DATO: 24. februar 2003

HØGSKOLEN
I STAVANGER
Avdeling for teknisk -
naturvitenskapelige fag

EKSAMEN I: TE 179 Reguleringsteknikk 1

VARIGHET: 4 timer

TILLATTE HJELPEMIDLER: Godkjent kalkulator

OPPGAVESETTET BESTÅR AV 4 OPPGAVER PÅ 5 SIDER

MERKNADER: Formelvedlegget er fra side 6 t.o.m side 9.
Side 10 skal leveres inn som en del av oppgaven.
Oppgavene har lik vekt.

KONTAKTPERSON: Tormod Drengstig, E-423a, tlf. (518)32025/93885533.

Oppgave 1

En prosess er beskrevet ved transferfunksjonen

$$\frac{y(s)}{u(s)} = h(s) = \frac{0.5(s-1)}{s^2+3s+3} \tag{1}$$

a) Finn et uttrykk for prosessens frekvensrespons, dvs. amplitudeforsterkning $|h(j\omega)|$ og faseforskyvning $\angle h(j\omega)$.

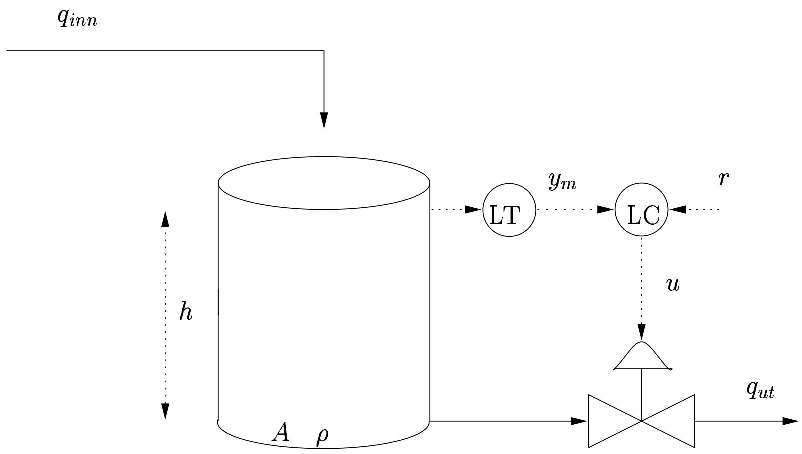
b) Bestem polene til systemet og benytt dette til å bestemme stabilitetsegenskapene til systemet (marginalt stabilt, ustabilt, asymptotisk stabilt). Bestem også ω_0 og ζ. Er dette et underdempet, overdempet eller kritisk dempet system? Husk at nevneren i transferfunksjonen $h(s)$ generelt kan skrives som

$$h(s) = \frac{K}{(\frac{s}{\omega_0})^2 + 2s\frac{\zeta}{\omega_0} + 1} \tag{2}$$

c) Skisser asymptotiske amplitude-fase-frekvens karakteristikker (asymptotisk Bode-diagram) for $h(s)$.

Oppgave 2

Figur 1 viser et nivåreguleringssystem for en åpen tank hvor $y = h$.



Figur 1: Skjematisk figur av tankprosess med regulator og måleelement

For enkelhets skyld antar vi at målesignalet y_m har enheten meter, selv om det i virkeligheten vil være et strøm- eller spenningssignal.

Transferfunksjonen til måleinstrumentet (LT) er

$$h_m(s) = \frac{1}{20s + 1} \tag{3}$$

Regulatoren er foreløpig en ren P-regulator

$$u = K_p(r - y) = K_p e \tag{4}$$

Volumstømmen av væske ut av tanken gjennom ventilen kan modelleres som

$$q_{ut} = K_u \cdot u = C_v \sqrt{\Delta p} \cdot u = C_v \sqrt{p_2 - p_1} \cdot u \tag{5}$$

hvor p_2 er trykket i bunn av tanken (dvs. atmosfæretrykk + væsketrykk), og p_1 er trykket nedstrøms ventilen. Anta at p_1 er lik atmosfæretrykket.

