

EKSAMEN I: BIE240 Reguleringssteknikk

VARIGHET: 4 timer

TILLATTE HJELPEMIDLER: Ingen

OPPGAVESETTET BESTÅR AV 1 OPPGAVE PÅ 5 SIDER

MERKNADER: Formelvedlegget er på side 6 og 7.

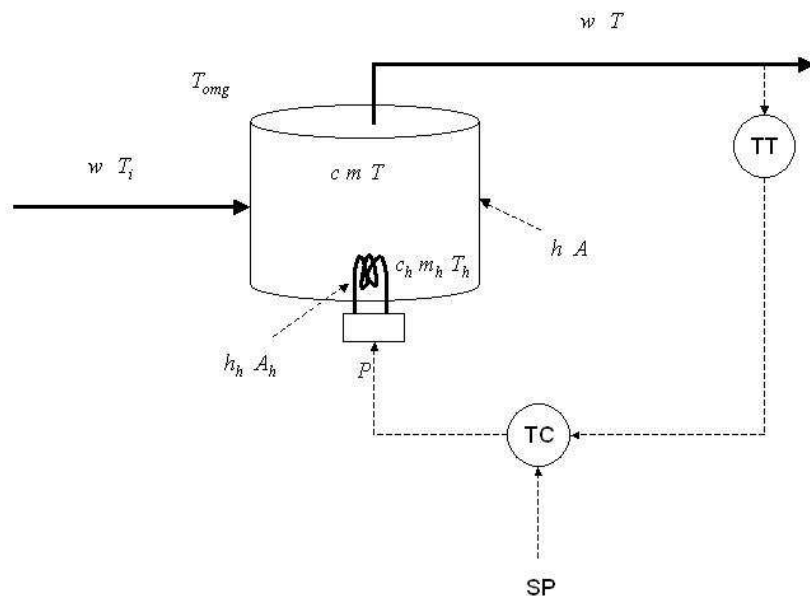
Side 8 skal leveres inn sammen med oppgaven.

Deloppgavene har lik vekt.

KONTAKTPERSON: Tormod Drengstig, E-423a, tlf. (518)32025/93885533.

## Oppgave 1

Som nyansatt ingeniør hos en varmtvannsberederprodusent blir din første oppgave å designe den en ny regulator for den siste generasjon varmtvannsbereder. En prinsippskisse av en varmtvannsbereder er gitt i figuren nedenfor.



Figur 1: Prinsippskisse av varmtvannsbereder.

Før vi finner en passende regulator til varmtvannsberederen, skal vi lage en matematisk modell av den. Som dere ser av figuren skal vi også betrakte dynamikken av selve varmeelementet. Det betyr at vi **ikke** kan anta at effekten vi tilfører vil gå direkte inn i vannet, men at varmeelementet har termisk kapasitet, og at varmeoverføring mellom varmeelementet og

vannet i tanken skjer via varmeovergang.

a) Vi har følgende data

$m$	: vannets masse i varmtvannsberederen [kg]
$c$	: vannets varmekapasitet [J/(kg C)]
$T$	: vannets temperatur i varmtvannsberederen [C]
$w$	: forbruk av varmtvann [kg/s]
$T_i$	: vannets inntemperatur [C]
$T_{omg}$	: omgivelsestemperatur [C]
$h$	: varmeovergangstall fra bereder til luft [J/(s m <sup>2</sup> C)]
$A$	: areal for varmeovergang fra bereder til luft [m <sup>2</sup> ]
$m_h$	: varmeelements masse [kg]
$c_h$	: varmeelements varmekapasitet [J/(kg C)]
$T_h$	: varmeelements temperatur [C]
$h_h$	: varmeovergangstall fra varmeelementet til vann [J/(s m <sup>2</sup> C)]
$A_h$	: areal for varmeovergang fra varmeelementet til vann [m <sup>2</sup> ]
$P$	: pådrag til varmeelementet [J/s]
TT	: temperaturtransmitter
TC	: temperaturregulator
SP	: settpunkt

Sett opp energibalansene for vannet i varmtvannsberederen og for varmeelementet.

