.



Figur 2: Bodeplot av sløyfetransferfunksjonen  $H_0(j\omega)$ . Det finnes en kopi av figuren på side 8.

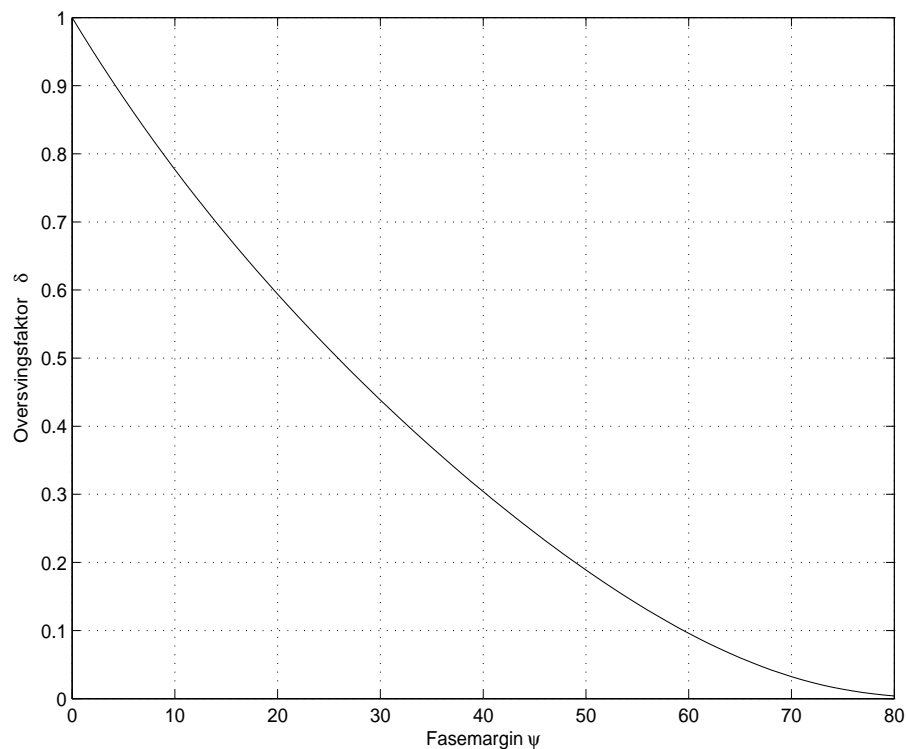
Hva er forsterknings- og fasemarginen til reguleringsystemet? Tegn inn på figuren gitt på side 8 og lever inn sammen med besvarelsen.

- n) Hvordan kan du vite (ved å studere Bodeplottet) at  $H_0(s)$  inneholder en integrator?
- o) I figur 3 er sammenhengen mellom fasemargin  $\psi$  og oversvingsfaktor  $\delta$  vist for systemet vårt.

Benytt figur 3 sammen med Bodeplottet av  $H_0(j\omega)$  i figur 2 til å avgjøre om krav 2 i oppgave 1) er tilfredstilt? Begrunn svaret.

- p) Hvis vi ønsker at systemet skal kunne ha 25% oversving, hvor mye må  $K_p$  forsterkes/forminskes? Hva blir verdien på den nye  $K_p$ ?

Skisser om ønskelig i samme figur som du leverer inn (figur 4, side 8).



Figur 3: Sammenheng mellom fasemargin og oversvingsfaktor for regulerings-systemet vårt.

## Formelsamling

- Løsning på annengradsligningen  $a \cdot x^2 + b \cdot x + c = 0$

$$s = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad (4)$$

- Et generelt 2-ordens system kan skrives som

$$h(s) = \frac{K}{(\frac{s}{\omega_0})^2 + 2\frac{\zeta}{\omega_0}s + 1} \quad (5)$$

- Et komplekst tall  $z$  kan skrives på kartesisk form slik:

$$z = \text{Re}(z) + j\text{Im}(z) \quad (6)$$

eller på polar form slik:

$$z = |z|e^{j\angle z} \quad (7)$$

- Sammenheng mellom kartesisk og polar form:

$$|z| = \sqrt{\text{Re}(z)^2 + \text{Im}(z)^2} \quad (8)$$

$$\angle z = \arctan \frac{\text{Im}(z)}{\text{Re}(z)} \quad (9)$$

## Egenskaper ved Laplacetransformasjonen

**Tidsforsinkelse:**

$$f(s)e^{-\tau s} \Longleftrightarrow f(t - \tau) \quad (10)$$

**Derivasjon:**

$$s^n f(s) - s^{n-1}f(0) - s^{n-2}\dot{f}(0) - \dots - \overset{(n-1)}{f}(0) \Longleftrightarrow \overset{(n)}{f}(t) \quad (11)$$

Med initialbetingelser lik null fås

$$s^n f(s) \Longleftrightarrow \overset{(n)}{f}(t) \quad (12)$$

**Begynnelsesverditeorem:**

$$\lim_{t \rightarrow 0} f(t) = \lim_{s \rightarrow \infty} s \cdot f(s) \quad (13)$$