En oppsummering av notasjoner som brukes her er gitt under:

q_{inn}	: volumestrøm inn [m^3/s]
q_{ut}	: volumestrøm ut [m^3/s]
LT	: Level Transmitter (måletransmitter)
LC	: Level Controller (regulator)
y_m	: målt høyde i tank [m]
r	: referansehøyde [m]
h	: høyde i tank [m]
u	: pådrag til ventil [ ]
ρ	: tetthet av væsken [kg/m^3]
p_2	: trykk i bunn av tank [Pa]
p_1	: trykk nedstrøms ventil [Pa]
C_v	: ventilkapasitet [$\mathrm{m}^3/(\mathrm{s}\sqrt{\mathrm{Pa}})$]
A	: Areal i bunn av tank [m^2]

a) Skriv ned hvilke antagelser som må gjøres og vis at differensiallikningen som beskriver høyden i tanken er gitt ved:

$$A\frac{dh}{dt} = q_{inn} - C_v\sqrt{\rho g h} \cdot u \tag{6}$$

b) Tegn et matematisk blokkdiagram av (6). Inkluder deretter regulatorblokken samt tilbakekopling med måle-element (tegn dette som $h_m(s)$) slik at vi får et komplett blokkskjema av reguleringssystemet. La utgangen fra blokkskjemaet være $y = h$.

c) Lineariser modellen i (6) omkring arbeidspunktet $h_A = 4\mathrm{m}$ og $u_A = 0.4$ (tilsvarer 40% åpning) og sett inn følgende verdier:

- $\rho = 1000\mathrm{kg}/\mathrm{m}^3$
- $A = 5\mathrm{m}^2$
- $g = 10\mathrm{m}/\mathrm{s}^2$
- $C_v = 30\ \mathrm{m}^3/(\mathrm{s}\sqrt{\mathrm{Pa}})$

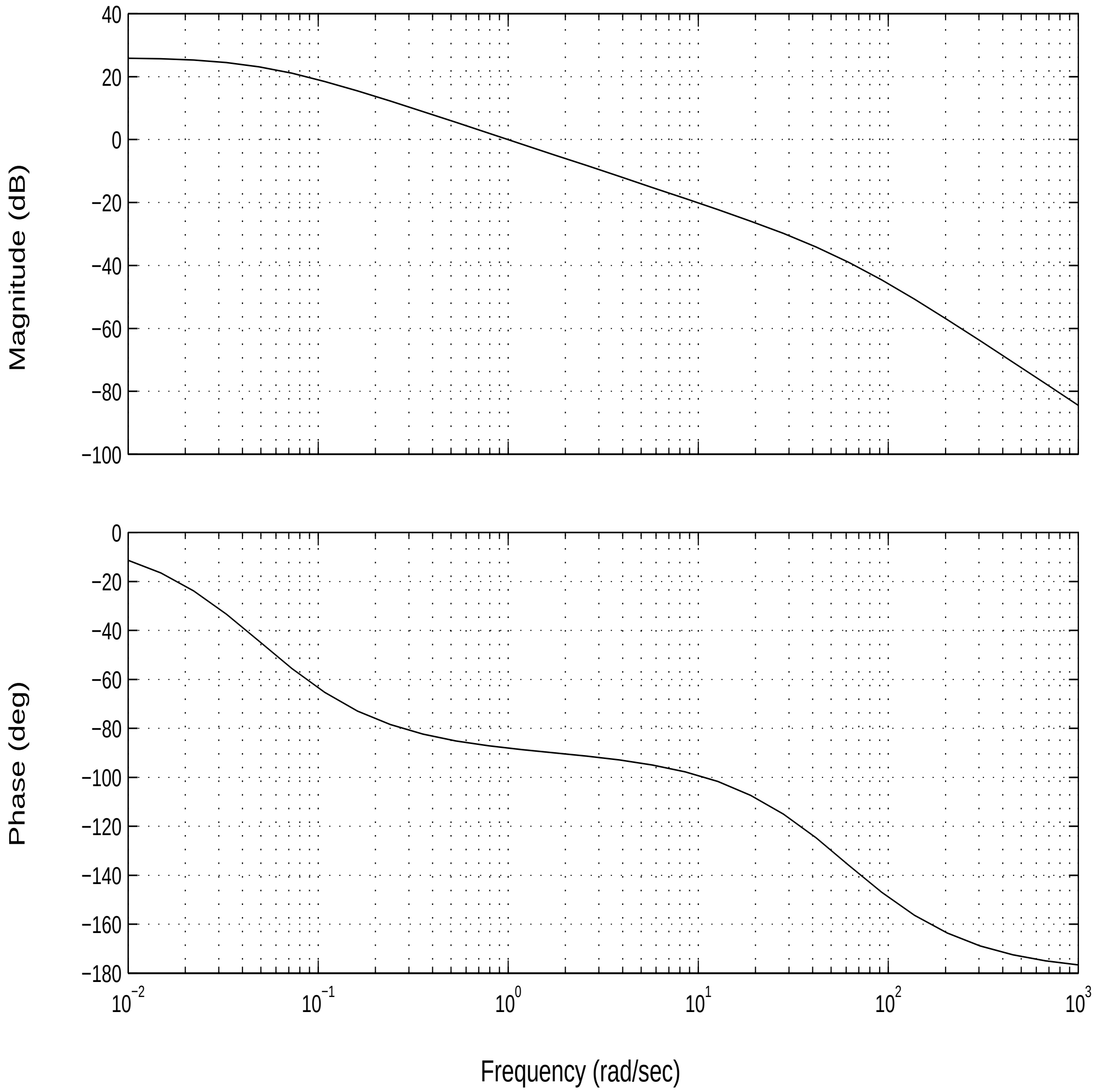
Sett deretter $\Delta h = \Delta y$ og $\Delta q_{inn} = \Delta v$ og vis at transferfunksjonen $h_p(s)$ fra Δu til Δy er