Gjør deretter nødvendige antagelser, og vis at differensialligningene som beskriver temperaturen i varmtvannsberederen og varmeelementet kan skrives som:

$$mc \frac{dT(t)}{dt} = -(cw + h_h A_h)T(t) + h_h A_h T_h(t) + cw T_i(t) \quad (1)$$

$$m_h c_h \frac{dT_h(t)}{dt} = P(t) - h_h A_h T_h(t) + h_h A_h T(t) \quad (2)$$

b) Hvilken orden er modellen?

Er modellen lineær eller ulineær? Forklar hvorfor.

Tegn blokkdiagram av (1) og (2).

c) Kall  $\alpha = h_h A_h$  og  $\beta = m_h c_h$  og vis at transferfunksjonen fra pådraget  $P$  til vannets temperatur  $T$  kan skrives som (benytt enten blokkdiagrammanipulering, Laplacetransformering av differensialligningene individuelt og deretter eliminering av  $T_h(s)$  eller Laplacetransformering av tilstandsrommodell):

$$H_p(s) = \frac{T(s)}{P(s)} = \frac{\alpha}{(mcs + (cw + \alpha))(\beta s + \alpha) - \alpha^2} \quad (3)$$

d) Anta i det videre arbeid at  $\alpha \ll cw$  og at  $\alpha^2$  er neglisjerbart, slik at (3) kan skrives som

$$H_p(s) = \frac{T(s)}{P(s)} = \frac{\alpha}{(mcs + cw)(\beta s + \alpha)} \quad (4)$$

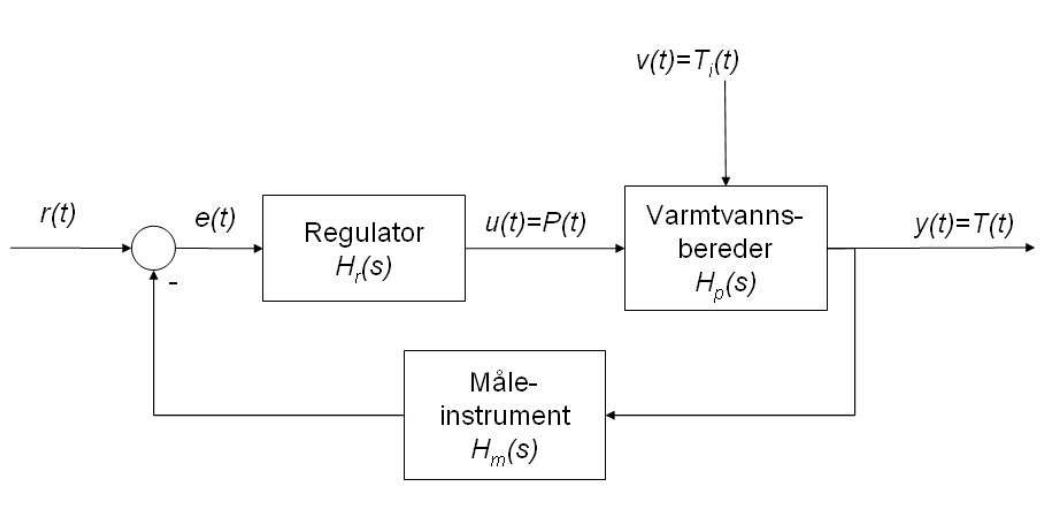
Sett inn følgende verdier.

$m$	: 200 [kg]
$c$	: 4000 [J/(kg C)]
$w$	: 0.1 [kg/s]
$m_h$	: 1 [kg]
$c_h$	: 400 [J/(kg C)]
$h_h$	: 200 [J/(s m <sup>2</sup> C)]
$A_h$	: 0.01 [m <sup>2</sup> ]

Finn responstiden  $T_r$  til system.

Skisser sprangresponsen til systemet (indiker responstid og stasjonær forsterkning). Anta at  $P$  er et enhetssprang.

- e) Bestem polene til systemet og benytt dette til å bestemme stabilitetsegenskapene til systemet (marginalt stabilt, ustabilt, asymptotisk stabilt).
- f) Vi skal nå designe et reguleringsystem for varmtvannsberederen. Vannforbruket  $w$  er konstant, og vannets inntemperatur  $T_i$  er forstyrrelse. Følgende blokkdiagram gjelder:



Figur 2: Reguleringsystem for varmtvannsbereder.

