DET TEKNISK - NATURVITENSKAPELIGE FAKULTET

EKSAMEN I: ELE 320 Reguleringsteknikk

DATO: 3. desember 2015

VARIGHET: 4 timer

TILLATTE HJELPEMIDLER: Bestemt enkel kalkulator

OPPGAVESETTET BESTÅR AV 1 OPPGAVE PÅ 5 SIDER

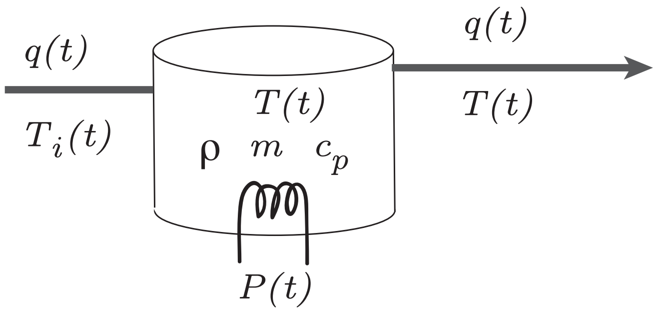
MERKNADER: - Formelvedlegget er på side 5, 6 og 7.
- Deloppgavene har ulik vekt.
- Legg siste side sammen med besvarelsen.
Ved behov, får du flere kopier av eksamensvaktene.

FORELESER: Tormod Drengstig

TELEFON: 93 88 55 33.

Oppgave 1

Som nyansatt ingeniør hos en varmtvannsberederprodusent skal du stille inn en PI-regulator for regulering av temperaturen i vannet. Plasseringen av temperaturføleren skal være i røret ut av berederen, men avstanden fra berederen til føleren er enda ikke bestemt. Anta derfor foreløpig at temperaturføleren står i selve berederen.



Figur 1: Prinsippskisse av varmtvannsbereder.

Før du finner passende regulatorparametre til berederen, må du lage en matematisk modell av berederen. Berederen er veldig godt isolert, og vannet fra berederen skal brukes direkte inn i oppvasken på kjøkkenet til et hotell, noe som betyr at regulatoren må håndtere et relativt stort forbruk om morgenen etter frokost og betydelig mindre forbruk til lunsj. Disse to forbrukene vil representere to forskjellige arbeidspunkt. Setpunkt/referansen til vanntemperaturen er 80 grader.

Vi har følgende data

m	: vannets masse i varmtvannsberederen [kg]
c_p	: vannets varmekapasitet [J/(kg C)]
ρ	: vannets tetthet [kg/m^3]
$T(t)$	: vannets temperatur i varmtvannsberederen [C]
$q(t)$	: forbruk av varmtvann [m^3/s]
$T_i(t)$	: vannets inntemperatur [C]
$P(t)$	: pådrag til varmeelementet [J/s]

a) (4%) Sett opp energibalansene for vannet i varmtvannsberederen.

Gjør deretter nødvendige antagelser, og vis at differensialligningen som beskriver temperaturen i varmtvannsberederen kan skrives som:

$$\frac{dT(t)}{dt} = \frac{1}{mc_p}\Big(P(t) + c_p{\cdot}\rho{\cdot}q(t){\cdot}\big(T_i(t) - T(t)\big)\Big) \tag{1}$$

b) (3%) Er modellen lineær eller ulineær? Begrunn svaret.