**Sluttverditeorem:**

$$\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot f(s) \quad (14)$$

## Transformasjonspar

$$1 \iff \delta(t) \quad (15)$$

$$\frac{1}{s} \iff 1 \quad (16)$$

$$\frac{1}{s^2} \iff t \quad (17)$$

$$\frac{n!}{s^{n+1}} \iff t^n \quad (18)$$

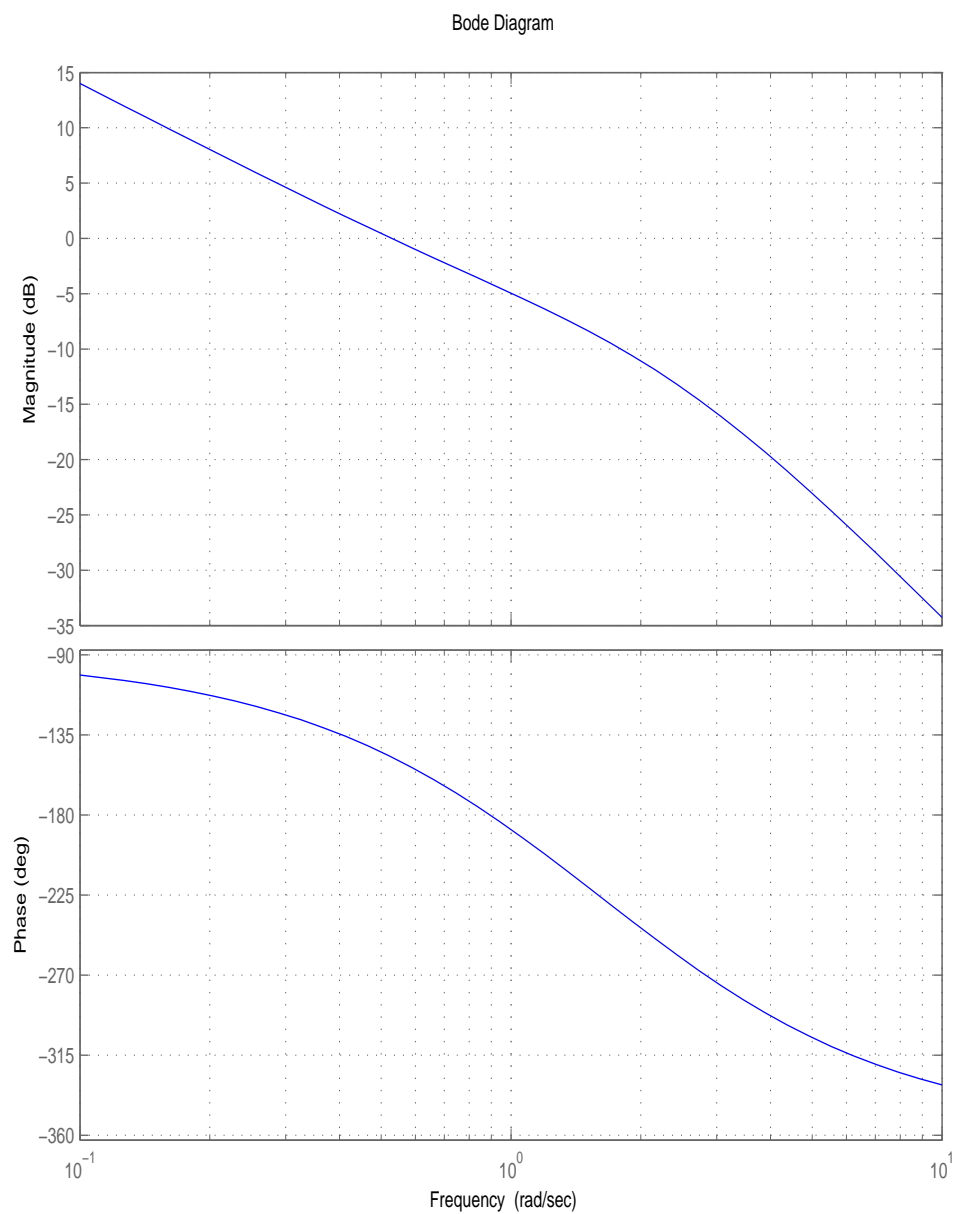
$$\frac{1}{Ts+1} \iff \frac{e^{-\frac{t}{T}}}{T} \quad (19)$$

$$\frac{1}{(Ts+1)^n} \iff \frac{1}{T^n(n-1)!} t^{n-1} e^{-\frac{t}{T}} \quad (20)$$

$$\frac{1}{(Ts+1)s} \iff 1 - e^{-\frac{t}{T}} \quad (21)$$

$$\frac{1}{(T_1s+1)(T_2s+1)} \iff \frac{1}{T_1-T_2} (e^{-\frac{t}{T_1}} - e^{-\frac{t}{T_2}}) \quad (22)$$

Fag: BIE240, Reguleringsteknikk  
Dato: 4. mai 2007  
Kandidatnr:  
Sidenr:



Figur 4: Bodeplot av sløyfetransferfunksjonen  $H_0(j\omega)$  i oppgave m).