$$h_p(s) = \frac{\Delta y}{\Delta u} = \frac{-1200}{s + 60} \tag{7}$$

d) Finn transferfunksjonene $h_0(s)$, $M(s)$ og $N(s)$.

e) I figur 2 er Bodeplottet for $h_0(j\omega)$ med $K_p = -1$ vist. Bestem hvor mye denne K_p må forsterkes for at vi skal få en fasemargin på 60°. Siden fasen aldri krysser 180° vil vi for dette systemet ha uendelig forsterkningsmargin.

For hvilke frekvensområder er regulering effektiv (gir god ytelse)?



Figur 2: Bodeplot av sløyfetransferfunksjonen $h_0(j\omega)$. Det finnes en kopi av figuren på side 10.

f) Erstatt P-regulatoren med en PI-regulatoren

$$h_r(s) = \frac{K_p(1 + T_i s)}{T_i s} \tag{8}$$

Beregn ny $h_0(s)$ og $N(s)$ og vis at det stasjonære avviket er null ved et enhetssprang i referansen. Tips: $N(s) = \frac{e(s)}{r(s)}$

g) Forklar hvorfor regulatoren må ha reversvirkning, dvs. negativ K_p.

Oppgave 3

a) Forklar hva du forstår med anti-windup i en regulator. Når er det behov for en slik funksjon, og hva kan man oppnå?

b) Gi et eksempel på en prosess som inneholder dødtid, og forklar hvorfor det er vanskelig å oppnå høy båndbredde for slike systemer.

c) Forklar med ord hvordan du kan finne viktige parametre som dødtid, forsterkning, tidskonstant og frekvensrespons til et system. Forklar gjerne med utgangspunkt i viftelab'en.

Oppgave 4

Gitt en matematisk modell for et system i form av en 2.ordens differensiallikning

$$5\ddot{x} - 2\dot{x} + u = 0 \tag{9}$$

hvor u er pådraget og

$$y = x \tag{10}$$

er målingen.

a) Tegn et matematisk blokkskjema for systemet.

b) Sett opp en tilstandsrommodell for systemet. Skriv denne på matriseform.

Formelsamling

Et generelt 2-ordens system kan skrives som

$$h(s) = \frac{K}{(\frac{s}{\omega_0})^2 + 2s\frac{\zeta}{\omega_0} + 1} \tag{11}$$

Linearisering:

$$\Delta\dot{x} = \frac{\partial f}{\partial x}|_{x^p,u^p}\Delta x + \frac{\partial f}{\partial u}|_{x^p,u^p}\Delta u \tag{12}$$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} \end{bmatrix} \tag{13}$$

$$\frac{\partial f}{\partial u} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial u} \\ \frac{\partial f_2}{\partial u} \end{bmatrix} \tag{14}$$