Tegn matematisk blokkdiagram av (1).

c) (8%) Finn et uttrykk for transferfunksjonen $H_p(s)$ fra effektpådraget $\Delta P(s)$ til vannets temperatur $\Delta T(s)$.

d) (5%) Finn et uttrykk for prosessens frekvensrespons, dvs. amplitudeforsterkning $|H_p(j\omega)|$ og faseforskyvning $\angle H_p(j\omega)$.

e) (4%) Benytt følgende verdier: $m = 500$, $\rho = 1000$ og $c_p = 4000$, og følgende to arbeidspunkt (bestemt av vannforbruket som beskrevet over):

1) $q_{A1} = 1$ dl/s, $T_{A1} = 80$ grader C og $T_{i,A1} = 5$ grader C
2) $q_{A2} = 0.2$ dl/s, $T_{A2} = 80$ grader C og $T_{i,A2} = 5$ grader C

Hva blir de korresponderende arbeidspunktsverdiene til pådraget, dvs. P_{A1} og P_{A2}?

f) (4%) Vis at transferfunksjonene i arbeidspunktene kan skrives som:

$$H_{p,1}(s) = \frac{2.5 \cdot 10^{-3}}{5000s + 1} \tag{2}$$

$$H_{p,2}(s) = \frac{12.5 \cdot 10^{-3}}{25000s + 1} \tag{3}$$

g) (5%) Beskriv med ord hva forskjellene i parametrene i transferfunksjonene betyr? Hva kan du konkludere om prosessens dynamikk ved høyt vannforbruk kontra ved lavt vannforbruk. Relater konklusjonen opp mot kjennskap til prosessen.

h) (4%) Anta at $P(t)$ er et sprang på 1000W omkring arbeidspunktet. Skisser detaljert sprangrespons til de to transferfunksjonene. Indiker responstidene $T_{r,1}$ og $T_{r,2}$ og ved hviken temperatur du avleser disse.

i) (7%) Skisser asymptotiske forsterknings- og fasekurver (AFF) til transferfunksjonen $H_{p,1}(s)$ i et Bode-plot (NB: Du skal ikke bruke $H_{p,2}(s)$).

Vis ved utregning hvilken verdi amplitudeforsterkning og faseforskyvningen har i knekkfrekvensen ω_k, dvs. $|H_{p,1}(j\omega_k)|$ og $\angle H_{p,1}(j\omega_k)$.

j) (8%) Forklar hvordan du generelt kan bruke informasjonen som presenteres i et Bodeplottet (dvs. frekvensresponsen) til å hente ut informasjon om prosessen og til å si noe om forskjellige typer responser i tidsplanet. Benytt gjerne et eksempel til å underbygge forklaringen.

k) (6%) Du skal nå lage et reguleringssystem for varmtvannsberederen. Utfordringen er at regulatoren skal fungere i begge arbeidspunktene.

Hvilket arbeidspunkt bør du velge til innstilling av regulatorparametre når regulatoren etterpå skal brukes i begge arbeidspunktene (begrunn svaret)? Husk at du ikke ønsker å ende opp med et ustabilt reguleringssystem i det arbeidspunktet du ikke benyttet til regulatordesign.

l) (7%) Benytt det valgte arbeidspunktet i det videre arbeidet. Dersom du i oppgave k) ikke vet hvilket du skal velge, velg bare ett av de.

I denne oppgaven skal du vise at en PI-regulator anvendt på berederen vil gi reguleringsavvik $e = 0$ ved et sprang i temperaturreferansen.