Anta at måleinstrumentet har en dynamikk som et 1 ordens lavpassfilter med forsterkning lik 1 og båndbredde lik 0.1 rad/sekund.

Vi ønsker å regulere temperaturen i berederen etter følgende spesifikasjoner:

- 1) Sprangresponsen skal være så rask som mulig
- 2) Systemet skal ikke ha oversving
- 3) Det skal ikke være reguleringsavvik ved sprang i referansen.

Av disse 3 kravene er de to første relatert til regulatorparametervalg, mens det tredje er relatert til type regulator. Vi må derfor velge regulator før vi kan forholde oss til parameterne.

Vi vet at for å få null reguleringsavvik må vi ha minst en integrator i reguleringsløyfen, og vi vet derfor at vi må velge en PI regulator.

Vis først at transferfunksjonen til en PI regulator er

$$H_r(s) = \frac{K_p T_i s + K_p}{T_i s} \quad (5)$$

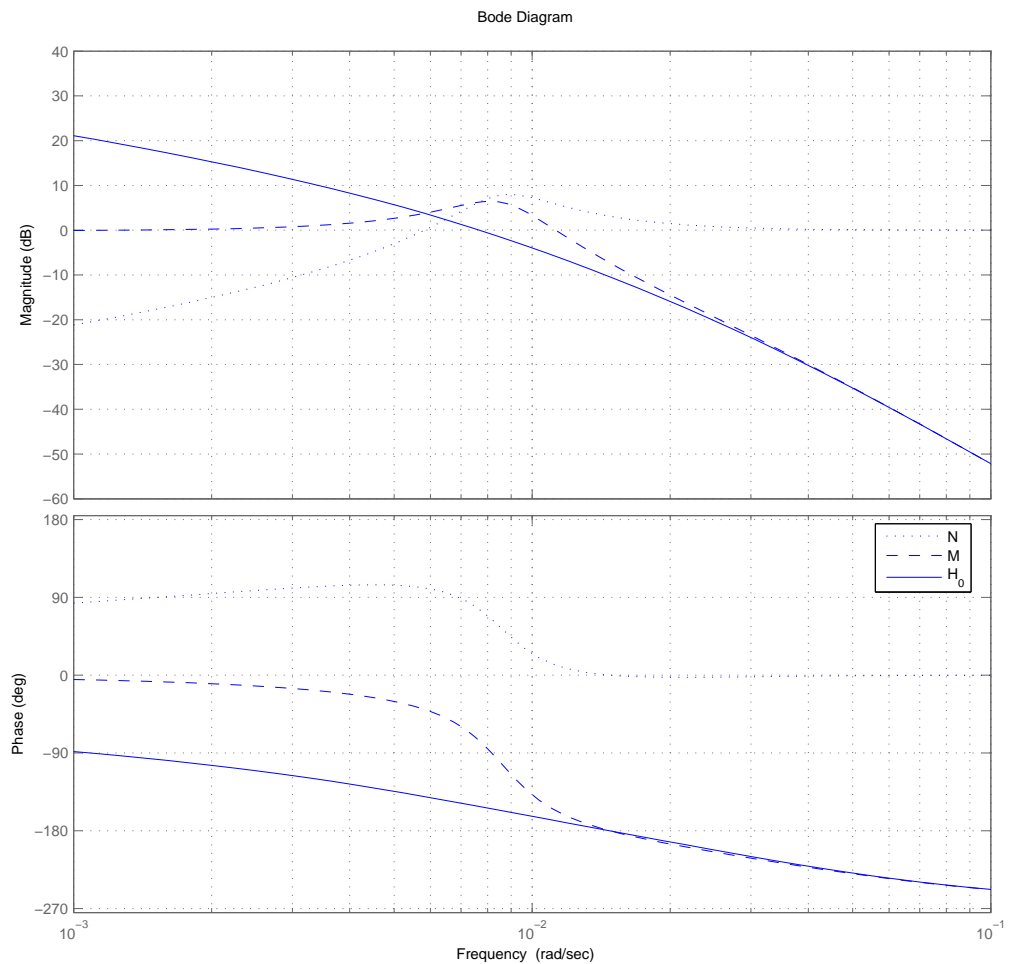
Vis deretter at ved å benytte denne regulatoren vil krav 3) bli tilfredsstilt. Tips:

$$N(s) = \frac{1}{1+H_r(s)} = \frac{e(s)}{r(s)}.$$

- g) Hva kan du si om størrelsen på den relative dempfingsfaktoren  $\zeta$  for reguleringsystemet ut fra kravene 1) og 2)?