Et komplekst tall z kan skrives på kartesisk form slik:

$$z = \mathrm{Re}(z) + j\mathrm{Im}(z) \tag{15}$$

eller på polar form slik:

$$z = |z|e^{j\angle z} \tag{16}$$

<u>Sammenheng mellom kartesisk og polar form:</u>

$$|z| = \sqrt{\mathrm{Re}(z)^2 + \mathrm{Im}(z)^2} \tag{17}$$

$$\angle z = \arctan\frac{\mathrm{Im(z)}}{\mathrm{Re(z)}} \tag{18}$$

Egenskaper ved Laplacetransformasjonen

Tidsforsinkelse:

$$f(s)e^{-\tau s} \Longleftrightarrow f(t-\tau) \tag{19}$$

Derivasjon:

$$s^n f(s) - s^{n-1} f(0) - s^{n-2} \dot{f}(0) - \ldots - \overset{(n-1)}{f}(0) \Longleftrightarrow \overset{(n)}{f}(t) \tag{20}$$

Med initialbetingelser lik null fås

$$s^n f(s) \Longleftrightarrow \overset{(n)}{f}(t) \tag{21}$$

Begynnelsesverditeorem:

$$\lim_{t \to 0} f(t) = \lim_{s \to \infty} s \cdot f(s) \tag{22}$$

Sluttverditeorem:

$$\lim_{t \to \infty} f(t) = \lim_{s \to 0} s \cdot f(s) \tag{23}$$

Transformasjonspar

$$1 \iff \delta(t) \tag{24}$$

$$\frac{1}{s} \iff 1 \tag{25}$$

$$\frac{1}{s^2} \iff t \tag{26}$$

$$\frac{n!}{s^{n+1}} \iff t^n \tag{27}$$

$$\frac{1}{Ts+1} \iff \frac{e^{-\frac{t}{T}}}{T} \tag{28}$$

$$\frac{1}{(Ts+1)^n} \iff \frac{1}{T^n(n-1)!}t^{n-1}e^{-\frac{t}{T}} \tag{29}$$

$$\frac{1}{(Ts+1)s} \iff 1-e^{-\frac{t}{T}} \tag{30}$$

$$\frac{1}{(T_1 s+1)(T_2 s+1)} \iff \frac{1}{T_1-T_2}(e^{-\frac{t}{T_1}}-e^{-\frac{t}{T_2}}) \tag{31}$$

Transformasjonspar forts.

$$\frac{1}{(Ts+1)^2 s} \quad \Leftrightarrow \quad 1-(1+\frac{t}{T})e^{-\frac{t}{T}} \tag{32}$$

$$\frac{1}{(T_1 s+1)(T_2 s+1)s} \quad \Longleftrightarrow \quad 1+\frac{1}{T_2-T_1}(T_1 e^{-\frac{t}{T_1}} - T_2 e^{-\frac{t}{T_2}}) \tag{33}$$

$$\frac{T_1 s+1}{(T_2 s+1)s} \quad \Longleftrightarrow \quad 1+(\frac{T_1}{T_2}-1)e^{-\frac{t}{T_2}} \tag{34}$$

$$\frac{s+\alpha}{(s+a)(s+b)(s+c)} \quad \Longleftrightarrow \quad \frac{(\alpha-a)e^{-at}}{(b-a)(c-a)} + \frac{(\alpha-b)e^{-bt}}{(c-b)(a-b)} + \frac{(\alpha-c)e^{-ct}}{(a-c)(b-c)} \tag{35}$$