Derfor, vis først at transferfunksjonen til en PI regulator er

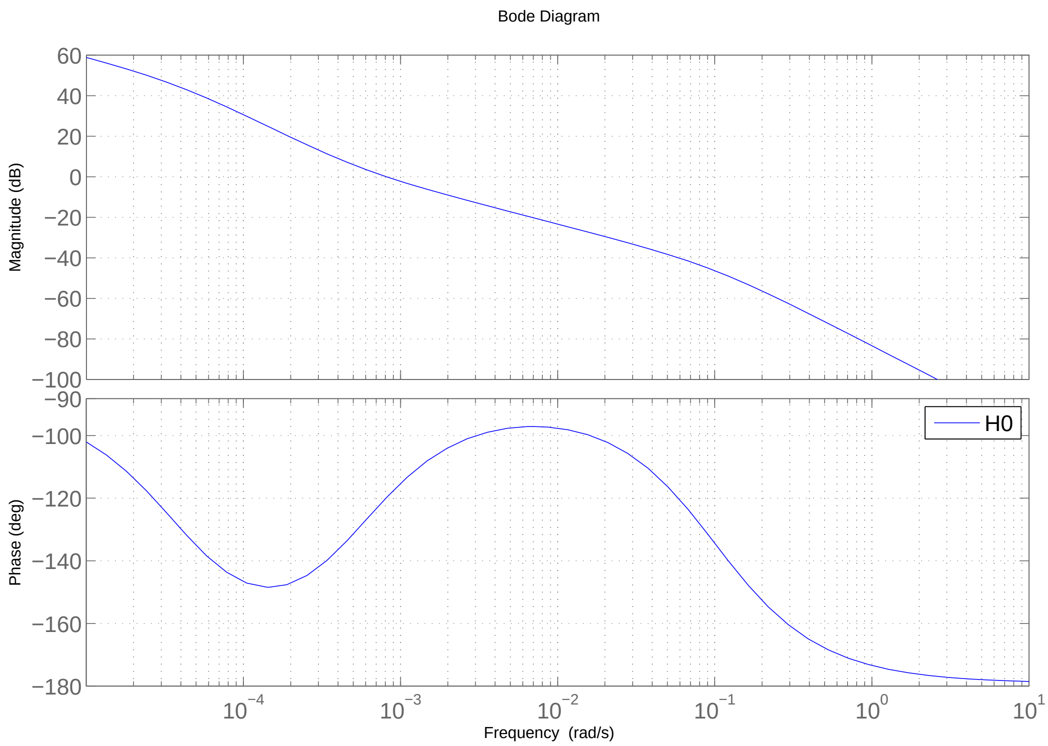
$$H_r(s) = \frac{K_p T_i s + Kp}{T_i s} \tag{4}$$

Videre kan du anta at temperaturmåleren er et PT100-element med første ordens dynamikk med forsterkning lik 1 og tidskonstant lik 10 sekund. Finn $H_m(s)$.

Vis deretter at det ved å benytte denne regulatoren, ikke vil være reguleringssavvik ved sprang i referansen. Benytt enten $N(s)$ eller $M(s)$ til dette.

m) (7%) Benytt den metoden du mener fungerer til å finne regulatorparameterverdiene K_p og T_i når kravet er at oversving kan være inntil 10% og responstiden til reguleringssystemet skal være 10 ganger raskere enn prosessens tidskonstant.

n) (8%) Under er Bodediagrammet av $H_0(s)$ vist med regulatorparametrene du fant i oppgave m). Figuren er også gjengitt på siste side.



Figur 2: Bodeplot av $H_0(s)$. Figuren er gjengitt på siste side i oppgaven.

Hvor stor er forsterkningsmarginen ΔK og fasemarginen ϕ? Marker dette på figuren på siste side i oppgaven og lever med besvarelsen.

o) (5%) Hvorfor er det viktig å ha forsterkningsmargin og fasemargin i et reguleringssystem? Hvilke elementer i reguleringssløyfen ($H_0(s)$) kan påvirke marginene? Forklar hvordan.

p) (8%) Nå skal du plassere PT100-måleinstrumentet i prosessen. Frem til nå har vi antatt at den er plassert i selve berederen, men på grunn av enklere vedlikehold har sjefen bestemt at måleinstrumentet skal plasseres i røret ut av berederen. Det betyr i praksis at transferfunksjonen til prosessen generelt vil se slik ut:

$$H_p(s) = \frac{K}{Ts+1} \cdot e^{-\tau s} \tag{5}$$

Basert på resultatet i oppgave n), hvor stor kan dødtiden τ bli før reguleringssystemet blir ustabilt? Hint 1: Fasiten er at dødtiden faktisk kan bli ganske stor, men sammenlignet med tidskonstanten er den relativt liten.

q) (7%) Hvor langt fra berederen tilsvarer denne dødtiden når rørets dimensjon er 10cm i indre diameter?