Skisser ut fra dette i et pol/nullpunktdiagram hvor polene til reguleringsystemet typisk vil ligge?

- h) Under er Bodediagrammet av  $N(s)$ ,  $M(s)$  og  $H_0(s)$  vist (figuren er også gjengitt på siste side).



Figur 3: Bodeplot av  $N(s)$ ,  $M(s)$  og  $H_0(s)$ . Figuren er gjengitt på siste side i oppgaven.

Hvor stor (omtrentlig) er forsterkningsmarginen  $\Delta K$  og fasemarginen  $\phi$ ? Marker dette på figuren på siste side i oppgaven og lever med besvarelsen.

- i) Hvorfor er det viktig å ha forsterkningsmargin og fasemargin i et reguleringsystem? Hvilke elementer i reguleringsløyfen ( $H_0(s)$ ) kan påvirke marginene? Forklar hvordan.
- j) Avles sensitivitetsbåndbredden  $w_s$ , kryssfrekvensen  $w_c$  og følgeforholdets båndbredde  $w_f$ . Indiker disse på figuren på siste side i oppgaven.
- k) Anta at referansen er:

$$r(t) = 2 \sin(0.01 \cdot t) \quad (6)$$

Benytt figur 3 til finne et omtrentlig uttrykk for temperaturen i varmtvannsberederen (dvs. utgangen  $y(t)$ ). Under er gitt en tabell med sammenhengen mellom forsterkning og forsterkning i dB.

x	$20 \cdot \log(x)$
10	20 dB
9	19.1 dB
8	18.1 dB
7	16.9 dB
6	15.5 dB
5	14.0 dB
4	12.0 dB
3	9.5 dB
2.5	8 dB
2	6.0 dB
1.5	3.5 dB
1	0.0 dB
0.9	-0.9 dB
0.8	-1.9 dB
0.7	-3.1 dB
0.6	-4.4 dB
0.5	-6.0 dB
0.4	-7.9 dB
0.3	-10.4 dB
0.2	-14.0 dB
0.1	-20 dB

- l) Forklar hva det betyr for reguleringsystemet at  $|N(jw)| = -20\text{dB}$ <sup>1</sup> ved frekvensen  $w = 0.0011$  rad/sekund? Relater dette til varmtvannsberederen og eksemplifiser. Husk at  $N(s)$  har to betydninger. Benytt gjerne figurer/skisser til å understreke forklaringen.

---

<sup>1</sup> -20dB tilsvarer en forsterkning på 0.1

## Egenskaper ved Laplacetransformasjonen

**Tidsforsinkelse:**

$$F(s)e^{-\tau s} \iff f(t - \tau) \quad (7)$$

**Derivasjon:**

$$s^n F(s) - s^{n-1} f(0) - s^{n-2} \dot{f}(0) - \dots - \overset{(n-1)}{f}(0) \iff \overset{(n)}{f}(t) \quad (8)$$

Med initialbetingelser lik null fås

$$s^n F(s) \iff \overset{(n)}{f}(t) \quad (9)$$

**Sluttverditeorem:**

$$\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) \iff \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot F(s) \quad (10)$$