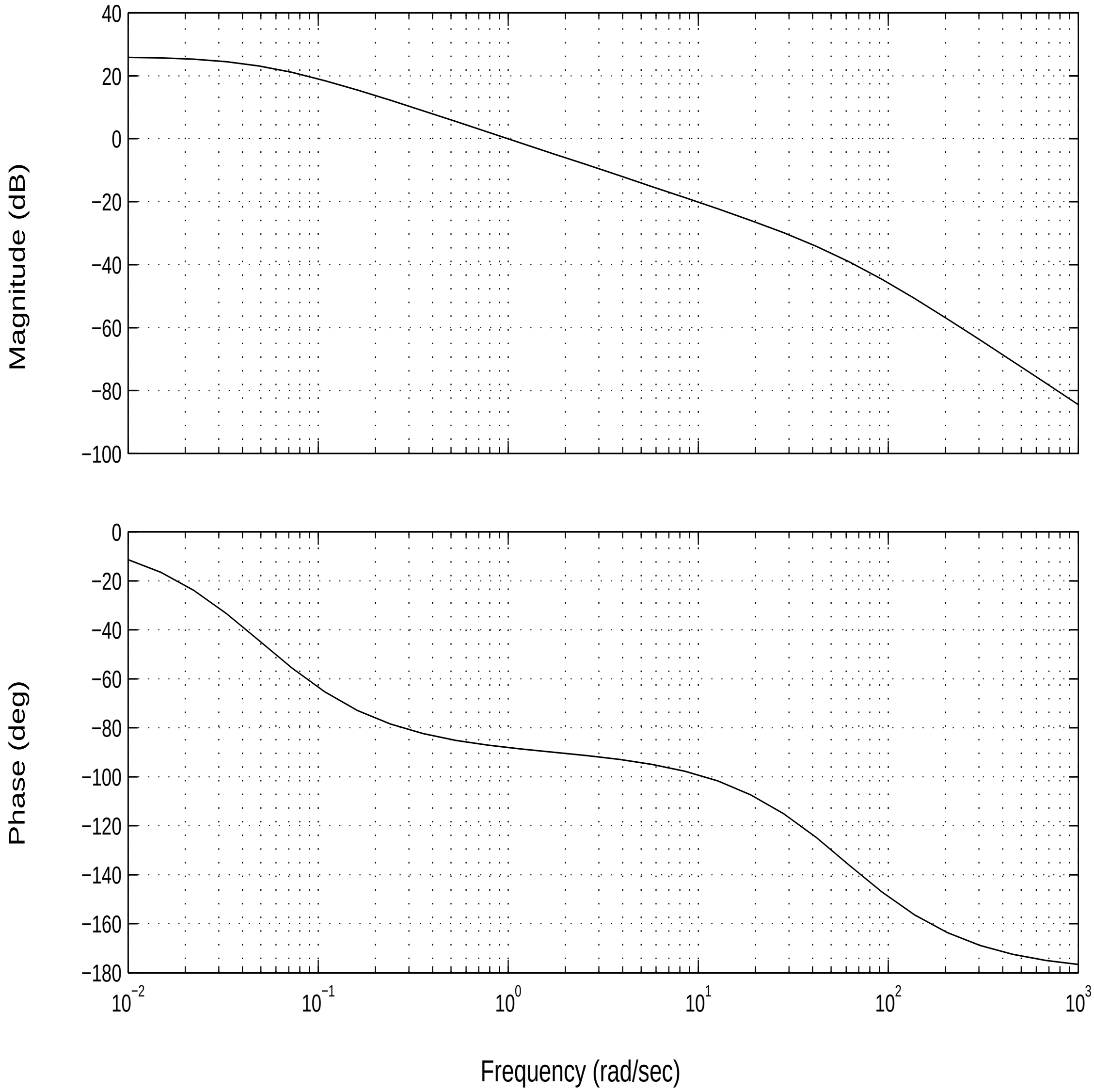
$$\frac{1}{(\frac{s}{\omega_0})^2 + 2\zeta\frac{s}{\omega_0}+1} \quad \Longleftrightarrow \quad \frac{\omega_0}{\sqrt{1-\zeta^2}} e^{-\zeta\omega_0 t}\sin(\sqrt{1-\zeta^2}\omega_0 t)\ , \quad 0 \le \zeta < 1 \tag{36}$$

$$\frac{1}{((\frac{s}{\omega_0})^2 + 2\zeta\frac{s}{\omega_0}+1)s} \quad \Longleftrightarrow \quad 1-\frac{\omega_0}{\sqrt{1-\zeta^2}} e^{-\zeta\omega_0 t}\cos(\sqrt{1-\zeta^2}\omega_0 t-\varphi)\ , \quad \begin{array}{l}\varphi = \arcsin\zeta \\ 0 \le \zeta < 1\end{array} \tag{37}$$

$$\frac{\omega}{s^2+\omega^2} \quad \Longleftrightarrow \quad \sin\omega t \tag{38}$$

$$\frac{s}{s^2+\omega^2} \quad \Leftrightarrow \quad \cos\omega t \tag{39}$$

Fag: TE179, Reguleringsteknikk 1
Dato: 24. februar 2003
Kandidatnr:
Sidenr:



Figur 3: Bodeplot av sløyfetransferfunksjonen $h_0(j\omega)$ i oppgave 2e).