Formelsamling

- Modellering

Variabel	benevning	beskrivelse	sammenheng
h	m	høyde	
A	m^2	areal	
V	m^3	volum	
ρ	kg/m^3	tetthet	
m	kg	masse	$m = V \cdot \rho \overset{A \text{ konstant}}{=} A \cdot h \cdot \rho$
q	m^3/s	volumstrøm	
w	kg/s	massestrøm	$w = \rho \cdot q$
c_p	J/kg/K	spesifikk varmekapasitet	
T	K	temperatur	
T_0	K	referansetemperatur	
E	J	energi	$E = c_p \cdot m \cdot (T - T_0)$
h	J/s/m^2/K	spesifikt varmeovergangstall	
Q	J/s	energistrøm	
		1) varmetransport	$Q = w \cdot c_p \cdot (T - T_0)$
		2) varmeovergang	$Q = h \cdot A \cdot (T_{\text{varm}} - T_{\text{kald}})$
x	m	posisjon	
v	m/s	fart	$v = \frac{dx}{dt}$
a	m/s^2	akselerasjon	$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}$
I	kg m/s	impuls (massefart)	$I = m \cdot v$
D	kg/s	dempekonstant	
K_f	kg/s^2	fjærkonstant	
F	kg m/s^2 (N)	kraft	
		1) dempekraft	$F = D \cdot v$
		2) fjærkraft	$F = K_f \cdot x$

Massebalanse

$$\frac{d\big(m(t)\big)}{dt} = \sum w_i(t) - \sum w_u(t) \quad \text{[kg/s]} \tag{6}$$

Energibalanse

$$\frac{d\big(E(t)\big)}{dt} = \sum Q_i(t) - \sum Q_u(t) \quad \text{[J/s]} \tag{7}$$

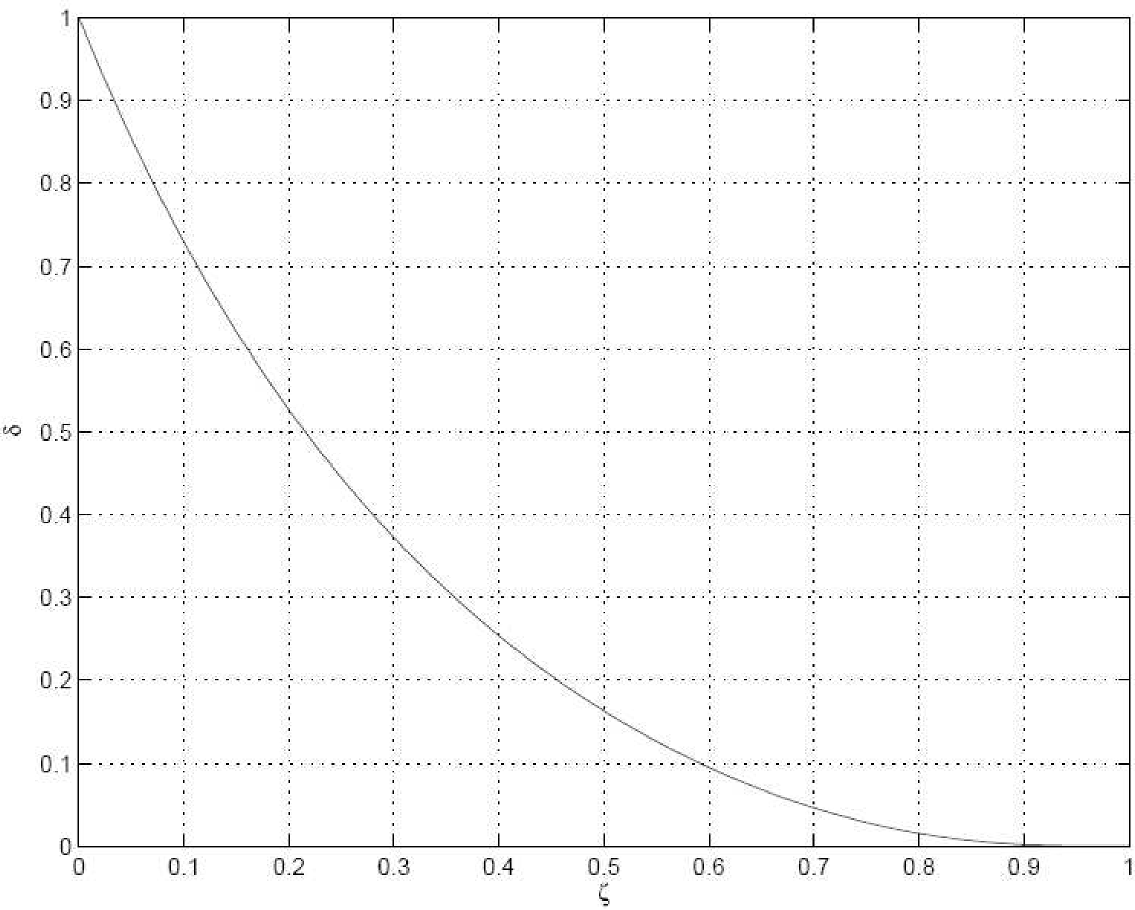
Impulsbalanse ($F_i(t)$ er krefter i positiv retning, $F_u(t)$ krefter i negativ retning)