**Lineærkombinasjon:**

$$k_1 F_1(s) + k_2 F_2(s) \iff k_1 f_1(t) + k_2 f_2(t) \quad (11)$$

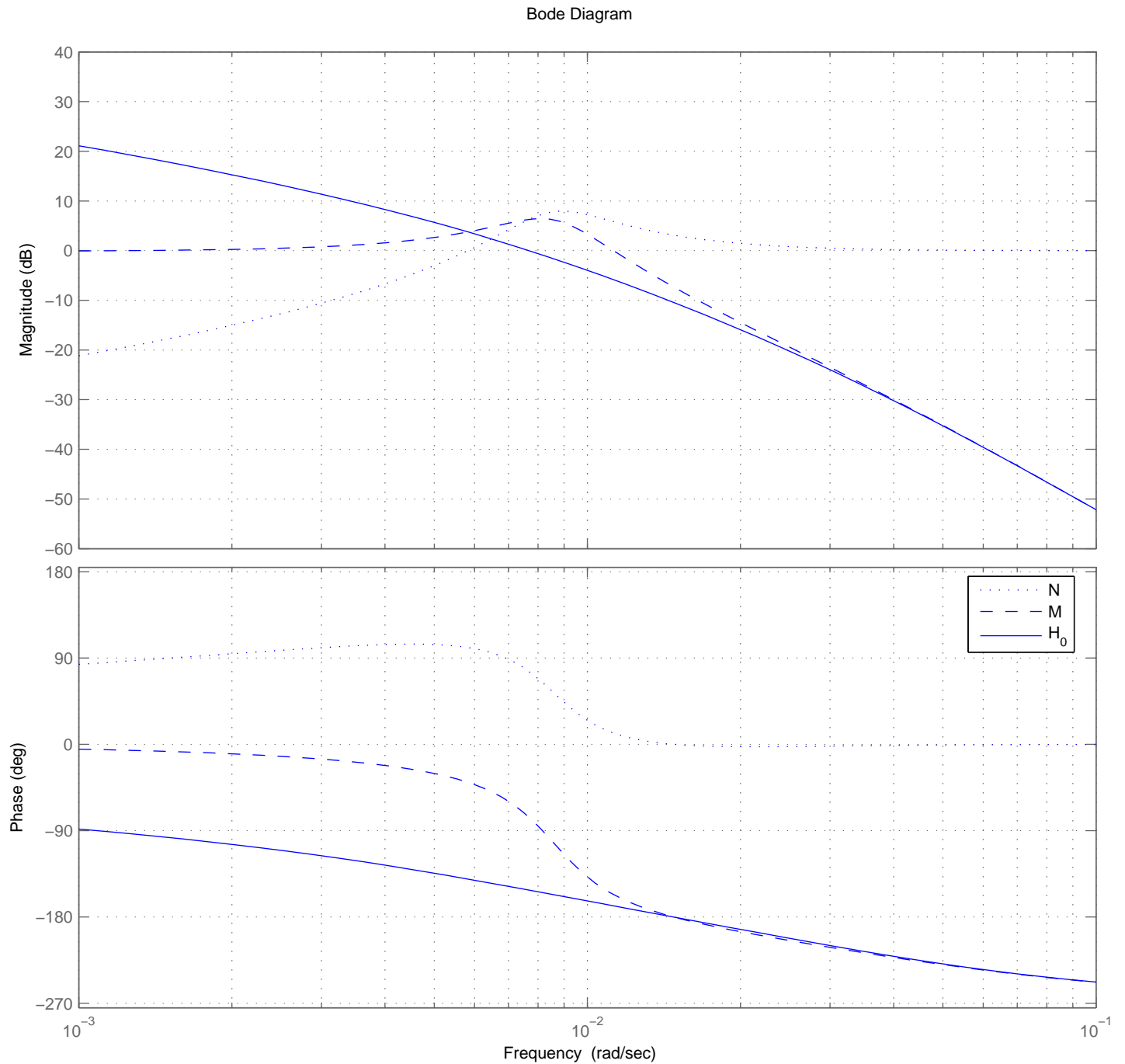
**Transformasjonspar:**

$$F(s) = k \iff f(t) = k\delta(t) \quad (\text{impuls med styrke } k) \quad (12)$$

$$F(s) = \frac{k}{s} \iff f(t) = k \quad (\text{sprang med høyde } k) \quad (13)$$

fdf

Fag: BIE240 Reguleringssteknikk  
Dato: 13. desember 2005  
Kandidatnr:  
Sidenr:



Figur 4: Bodeplot av  $N(s)$ ,  $M(s)$  og  $H_0(s)$ . Lever denne inn med besvarelsen.