$$\frac{d\big(I(t)\big)}{dt} = \sum F_i(t) - \sum F_u(t) \quad \text{[kg m/s}^2\text{]} \tag{8}$$

- Et generelt 2-ordens system kan skrives som

$$H(s) = \frac{K}{(\frac{s}{\omega_0})^2 + 2\frac{\zeta}{\omega_0}s + 1} \tag{9}$$

- Sammenheng mellom relativ dempingsfaktor ζ og oversvingsfaktor δ



- Et komplekst tall z kan skrives på kartesisk form slik:

$$z = \mathrm{Re}(z) + j\mathrm{Im}(z) \tag{10}$$

eller på polar form slik:

$$z = |z|e^{j\angle z} \tag{11}$$

- Sammenheng mellom kartesisk og polar form er:

$$|z| = \sqrt{\mathrm{Re}(z)^2 + \mathrm{Im}(z)^2} \tag{12}$$

$$\angle z = \arctan \frac{\mathrm{Im(z)}}{\mathrm{Re(z)}} \tag{13}$$

- Sluttverditeorem

$$\lim_{t \to \infty} f(t) = \lim_{s \to 0} s \cdot f(s) \tag{14}$$

- Ziegler Nichols åpen sløyfe metode:

$$K_p = \frac{0.9 \cdot U}{L \cdot R} \tag{15}$$

$$T_i = 3.3 \cdot L \tag{16}$$

hvor L er ekvivalent dødtid, R er stigningstallet på sprangresponsen og U er sprangets høyde.

- Polplassering for 1 ordens system (PI-regulator):

$$K_p = \frac{2\zeta w_0 T - 1}{K} \tag{17}$$

$$T_i = \frac{2\zeta w_0 T - 1}{w_0^2 T} \tag{18}$$

- Pol-nullpunktkansellering 1 ordens system (PI-regulator):

$$K_p = \frac{T}{T_M \cdot K} \tag{19}$$

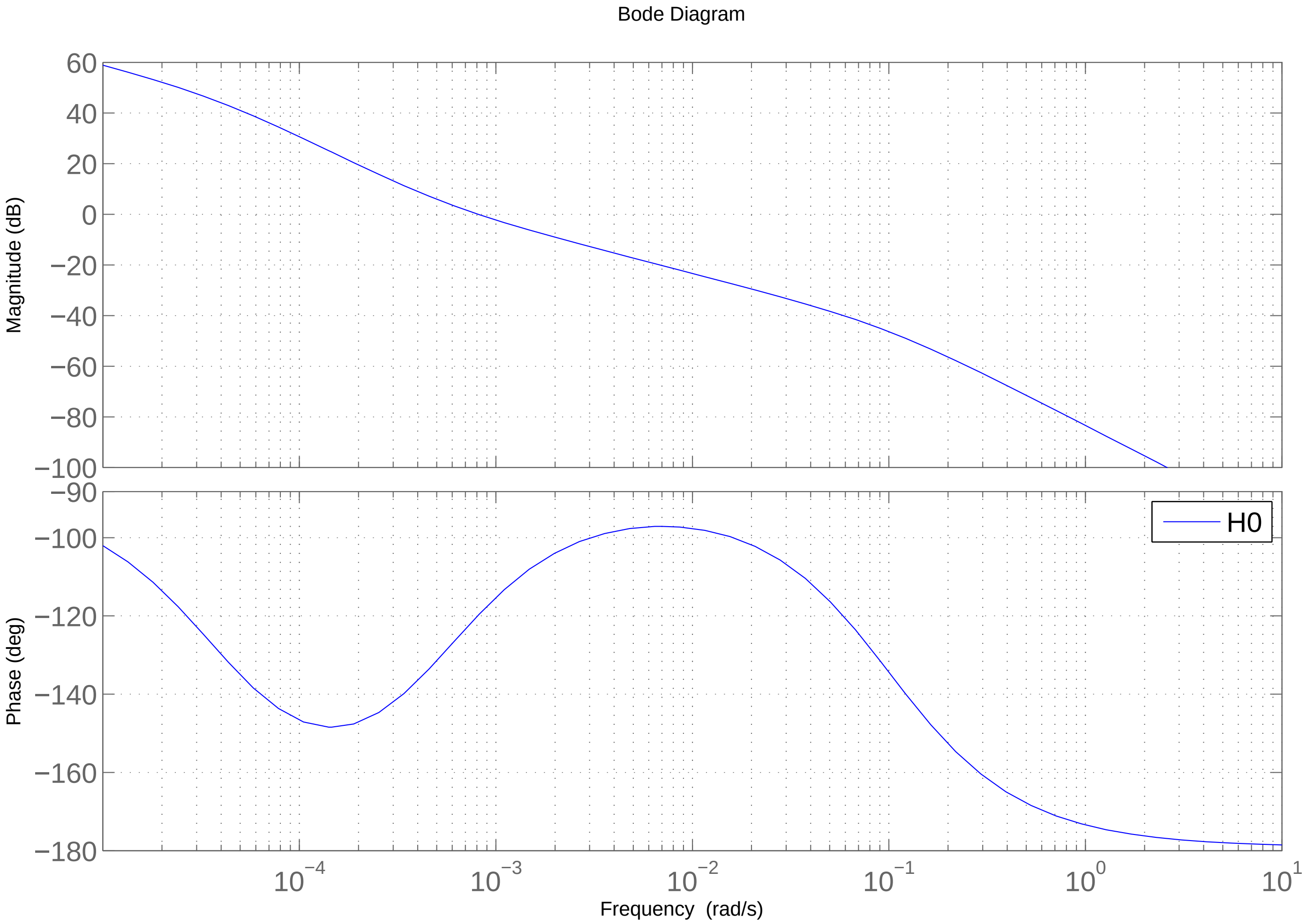
$$T_i = T \tag{20}$$

- Sammenheng mellom $M(s)$, $N(s)$ og $H_0(s)$

$$M(s) = \frac{H_0(s)}{1 + H_0(s)} = \frac{y(s)}{y_r(s)} \tag{21}$$

$$N(s) = \frac{1}{1 + H_0(s)} = \frac{e(s)}{y_r(s)} \tag{22}$$

Fag: ELE320 Reguleringsteknikk
Dato: 3. desember 2015
Kandidatnr:
Sidenr:



Figur 3: Bodeplot av $H_0(s)$. Lever denne inn med besvarelsen.